RİYAZİYYAT

DƏRSLİK

8

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$y = x^2$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

β

$a \geq 0, b \geq 0$

$\geq$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

α





HEYDƏR ƏLİYEV

AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ

Nayma Qəhrəmanova
Məhəmməd Kərimov
İlham Hüseynov

Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün

RİYAZİYYAT

fənni üzrə

DƏRSLİK

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi *radius_n@hotmail.com* və *derslik@edu.gov.az* elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur. Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!



Radius

Mündəricat

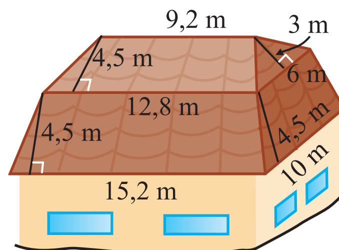
1 Kvadrat kök. Həqiqi ədədlər

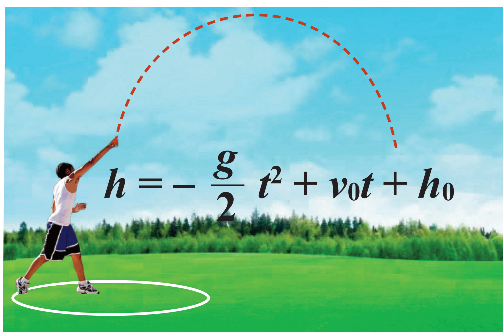
2 Pifaqor teoremi

3 Kvadrat tənliklər

4 Dördbucaqlılar

5 Rasional ifadələr





6 Fiqurların sahəsi

7 Rasional tənliklər

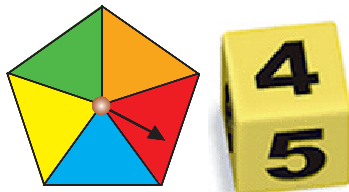
8 Fiqurların oxşarlığı



9 Bərabərsizliklər

10 Triqonometrik nisbətlər. Koordinatlar üsulu. Fiqurların çevrilməsi

11 Məlumatın toplanması və təqdimi. Ehtimalın hesablanması



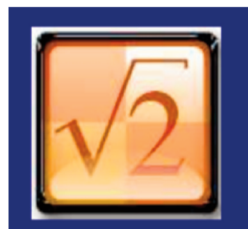
1

Kvadrat kök
Həqiqi ədədlər

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:
- rasional və irrasional ədədləri fərqləndirməyi;
- kvadrat kök işarəsi daxil olan ifadələri sadələşdirməyi;
- kvadrat kökalmanın tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi.

Bu maraqlıdır!

İrrasional ədədlərin aşkar edilməsi düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri haqqında teoremi isbat edən Pifaqorun adı ilə bağlıdır. Yunan alimi Pifaqor b.e.ə. VI əsrdə yaşamış, fəlsəfə, astronomiya, həndəsə, musiqinin də tədris olunduğu məktəb yaratmışdır. Bu məktəbdə təhsil alanlar özlərini pifaqorçular adlandırırdılar. Onlar təbiətdə tam ədədlər və onların nisbətindən yaranan harmoniyanın hökmran olduğunu düşünür, irrasional (rasional olmayan) ədədlərin varlığına inanmırdılar.



Pifarqorçular nə qədər çalışsalar da katetləri vahidə bərabər olan bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunun uzunluğunu ifadə edən $\sqrt{2}$ ədədinin rasional ədəd olmadığını gizlədə bilmədilər. Rəvayətə görə bu sirrin açılmaması üçün pifaqorçular öz tələbələrindən biri olan və $\sqrt{2}$-nin rasional ədəd olmadığını onlara arqumentli şəkildə isbat etmiş Hipasusu dənizə atmaqdan da çəkinməmişlər.

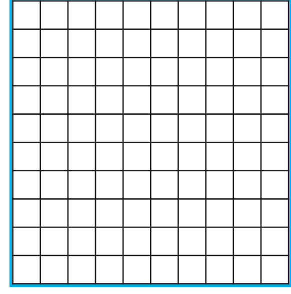


Pifaqorçular günəşin doğmasını seyr edirlər.
Rəssam. Fyodr Brunnikov. 1869-cu il.

Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök

Məsələ. 100 eyniölçülü kiçik kvadratdan ibarət olan böyük kvadratın sahəsi 49 kvadrat vahiddir.
a) Böyük kvadratın tərəfinin uzunluğunu tapın.
b) Bir kiçik kvadratın tərəfinin uzunluğunu tapın.

Sahə 49 kvadrat vahid



Həlli: a) Kvadratın tərəfini x ilə işarə edək. Şərtə görə $x^2 = 49$ olduğundan, kvadratı 49-a bərabər olan ədəd tapmalıyıq. Bu ədəd 7 və ya –7-dir. Uzunluq müsbət ədədlə ölçüldüyündən həll olaraq yalnız 7 ədədi götürülür.

b) Bir kiçik kvadratın sahəsi $\frac{49}{100}$ kvadrat vahiddir. $\frac{49}{100}$ kəsrini müsbət ədədin kvadratı kimi yazaq: $\frac{49}{100} = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \left(\frac{7}{10}\right)^2$

Deməli, kiçik kvadratların tərəfi $\frac{7}{10}$ vahiddir.

Araşdırma. Kvadratın tərəfinin uzunluğu verildikdə onun sahəsi kvadrata yüksəltmə əməli ilə tapılır. Bəs, verilmiş sahəsinə görə kvadratın tərəfini hansı əməli yerinə yetirməklə tapmaq olar?

Hesabi kvadrat kök

Kvadratı a-ya bərabər olan ədədə a ədədinin kvadrat kökü deyilir.
Mənfi ədədin kvadrat kökü yoxdur (istənilən ədədin kvadratı mənfi deyil).
Kvadratı sıfıra bərabər olan yeganə ədəd “0”-dır.
Müsbət ədədin iki kvadrat kökü var: bunlardan biri müsbət, digəri isə mənfidir. Məsələn, 7 və –7 ədədləri 49-un kvadrat kökləridir: $(7)^2 = (-7)^2 = 49$.

Tərif. Kvadratı a-ya bərabər, mənfi olmayan ədədə a-nın **hesabi kvadrat kökü** deyilir, $\sqrt{a}$ kimi yazılır və belə oxunur: “a-nın hesabi kvadrat kökü”.

$\sqrt{a} = b$
$b \geq 0,\ b^2 = a$

“$\sqrt{\ }$“ işarəsi hesabi kvadrat kök (və ya radikal) işarəsidir.
Adətən “hesabi” sözü oxunuşda buraxılır. Məsələn, $\sqrt{49}$ ifadəsi “49-un kvadrat kökü” kimi oxunur.
Kök işarəsi altındakı ifadə kökaltı ifadə adlanır. Kökaltı ifadə mənfi ola bilməz. Məsələn, $\sqrt{-16}$, $\sqrt{-25}$ ifadələri mənasızdır.
Kvadrat kökün tapılması əməlinə kvadrat kökalma deyilir.
Kökalma əməli kvadrata yüksəltmə əməlinin tərsidir.

Nümunələr. $\sqrt{49} = 7$, çünki $7 > 0$ və $7^2 = 49$;

$\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, çünki $1\frac{1}{2} > 0$ və $(1\frac{1}{2})^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$;

$\sqrt{0,64} = 0,8$, çünki $0,8 > 0$ və $0,8^2 = 0,64$;

$\sqrt{0,(4)} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, çünki $\frac{2}{3} > 0$ və $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9} = 0,(4)$

Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök

Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə alırıq ki, $a \geq 0$ olduqda $(\sqrt{a})^2 = a$ və $\sqrt{a^2} = a$ bərabərlikləri doğrudur.

Nümunə. İfadənin qiymətini hesablayın: a) $(-2\sqrt{5})^2$; b) $\sqrt{3^2} + 2\cdot\sqrt{36}$; c) $\sqrt{3^2+4^2}$

Həlli: a) $(-2\sqrt{5})^2 = (-2)^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20$

b) $\sqrt{3^2} + 2\cdot\sqrt{36} = \sqrt{3^2} + 2\cdot\sqrt{6^2} = 3 + 2\cdot 6 = 15$

c) $\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

əvvəlcə kökaltı ifadə hesablanır.

Öyrənmə tapşırıqları.

1 1) Natural ədədin kvadratına bərabər olan ədədə tam kvadrat ədəd deyilir. 1-dən 100-ə qədər ədədlər arasından tam kvadrat ədədləri seçib yazın. Onların kvadrat kökünü hesablayın.

2) 1-ci tapşırığın cavablarından istifadə etməklə kvadrat kökləri tapın.

a) $\sqrt{0,01}$ b) $\sqrt{0,09}$ c) $\sqrt{0,36}$ d) $\sqrt{0,64}$ e) $\sqrt{0,81}$

f) $\sqrt{\frac{1}{9}}$ g) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ h) $\sqrt{\frac{64}{81}}$ i) $\sqrt{\frac{25}{9}}$ k) $\sqrt{\frac{49}{100}}$

2 1) 101-dən 400-ə qədər ədədlər arasından kvadrat kökü tam ədəd olanları seçib yazın.

2) 1-cı bənddəki və əvvəlki tapşırığın cavablarından istifadə etməklə verilən ədədlərin kvadrat köklərini hesablayın.

a) $\sqrt{0,0121}$ b) $\sqrt{0,0225}$ c) $\sqrt{3,24}$ d) $\sqrt{0,0324}$ e) $\sqrt{0,0256}$

f) $\sqrt{\frac{16}{169}}$ g) $\sqrt{\frac{121}{256}}$ h) $\sqrt{\frac{361}{225}}$ i) $\sqrt{\frac{144}{361}}$ k) $\sqrt{\frac{289}{400}}$

3 Rəngli xanaların yerinə elə ədədlər yazın ki, bərabərliklər doğru olsun.

a) $\sqrt{\blacksquare}=13$ b) $\sqrt{\blacksquare}=1,9$ c) $\sqrt{\blacksquare}=0,(6)$ d) $\sqrt{\blacksquare}=\frac{2}{5}$ e) $\sqrt{\blacksquare}=\frac{8}{11}$

4 Kökün qiymətini tapın.

a) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ b) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$ c) $\sqrt{0,(4)}$ d) $\sqrt{2,(7)}$ e) $\sqrt{5,(4)}$

5 Cədvəli doldurun.

a	4	33	–25	1	2	–2	0,4	0,4	9	64
b	32	–8	26	0,21	0,25	11	0,09	–0,04	16	36
$\sqrt{a+b}$										

6 Hesablayın.

a) $\sqrt{144}+\sqrt{25}$ b) $\sqrt{144+25}$ c) $\sqrt{11+\sqrt{25}}$ d) $\sqrt{29-\sqrt{16}}$

e) $\sqrt{289}-\sqrt{64}$ f) $\sqrt{289-64}$ g) $\sqrt{49-\sqrt{169}}$ h) $\sqrt{\sqrt{144}+\sqrt{16}}$

7 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{36}\cdot\sqrt{25}$ b) $4\cdot\sqrt{9}-3\cdot\sqrt{4}$ c) $\sqrt{0{,}09}+\sqrt{0{,}25}$ d) $\sqrt{0{,}25-0{,}09}$

e) $\sqrt{\frac{49}{81}}:\sqrt{\frac{25}{9}}$ f) $\frac{5}{6}\cdot\sqrt{\frac{9}{25}}+\sqrt{5\frac{1}{16}}$ g) $\sqrt{1{,}(7)}+\sqrt{0{,}(4)}$ h) $\sqrt{1{,}(8)+0{,}(8)}$

8 İfadənin mənası varmı?

a) $\sqrt{25\cdot 4}$ b) $\sqrt{(-25)\cdot(-4)}$ c) $\sqrt{(-5\cdot 2)^2}$ d) $\sqrt{-5^2\cdot 2^2}$

9 Dəyişənin hansı qiymətində bərabərlik doğrudur?

a) $\sqrt{x}=3$ b) $\sqrt{x-1}=4$ c) $\sqrt{x}-1=4$ d) $\sqrt{x}+4=1$

10 Hesablayın.

a) $(\sqrt{9})^2$ b) $(-2\cdot\sqrt{4})^2$ c) $(3\cdot\sqrt{5})^2$ d) $(-2\cdot\sqrt{3})^2$

e) $\sqrt{17^2}$ f) $\sqrt{3{,}8^2}$ g) $\sqrt{\sqrt{81}}$ h) $\sqrt{\sqrt{289}-\sqrt{64}}$

11 Ədədləri müqayisə edin.

a) $\sqrt{0{,}04}$ və $\sqrt{0{,}09}$ b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ və $\sqrt{\frac{9}{16}}$ c) $\sqrt{2{,}56}$ və $\sqrt{3{,}24}$

12 $a=64$, $b=225$ olduqda ifadənin qiymətini tapın.

a) $a+\sqrt{b}$ b) $\sqrt{a}+b$ c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) $\sqrt{a+b}$

13 Rəngli dairələrin yerinə uyğun müqayisə işarəsini (>, <, =) yazın.

a) $\sqrt{16+9}$ ● $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ b) $\sqrt{36+64}$ ● $\sqrt{36}+\sqrt{64}$

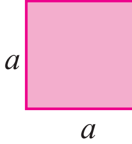
Tətbiq tapşırıqları

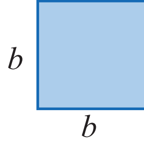
14 1) Sahəsi: a) 64 m^2; b) 81 mm^2; c) 0,36 sm^2 olan kvadratın tərəfini tapın.

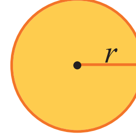
2) Sahəsi S olan kvadratın tərəfini S ilə ifadə edin.

15 Fiqurların sahəsinə görə ölçülərini tapın.

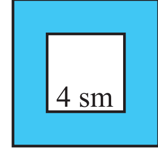
$S = 256\ m^2$ $S = 2,25\ km^2$ $S = 625\pi\ m^2$







16 Şəkildəki fiqur iki kvadratdan ibarətdir. Rəngli hissənin sahəsi 48 sm^2, kiçik kvadratın tərəfi isə 4 sm-dir. Böyük kvadratın tərəfini tapın.

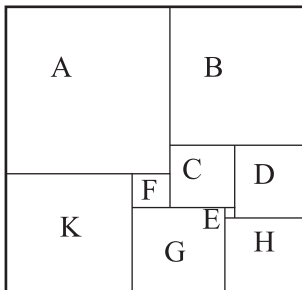


17 Elvin ölçüləri 7,2 sm və 1,8 sm olan düzbucaqlı şəkilli kağızı hissələrə bölüb yenidən birləşdirməklə kvadrat şəklinə salmaq istəyir.
a) Kvadratın tərəfi neçə santimetr olacaq?
b) Ən azı neçə kəsimlə bunu etmək mümkündür?
Cavabınızı üzərində ölçülərin qeyd olunduğu şəkillə əsaslandırın.

18 Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsi $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ düsturu ilə hesablanır. Sahəsi $9\sqrt{3}$ sm^2 olan bərabərtərəfli üçbucağın tərəfini tapın.

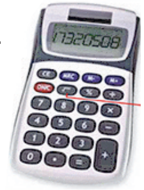
19 Sahəsi 48 sm^2 olan düzbucaqlının eni uzunluğunun 75%-ni təşkil edir. Bu düzbucaqlının perimetrini tapın.

20 **Parça hissələrinin bir-birinə bənd edilməsi ilə əmələ gələn tikmə üsulu qurama adlanır. Keçmişdə azərbaycanlı qadınlar kiçik parça hissələrini atmaz, bunlardan hazırladıqları qurama döşəkçə üzləri, yataq örtükləri, dekorativ süfrələrlə həm evlərini bəzəyər, həm də ailə büdcəsinə qənaət edərdilər.** Aliyənin nənəsindən yadigar qalan qurama döşəkçə üzünün hissələri sxemdə hərflərlə işarələnmişdir. A-dan başqa qalan hissələrin kvadratşəkilli, quramanın isə düzbucaqlı şəklində olduğunu bilərək, onun ölçülərini müəyyən edin:
D hissəsinin sahəsi 49 sm^2, H hissəsinin sahəsi 64 sm^2-dır.









Praktik məşğələ 1. Böyük yunan riyaziyyatçısı, fiziki, astronomu, ixtiraçısı olan Arximed kvadratı 3-ə bərabər olan rasional ədəd tapmağa çalışırdı. Onun bu məqsədlə seçdiyi ədədlərdən ikisi $\frac{265}{153}$ və $\frac{1351}{780}$ idi.

Bu ədədlərin kvadratlarının 3-ə hansı dəqiqliklə bərabər olduğunu siz də yoxlayın. Bu şərtə uyğun başqa ədəd təklif edin.

Ədədlərin təsnifatı

Rasional ədədlər. İstənilən **rasional ədədi** $\frac{m}{n}$ kəsri şəklində göstərmək olar, burada $m \in Z$ (tam ədəd), $n \in N$ (natural ədəd). Eyni rasional ədəd müxtəlif şəkildə yazıla bilər, məsələn,

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{12}{3} = \frac{40}{10}; \qquad -0,6 = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}; \qquad 0,(3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{10}{30}$$

Verilmiş rasional ədədi göstərən $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$) şəklində kəsrlər içərisində ən kiçik məxrəcli kəsri həmişə göstərmək mümkündür. Belə kəsr ixtisar olunmayandır.

Verilmiş kəsrin surətini məxrəcə bölməklə onu ya sonlu onluq kəsr, ya da sonsuz dövri onluq kəsr şəklində göstərmək olar. Məsələn,

$$\frac{9}{5} = 1,8 \qquad \frac{4}{9} = 0,4444... = 0,(4) \qquad \frac{7}{15} = 0,4666... = 0,4(6)$$

İstənilən sonlu onluq kəsri və istənilən tam ədədi dövrü 0 olan sonsuz onluq kəsr şəklində yazmaq olduğundan alırıq ki, hər bir rasional ədədi sonsuz dövri onluq kəsr şəklində göstərmək olar. Tərs təklif də doğrudur.

Hər bir sonsuz dövri onluq kəsr müəyyən rasional ədədi ifadə edir.

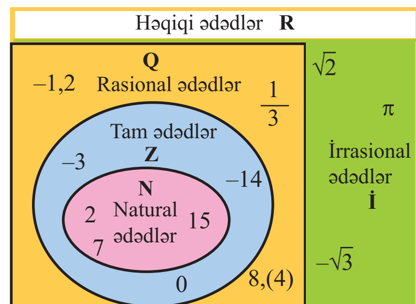
Elə ədədlər var ki, onları dövri onluq kəsr şəklində göstərmək mümkün deyil.

İrrasional ədədlər. Dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrlər rasional olmayan ədədləri ifadə edir. Bu ədədlərə **irrasional ədədlər** deyilir. İrrasional ədədləri $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$) şəklində göstərmək mümkün deyil. İrrasional ədədlərə misallar göstərək:

a) 0,1010010001... (1 rəqəmlərini ayıran sıfırların sayı hər dəfə bir vahid artır);

b) 0,123456789101112... (kəsr hissəsində natural ədədlər ardıcıl yazılmışdır);

c) $\pi = 3,14159265...$ (çevrənin uzunluğunun diametrinə nisbətini göstərir).



Göstərmək olar ki, n ədədi hər hansı natural ədədin kvadratı deyilsə, $\sqrt{n}$ irrasional ədəddir. Məsələn, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ irrasional ədədlərdir.

İrrasional ədədlər yalnız kökalmadan yaranmır. Məsələn, π ədədi heç bir rasional ədədin kökünə bərabər deyil.

İrrasional ədədlər çoxluğu **İ** hərfi ilə işarə olunur. Bütün rasional və irrasional ədədlər həqiqi ədədlər çoxluğunu əmələ gətirir. Həqiqi ədədlər çoxluğu **R** hərfi ilə işarə edilir: $N \subset Z \subset Q \subset R$; $R = Q \cup İ$.

Nümunə 1. Verilən ədədlərin daxil olduğu çoxluğa uyğun mümkün adlarını yazın: a) 5; b) −6,3(2); c) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; d) $\sqrt{10}$.

Həlli: a) 5-natural ədəd, tam ədəd, rasional ədəd, həqiqi ədəd;

b) −6,3(2)-rasional ədəd, həqiqi ədəd;

c) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ -rasional ədəd, həqiqi ədəd;

d) $\sqrt{10}$ -irrasional ədəd (10 tam kvadrat ədəd deyil), həqiqi ədəd.

Nümunə 2. $\frac{1}{3}$ və $\frac{1}{2}$ ədədləri arasında yerləşən həqiqi ədəd yazın.

Həlli: Ədəd oxu üzərində uc nöqtələri verilmiş ədədlər olan parçanın orta nöqtəsinə uyğun ədəd məsələnin şərtini ödəyir: $(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}) : 2 = \frac{5}{12}$

Verilmiş ədədləri onluq kəsr şəklində yazmaqla onlar arasında yerləşən sonsuz sayda ədəd göstərmək olar. $\frac{1}{3} = 0{,}333...$ və $\frac{1}{2} = 0{,}500...$ olduğundan 0,34; 0,348; 0,35; 0,4; 0,45; 0,4798 və s. verilən ədədlər arasında yerləşir.

Həqiqi ədədlər üzərində hesab əməlləri və onların xassələri rasional ədədlərdə olduğu kimidir. Praktikada irrasional ədədləri onların təqribi qiymətləri ilə əvəz etməklə hesablama aparılır. Təqribi qiymətlərin götürüldüyü dəqiqliyi artırmaqla nəticə daha böyük dəqiqliklə alınar. Kökün təqribi qiymətini tapmaq üçün √ klavişi olan kalkulyatordan istifadə etmək olar.

Nümunə 3. $a = \sqrt{2}$ və $b = 0{,}(3)$ olduqda $a + b$ cəminin təqribi qiymətini tapın.

Həlli: Kalkulyatorla $a \approx 1{,}41421356$ tapılır.

Toplananların təqribi qiymətlərini 0,1-ə qədər dəqiqliklə, yəni $a \approx 1{,}4$, $b \approx 0{,}3$ götürsək, alarıq: $a + b \approx 1{,}4 + 0{,}3 = 1{,}7$.

Toplananların təqribi qiymətlərini 0,01-ə qədər dəqiqliklə, yəni, $a \approx 1{,}41$, $b \approx 0{,}33$ götürsək, $a + b \approx 1{,}41 + 0{,}33 = 1{,}74$ alarıq.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Ədədləri iki qrupa ayırın: rasional və irrasional.

5; 2,3; $-\frac{1}{3}$; $\sqrt{2}$; 0; π; 4,(2); $\sqrt{3}$; –2,3(4); $\sqrt{1{,}21}$; $\sqrt{\frac{4}{9}}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{144}$;

0,21211211121... (2 rəqəmlərini ayıran 1-lərin sayı hər dəfə bir vahid artır).

2 Aşağıdakı ədədlər arasından irrasional ədədləri seçin.

$\sqrt{64}$ | $\frac{3}{5}$ | $\sqrt{16}$ | $\frac{7}{22}$ | $\sqrt{12}$ | 0,8 | $\sqrt{27}$ | $\sqrt{8}$ | π | $\sqrt{121}$

3 Doğrudurmu?

a) $-7 \in Z$ b) $-7 \notin Q$ c) $-7 \in R$ d) $5 \notin Z$

e) $-\frac{3}{5} \in Z$ f) $-\frac{3}{5} \in Q$ g) $\sqrt{8} \notin Q$ h) $\sqrt{8} \in R$

4 Uzunluğu 25 m olan lent n sayda bərabər hissələrə kəsildi. Hissələrin uzunluğu irrasional ədədlə ifadə oluna bilərmi?

5 n-in elə natural qiymətlərini göstərin ki, $\sqrt{3n+1}$ ifadəsinin qiyməti:
a) natural ədəd, b) irrasional ədəd olsun.

6 a) 2 və 2,1 ədədləri arasında yerləşən dörd həqiqi ədəd yazın.
b) $\frac{1}{4}$ və $\frac{1}{3}$ ədədləri arasında yerləşən neçə həqiqi ədəd yazmaq olar?

7 Kalkulyatorun köməyilə kökün təqribi qiymətini tapın: a) $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3}$; c) $\sqrt{30}$

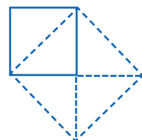
8 $a = 2,(6)$ və $b = \sqrt{3}$ olduqda a və b-ni əvvəlcə: a) ondabirlərə qədər; b) yüzdəbirlərə qədər; c) mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdıraraq, $(a + b)$ cəminin və $(a - b)$ fərqinin təqribi qiymətlərini tapın.

9 Radiusu 2,5 sm olan çevrənin uzunluğunun təqribi qiymətini tapın. $\pi = 3,14159265...$ ədədini yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

10 Hər bir təklifin qarşısında doğru və ya yanlış olduğunu yazın. Yanlışdırsa, bir nümunə gətirməklə əsaslandırın.
1) Hər bir natural ədəd tam ədəddir.
2) Hər bir rasional ədəd həm də həqiqi ədəddir.
3) 7-nin bütün bölünənləri tək ədədlərdir.
4) Bütün mənfi ədədlər tam ədədlərdir.

11 a rasional, b isə irrasional ədəddir: a) $a + b$, b) $a - b$, c) ab, d) $a : b$ ifadələrinin qiyməti rasional, yoxsa irrasional ədəddir? Fikrinizi nümunələr göstərməklə əsaslandırın. $a \neq 0$ və $a = 0$ olan hallara baxın.

12 **Praktik məşğələ.**
1. Tərəfi vahid parça olan kvadrat və onun diaqonalını çəkin.
2. Kvadratın diaqonalı üzərində yeni kvadrat qurun.
3. Bu kvadratın sahəsinin vahid kvadratın sahəsindən iki dəfə böyük olduğunu şəklə görə əsaslandırın.
4. Yeni kvadratın tərəfini ifadə edən ədədin $\sqrt{2}$-yə uyğun gəldiyini göstərin.

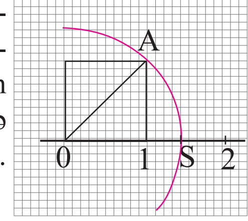


13 a) $\sqrt{2}$ ədədinin irrasional ədəd olduğunu göstərən isbatı nöqtələrin yerinə ***cüt, ixtisar olunan, ixtisar olunmayan*** sözlərindən uyğun gələnini yazmaqla dəftərinizdə yazılı olaraq tamamlayın və müzakirə edin.

İsbat: Göstərməliyik ki, kvadratı 2-yə bərabər olan rasional ədəd yoxdur. Əksini fərz edək. Tutaq ki, elə .... $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$) kəsri var ki, $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$. Buradan $m^2 = 2n^2$. $2n^2$ .... ədəd olduğundan m^2, deməli, m də cüt ədəddir: $m = 2k$ ($k \in N$). Bunu $m^2 = 2n^2$ bərabərliyində nəzərə alsaq, $4k^2 = 2n^2$, buradan da $n^2 = 2k^2$ alınar. Bu isə o deməkdir ki, n .... ədəddir. Buradan da alınır ki, $\frac{m}{n}$ kəsri ...., bu isə fərziyyəmizə ziddir. Deməli, kvadratı 2-yə bərabər olan rasional ədəd yoxdur. Yəni $\sqrt{2}$ irrasional ədəddir.

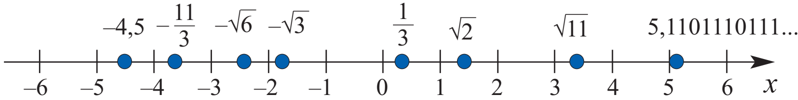
b) $\sqrt{3}$ ədədinin irrasional olduğunu siz isbat edin.

Praktik məşğələ. Ədəd oxu üzərində tərəfi vahid parçaya bərabər olan kvadrat yerləşdirin. Mərkəzi sıfır nöqtəsində olmaqla radiusu diaqonala bərabər olan və ədəd oxunu kəsən çevrə qövsü çəkin. Kəsişmə nöqtəsini qeyd edin. Bu nöqtəyə uyğun ədədlə diaqonalın uzunluğu arasındakı əlaqəni izah edin.



Həqiqi ədədlər və ədəd oxu

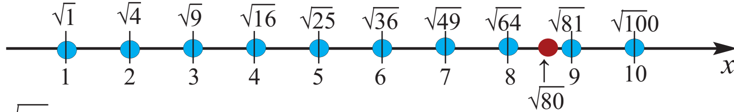
Ədəd oxunun hər bir nöqtəsinə müəyyən həqiqi ədəd və hər bir həqiqi ədədə ədəd oxu üzərində bir nöqtə uyğundur. Ədəd oxu üzərində sağda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəd solda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəddən böyükdür.



$0 < a < b$ olduqda $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ olur. Bunu həndəsi olaraq belə izah etmək olar: sahəsi böyük olan kvadratın tərəfi də böyükdür.

Nümunə 1. Ədəd oxu üzərində $\sqrt{80}$ ədədinə uyğun nöqtənin yerini təxmin edin.

Həlli: 80 ədədinə yaxın tam kvadrat ədədlər 64 və 81-dir: $64 < 80 < 81$. Onda $\sqrt{64} < \sqrt{80} < \sqrt{81}$, yəni $8 < \sqrt{80} < 9$. Deməli, $\sqrt{80}$ ədədinə uyğun nöqtə ədəd oxu üzərində 8 və 9 arasında yerləşir.



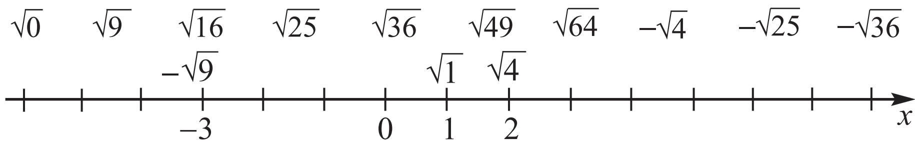
Nümunə 2. $\sqrt{10}$ və π ədədlərini müqayisə edin

Həlli: Ədədlərin sonsuz onluq kəsr şəklində yazılışından istifadə edək. $\sqrt{10} = 3{,}16227...$ və $\pi = 3{,}1415...$ olduğundan aydındır ki, $\sqrt{10} > \pi$

Öyrənmə tapşırıqları

14 1) Ədədlərə uyğun nöqtələri ədəd oxu üzərində qeyd edin.

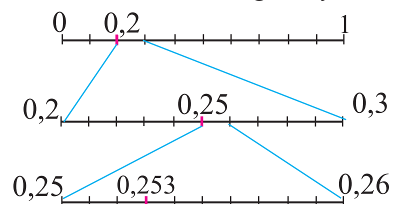
$\sqrt{0}$ $\sqrt{9}$ $\sqrt{16}$ $\sqrt{25}$ $\sqrt{36}$ $\sqrt{49}$ $\sqrt{64}$ $-\sqrt{4}$ $-\sqrt{25}$ $-\sqrt{36}$



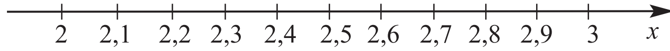
2) 1-ci tapşırıqdakı ədəd oxundan istifadə etməklə $\sqrt{27}$; $\sqrt{38}$; $\sqrt{53}$; $-\sqrt{10}$ ədədlərinə uyğun nöqtələrin yerini təxmini müəyyən edin.

15 0,538; 0,674; 0,128 ədədlərinin ədəd oxu üzərindəki yerini nümunədə verilmiş qayda ilə göstərin, vahid parçaların hansı intervala aid olduğunu yazın.

Nümunə. 0,253 onluq kəsrinin ədəd oxu üzərindəki yeri vergüldən sonrakı hər bir rəqəmin qiymətinə uyğun addım-addım göstərilmişdir. Ədəd oxu üzərində vahid parçalar 0-1; 0,2-0,3; 0,25-0,26 intervalına uyğundur.



16 a)$\sqrt{5}$; b)$\sqrt{6}$; c)$\sqrt{7}$ ədədinə uyğun nöqtə ədəd oxu üzərində hansı iki ardıcıl bölgü nöqtəsi arasında yerləşir?



17 Ədədləri müqayisə edin.

a) $-\pi$ ▭ $-4{,}3$ b) 3 ▭ $\sqrt{10}$ c) 1,5 ▭ $\sqrt{2}$ d) $-\sqrt{8}$ ▭ -3

18 Ədədləri artan sıra ilə düzün.

a) 9; $\sqrt{50}$; $\sqrt{84}$ b) $\sqrt{52}$; 7; $\sqrt{38}$ c) $\sqrt{27}$; 4,6; $\sqrt{23}$ d) $\sqrt{47}$; 6; $\sqrt{37}$

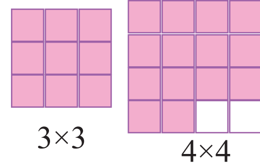
19 Hər iki ədədi: a) adi kəsrlə; b) onluq kəsrlə yazmaqla müqayisə edin.

1) 2,(6) və $\frac{17}{6}$ 2) 0,(3) və $\frac{2}{5}$ 3) 0,2(7) və $\frac{23}{65}$ 4) 0,(54) və $\frac{45}{88}$

20 Verilmiş iki ədəd arasında yerləşən üç irrasional ədəd yazın.

1) 2 və 3 2) 3 və 4 3) 5 və 6 4) 8 və 9

Praktik məşğələ. Tərəfi vahidə bərabər olan 14 eyni kiçik kvadratdan quraşdırılmış ən böyük kvadratın tərəfi neçə vahid olar? Siz bunu necə müəyyən edirsiniz? 14 ədədi hansı iki tam kvadrat olan ədədin arasında yerləşir?

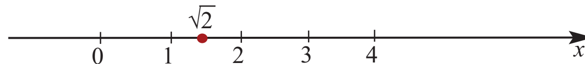


Təqribi kvadrat kök

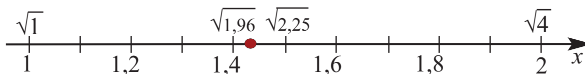
Ədədin təqribi kvadrat kökünü kalkulyatorla hesablamaq olar. Kvadrat kökün təqribi qiymətini kvadrat ədədlərdən və ədəd oxundan istifadə etməklə də təxmin etmək mümkündür.

Nümunə 1. $\sqrt{2}$ -nin təqribi qiymətini yüzdəbirə qədər dəqiqliklə tapın.

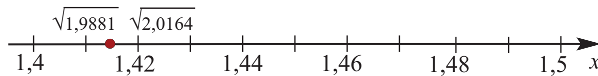
Həlli: $1 < 2 < 3 < 4$, $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4} = 2$ olduğundan $\sqrt{2}$ ədədi 1 və 2 ədədləri arasında yerləşir və təxmin etmək olar ki, 1-ə daha yaxındır.



$1{,}4^2 < 2 < 1{,}5^2$ olduğundan $\sqrt{2}$-nin 1,4 ilə 1,5 arasında yerləşdiyi tapılır.



Yüzdəbirlər rəqəmini tapmaq üçün 1,41; 1,42;...onluq kəsrlərini ardıcıl olaraq kvadrata yüksəldək. $1{,}41^2 = 1{,}9881$ və $1{,}42^2 = 2{,}0164$ olduğundan $\sqrt{2}$-nin 1,41 ilə 1,42 arasında yerləşdiyi tapılır.



Bu prosesi davam etdirməklə $\sqrt{2} = 1{,}4142...$ olduğunu müəyyənləşdirmək olar. Baxılan qayda ilə ədədin kvadrat kökünü istənilən dəqiqliklə tapmaq mümkündür. $\sqrt{2}$-nin yüzdəbirə qədər dəqiqliklə təqribi qiyməti 1,41-dir: $\sqrt{2} \approx 1{,}41$

Nümunə 2. $\sqrt{14}$ -ün təqribi qiymətini tapın.

Həlli: 14 ədədi 9 ilə 16-nın arasında yerləşir. Bu ədədlərin kvadrat kökləri uyğun olaraq 3 və 4-dür: $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$.



14-ün kvadrat kökünün tam hissəsi 3-dür. Kəsr hissəsini təqribi olaraq tapaq. Ədəd oxu üzərində 14-dən 9-a qədər 5 vahid, 9-dan 16-ya qədər 7 vahiddir.



$\sqrt{14}$ -ün kəsr hissəsini təqribi olaraq $\dfrac{14-9}{16-9} = \dfrac{5}{7}$ götürsək, təxmin etdiyimiz qiymət $\sqrt{14} \approx 3\dfrac{5}{7} \approx 3{,}714$ olar. Kalkulyatorla hesablama: $\sqrt{14} \approx 3{,}741657$

Öyrənmə tapşırıqları.

21 Kvadrat kökün hansı iki ardıcıl tam ədəd arasında yerləşdiyini müəyyən edin.

a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{11}$ c) $\sqrt{17}$ d) $\sqrt{30}$ e) $\sqrt{51}$ f) $\sqrt{15}$ g) $\sqrt{44}$ h) $\sqrt{23}$

22 Aşağıdakı cədvəli dəftərinizdə çəkin və doldurun.

Ədədin kvadrat kökü	Verilən ədədə ən yaxın və kökaltı ifadəsi tam kvadrat olan köklər	Hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşir?	Təqribi olaraq kəsrlə	Təqribi olaraq onluq kəsrlə	Kalkulya-torla he-sablama
$\sqrt{91}$	$\sqrt{81}$ və $\sqrt{100}$	9 və 10	$9\frac{10}{19}$	9,526	9,539
$\sqrt{40}$					
$\sqrt{55}$					
$\sqrt{284}$					
$\sqrt{78}$					
$\sqrt{176}$					

23 40 sayda vahid kvadratdan istifadə etməklə düzəldilən ən böyük kvadratın tərəfi neçə vahid olar? Neçə vahid kvadrat artıq qalar?

24 **Açıq tipli sual.** Elə dörd müsbət tam ədəd yazın ki, bu ədədlər tərəfi 5 vahid və 6 vahid arasında olan kvadratın sahəsini ifadə etsin. Cavablarınızı müqayisə edin.

25 Sahəsi: a) 18 sm^2; b) 30 sm^2 olan kvadratın tərəfi təxminən neçə santimetrdir? Cavabı 0,1 sm-ə qədər dəqiqliklə yazın.

26 Qədim babillilərin təqribi kökalma üsulu müasir yazılışda $\sqrt{a^2+b} \approx a + \frac{b}{2a}$ şəklində göstərilə bilər. Məsələn, $28 = 5^2 + 3$ olduğundan bu düstura görə $\sqrt{28} = \sqrt{25+3} \approx 5 + \frac{3}{2 \cdot 5} = 5{,}3$ alarıq.

Kvadrat köklərin təqribi qiymətlərini müxtəlif üsullarla tapın. Nəticələri kalkulyatorla alınmış nəticə ilə müqayisə edin.

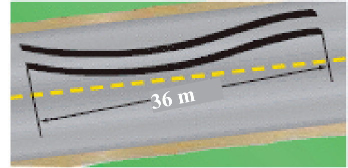
a) $\sqrt{40}$ b) $\sqrt{19}$ c) $\sqrt{70}$ d) $\sqrt{85}$

Tətbiq tapşırıqları

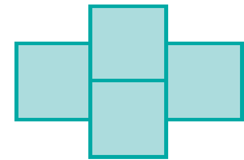
27 Sahəsi S olan dairənin radiusu $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ düsturu ilə tapılır. Dairəvi şəkil çərçivəsinin sahəsi 42 sm^2 olarsa, onun radiusu təxminən neçə santimetr olar? $\pi \approx 3$ qəbul edin. Nəticəni ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

28 Futbol topu h metr hündürlüyə qalxmışdır. Topun bu hündürlükdən yerə düşmə müddətini $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada g sərbəstdüşmə təcilidir. Top: a) 20 metr; b) 30 metr hündürlüyə qalxmışsa, t-ni tapın. $g \approx 10$ m/san^2 qəbul edin.

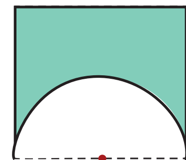
29 Tədqiqatçı avtomobilin sürətini (m/san ilə) müəyyən etmək üçün əyləci basdıqdan sonra gedilən yolun uzunluğunu (metrlə) ölçdü və $5{,}5 \cdot \sqrt{0{,}75d}$ ifadəsinin qiymətini hesabladı. Şəkildə göstərilmiş əyləc yolunun (d) izinin uzunluğuna görə bu nəqliyyatın sürətini siz də tapın. Nəticəni təkliklərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



30 Şəkildəki fiqur eyniölçülü kvadratlardan quraşdırılmışdır. Fiqurun sahəsi 128 kvadrat vahiddir. Kvadratların tərəfinin uzunluğunu təqribi olaraq tapın. Nəticəni yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



31 Sahəsi 320 m^2 olan kvadratdan şəkildə göstərildiyi kimi yarımdairə formalı sahə ayrılmışdır. Yarımdairənin sahəsi neçə kvadratmetrdir? Nəticəni ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



32 Verilmiş h hündürlükdə duran müşahidəçidən üfüqə qədər məsafəni $113\sqrt{h}$ ifadəsinin qiymətini hesablamaqla təqribi tapmaq olar.
a) hündürlüyü $h = 2{,}5$ km olan dağın zirvəsində dayanan;
b) hündürlüyü $h = 8{,}85$ km olan Everest dağının zirvəsində dayanan;
c) hündürlüyü $h = 4{,}23$ km olan Şahdağın zirvəsində dayanan müşahidəçidən üfüqə qədər məsafə təxminən neçə kilometrdir? Hesablamanı kalkulyatorla yerinə yetirin. Nəticəni ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

Praktik məşğələ.

1) Cədvəli tamamlayın.

x	-4	-3	-2	1	0	1		3	
$y = x^2$	16			1	0	1	4		16

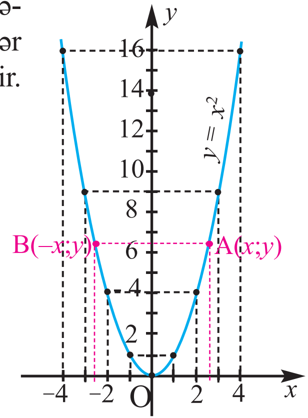
2) Koordinat müstəvisində absisləri x-in cədvəldə verilmiş qiymətinə, ordinatları isə y-in uyğun qiymətinə bərabər olan nöqtələri qeyd edin və bu nöqtələri şəkildə göstərildiyi kimi səlis xətlə birləşdirin.

3) x-ə daha bir neçə, məsələn, 1,5; 2,5 və s. qiymətləri verməklə, y-in qiymətlərini tapın və koordinatları uyğun ədədlər olan nöqtələrin də bu xəttin üzərində yerləşdiyini dəqiqləşdirin.

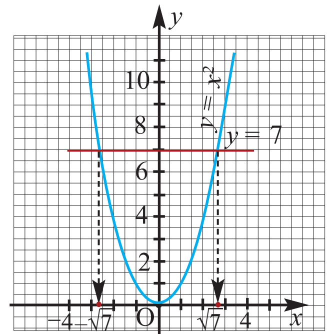
$y = x^2$ funksiyasının qrafiki

$y=x^2$ düsturu ilə verilən funksiya x-in bütün qiymətlərində təyin olunub və mənfi olmayan qiymətlər alır.

Koordinat müstəvisində absisləri arqumentin qiymətlərinə, ordinatları funksiyanın uyğun qiymətlərinə bərabər olan nöqtələr çoxluğu funksiyanın qrafikini əmələ gətirir.



$y = x^2$ funksiyasının qrafiki **parabola** adlanır. Bu parabolanın yalnız bir nöqtəsi-O(0;0) absis oxu üzərindədir, qalan nöqtələri isə yuxarı yarımmüstəvidə (x oxundan yuxarıda) yerləşir. $(-x)^2 = x^2$ olduğundan, qrafikin hər bir A($x;y$) nöqtəsinə ordinat oxuna nəzərən simmetrik B ($-x;y$) nöqtəsi uyğundur. Beləliklə, ordinat oxu $y = x^2$ parabolasının simmetriya oxudur. Simmetriya oxu ilə parabolanın kəsişmə nöqtəsi parabolanın təpə nöqtəsi adlanır. $y = x^2$ parabolasının təpə nöqtəsi koordinat başlanğıcında yerləşir.



Nümunə. $y = x^2$ parabolasının üzərində ordinatı 7-yə bərabər olan neçə nöqtə var? Bu nöqtələrin absislərinin dəqiq və təqribi qiymətlərini yazın.

Həlli: $y = x^2$ parabolası ilə $y = 7$ düz xətti iki nöqtədə kəsişir. Kəsişmə nöqtələrindən birinin absisi müsbət ədəd olduğundan 7-nin hesabi kvadrat kökünə bərabərdir: $x_1 = \sqrt{7}$. Digəri isə onunla əks işarəli ədəddir: $x_2 = -\sqrt{7}$

Qrafikdən $x_1 \approx 2{,}7$, $x_2 \approx -2{,}7$ olduğunu müəyyən edirik.

Ümumiyyətlə $a > 0$ olduqda $y = x^2$ parabolası üzərində ordinatı a-ya bərabər olan iki nöqtə var və bu nöqtələrin absisləri $\sqrt{a}$ və $-\sqrt{a}$ olur.

Nəticə. $x^2 = a$ tənliyinin: $a > 0$ olduqda iki müxtəlif kökü var: $x_1 = \sqrt{a}$, $x_2 = -\sqrt{a}$;
$a < 0$ olduqda həqiqi kökü yoxdur.
$a = 0$ olduqda tənliyi ödəyən yeganə ədəd 0-dır.

$y = x^2$ və $y = \sqrt{x}$ funksiyaları

Öyrənmə tapşırıqları.

1 M (–2; 4), N (1,2; 1,44), K (3; –9) nöqtələrindən hansılar $y = x^2$ parabolası üzərində yerləşir?

2 $y = x^2$ funksiyasının qrafikinə görə tapın:
a) $x = 0,8$; $x = 1,5$; $x = -1,5$ olduqda y-in təqribi qiymətini;
b) $y = 2$, $y = 3$, $y = 6$ olduqda x-in təqribi qiymətlərini.

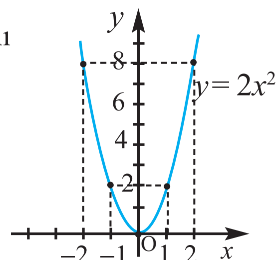
3 $y = x^2$ və $y = 4$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun. x-in hansı qiymətlərində parabola üzərindəki nöqtələr düz xətdən: a) yuxarıda; b) aşağıda yerləşir?

4 x-in bir neçə elə qiymətlərini göstərin ki, $y = x^2$ funksiyasının qiyməti: a) 9-dan böyük olsun; b) 9-dan kiçik olsun.

5 A(2;4) nöqtəsi ilə: a) ordinat oxuna nəzərən; b) absis oxuna nəzərən; c) koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olan nöqtənin koordinatlarını yazın. Bu nöqtələrdən hansılar $y = x^2$ parabolası üzərində yerləşir?

6 $y = 2x^2$ funksiyasının qrafikini qurma addımlarını araşdırın və a) $y = 3x^2$; b) $y = -2x^2$;
c) $y = \frac{1}{2}x^2$ funksiyalarının qrafiklərini qurun.

x	–2	–1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8



7 http://go.hrw.com/math/midma/gradecontent/manipulatives/GraphCalc/graphCalc.html internet ünvanında a-ya müsbət və mənfi qiymətlər verməklə $y = ax^2$ funksiyasının qrafikini qurun. a-nın işarəsindən asılı olaraq, uyğun parabolanın koordinat müstəvisində vəziyyəti haqqında müzakirələr aparın.

8 Tənliyi həll edin və $y = x^2$ parabolasının köməyilə onun köklərinin təqribi qiymətlərini tapın.
a) $x^2 = 3$ b) $x^2 = 5$ c) $x^2 = 8$ d) $x^2 = 10$

Praktik məşğələ.

1) Kalkulyatorun köməyilə x-in verilmiş qiymətləri üçün $\sqrt{x}$ -i hesablayın, nəticəni ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın və cədvəli doldurun.

x	0	0,5	1	2	3	4	5	7	9
$y=\sqrt{x}$	0		1			2			3

2) Koordinat müstəvisində koordinatları cədvəldəki ədədlərə uyğun nöqtələri qeyd edib, səlis xətlə birləşdirin.
3) x-ə mənfi qiymətlər vermək olarmı?
4) x-ə verilən qiymətlər böyüdükcə, $\sqrt{x}$-in uyğun qiymətləri necə dəyişir?

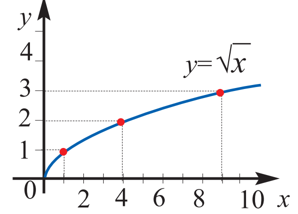
$y = x^2$ və $y = \sqrt{x}$ funksiyaları

$y = \sqrt{x}$ funksiyası və onun qrafiki

$y = \sqrt{x}$ funksiyası arqumentin mənfi olmayan qiymətlərində ($x \geq 0$) təyin olunmuşdur, qiymətlər çoxluğu da mənfi olmayan ədədlərdir (çünki mənfi ədədin kvadrat kökü yoxdur və hesabi kvadrat kök mənfi olmayan qiymətlər alır).

$y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafiki parabolanın budağıdır.

$x = 0$ olduqda $y = 0$, yəni koordinat başlanğıcı qrafikə aiddir. $x > 0$ olduqda $y > 0$, yəni qrafik I rübdə yerləşir. x-in böyük qiymətinə y-in böyük qiyməti uyğundur. Məsələn, $\sqrt{3} > \sqrt{2}$; $\sqrt{7} > \sqrt{5}$ və s.



Öyrənmə tapşırıqları

9 A (9;3), B(64;8), C(–81;9), D(81; –9) nöqtələrindən hansılar $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikinə aiddir?

10 $y = \sqrt{x}$ və $y = 6 - x$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun və kəsişmə nöqtəsini göstərin.

11 $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikindən istifadə edərək tapın:
a) $x = 10$ olduqda y-i; b) $y = 2{,}5$ olduqda x-i.

12 $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə ədədləri müqayisə edin.
a) $\sqrt{10}$ və $\sqrt{11}$ b) $\sqrt{3}$ və $\sqrt{4}$ c) $\sqrt{12}$ və $\sqrt{15}$ d) $\sqrt{8}$ və $\sqrt{9}$

13 Rəngli xanaların yerinə müqayisə işarələrindən uyğun gələnini yazın.
a) $\sqrt{17}$ ● 4 b) $\sqrt{12}$ ● 3 c) 7 ● $\sqrt{50}$ d) $\sqrt{0{,}1}$ ● 0,3

14 Fərqin işarəsini müəyyən edin.
a) $\sqrt{10} - \sqrt{14}$ b) $\sqrt{7} - \sqrt{8}$ c) $1{,}4 - \sqrt{2}$ d) $1{,}8 - \sqrt{3}$

15 Ədədləri artan sıra ilə düzün.
a) $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; 1,4; $\sqrt{3}$; 1,8 b) $-\sqrt{3}$; $-\sqrt{2}$; $-\sqrt{7}$; –3; –1,7

16 Ədədləri azalan sıra ilə düzün.
a) 0,5; $\sqrt{0{,}5}$; $(0{,}5)^2$ b) $\frac{4}{9}$; $\sqrt{\frac{4}{9}}$; $\left(\frac{4}{9}\right)^2$

17 Dairənin sahəsi $S = \pi r^2$ və ya $S = \frac{\pi d^2}{4}$ düsturu ilə hesablanır. Burada r dairənin radiusu, d dairənin diametridir.
a) r-in S-dən; b) d-nin S-dən asılılığını düsturla verin.

Hesabi kvadrat kökün xassələri

Praktik məşğələ. $\sqrt{25\cdot 4}$ və $\sqrt{25}\cdot\sqrt{4}$ ifadələrinin qiymətlərini hesablayın.

$\sqrt{25\cdot 4}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{4}$ bərabərliyi doğrudurmu?

Uyğun bərabərliyin doğruluğunu iki mənfi olmayan ədədlər seçməklə digər nümunələr üzərində yoxlayın.

Hasilin və nisbətin (kəsrin) kvadrat kökü

Mənfi olmayan vuruqların hasilinin kvadrat kökü həmin vuruqların kvadrat köklərinin hasilinə bərabərdir.

$a\geq 0$, $b\geq 0$ olarsa, $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$

Bu xassə vuruqların sayı ikidən çox olduğu hal üçün də doğrudur.

Surəti mənfi olmayan, məxrəci müsbət olan kəsrin kvadrat kökü surətin kvadrat kökünün məxrəcin kvadrat kökünə nisbətinə bərabərdir.

$a\geq 0$, $b>0$ olduqda $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Nümunə 1. Hesablayın: a) $\sqrt{64\cdot 0{,}25}$; b) $\sqrt{\dfrac{25}{144}}$

Həlli: a) $\sqrt{64\cdot 0{,}25}=\sqrt{64}\cdot\sqrt{0{,}25}=8\cdot 0{,}5=4$; b) $\sqrt{\dfrac{25}{144}}=\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{144}}=\dfrac{5}{12}$

$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ və $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ bərabərliklərində sol və sağ tərəflərin yerlərini dəyişsək, alarıq:

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b} \text{ və } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

Nümunə 2. Hesablayın: a) $\sqrt{50}\cdot\sqrt{18}$; b) $\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$

Həlli: a) $\sqrt{50}\cdot\sqrt{18}=\sqrt{50\cdot 18}=\sqrt{25\cdot 2\cdot 2\cdot 9}=\sqrt{25\cdot 4\cdot 9}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}=5\cdot 2\cdot 3=30$

b) $\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{80}{5}}=\sqrt{16}=4$

Öyrənmə tapşırıqları

1 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{64\cdot 121}$ b) $\sqrt{0{,}01\cdot 144}$ c) $\sqrt{81\cdot 36}$ d) $\sqrt{2{,}25\cdot 0{,}04}$

2 Kökün qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{\dfrac{9}{64}}$ b) $\sqrt{\dfrac{25}{121}}$ c) $\sqrt{5\dfrac{1}{16}}$ d) $\sqrt{5\dfrac{4}{9}}$

3 Kökün qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{9\cdot 81\cdot 0{,}36}$ b) $\sqrt{1{,}44\cdot 25\cdot 64}$ c) $\sqrt{5\dfrac{4}{9}\cdot 6\dfrac{1}{4}}$ d) $\sqrt{3\dfrac{3}{8}\cdot\dfrac{3}{50}}$

4 Hesablayın.

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}$ b) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}$ c) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}$ d) $\sqrt{0{,}1}\cdot\sqrt{1{,}6}$

5 Hesablayın.

a) $\sqrt{13^2-12^2}$ b) $\sqrt{122^2-22^2}$ c) $\sqrt{313^2-312^2}$ d) $\sqrt{5^2+12^2}$

6 Hesablayın.

a) $\sqrt{72 \cdot 50}$ b) $\sqrt{50 \cdot 18}$ c) $\sqrt{90 \cdot 3,6}$

d) $\sqrt{2,5 \cdot 14,4}$ e) $\sqrt{16,9 \cdot 0,4}$ f) $\sqrt{45 \cdot 80}$

Nümunə:
$\sqrt{72 \cdot 32} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 32} =$
$= \sqrt{36 \cdot 64} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{64} =$
$= 6 \cdot 8 = 48$

7 $a \geq 0$, $b \geq 0$ olduqda $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ bərabərliyinin aşağıda verilmiş isbatını dəftərinizdə tamamlayın.

Təklif	Əsası
1. $a \geq 0$, $b \geq 0$	1. Verilir.
2. $\sqrt{a} \geq 0$, $\sqrt{b} \geq 0$	2. ......
3. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$	3. ....
4. $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2$	4. Hasilin qüvvəti ....
5. $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$	5. $(\sqrt{a})^2 = a$, $(\sqrt{b})^2 = b$ eyniliyinə görə
6. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	6. Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə.

8 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{50}$ b) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52}$ c) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7}$ d) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{6}$

e) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ f) $\dfrac{\sqrt{13}}{\sqrt{52}}$ g) $\dfrac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}$ h) $\dfrac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{6}}$

9 İfadəni köklərin hasili şəklində yazın.

a) $\sqrt{15}$ b) $\sqrt{30}$ c) $\sqrt{35}$ d) $\sqrt{21}$ e) $\sqrt{42}$ f) $\sqrt{56}$ g) $\sqrt{14}$

10 İfadəni köklərin nisbəti şəklində yazın.

a) $\sqrt{\dfrac{5}{7}}$ b) $\sqrt{\dfrac{3}{10}}$ c) $\sqrt{\dfrac{a}{7}}$ d) $\sqrt{\dfrac{3}{a}}$

11 $\sqrt{3} \approx 1,73$ təqribi bərabərliyindən istifadə edərək, verilən ifadənin təqribi qiymətini tapın.

a) $\sqrt{75}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{48}$ d) $\sqrt{0,0003}$

12 Hesablayın.

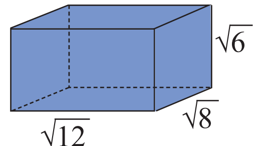
a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{0,(2)}$ b) $\sqrt{0,(2)} \cdot \sqrt{0,(8)}$ c) $\dfrac{\sqrt{13}}{\sqrt{1,(4)}}$ d) $\dfrac{\sqrt{1,(7)}}{\sqrt{0,(4)}}$

13 Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq etməklə hesablayın.

a) $\sqrt{\dfrac{165^2 - 124^2}{164}}$ b) $\sqrt{\dfrac{98}{176^2 - 112^2}}$ c) $\sqrt{\dfrac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$

14 Uzunluğu $\sqrt{48}$ sm, eni $\sqrt{12}$ sm olan düzbucaqlının sahəsini tapın.

15 Şəkildə verilmiş ölçülərinə görə düzbucaqlı paralelepipedin həcminin neçə kub vahid olduğunu tapın.



Hesabi kvadrat kökün xassələri

Araşdırma. Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə $a \geq 0$ olduqda $\sqrt{a^2} = a$ bərabərliyi doğrudur. $a < 0$ olduqda $\sqrt{a^2}$ ifadəsini necə sadələşdirmək olar?

Qüvvətin kvadrat kökü

İstənilən a üçün $a^2 = |a|^2$ bərabərliyi doğrudur. Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə $\sqrt{|a|^2} = |a|$ olduğundan $\sqrt{a^2} = \sqrt{|a|^2} = |a|$ alarıq. Deməli,
***a*-nın istənilən qiymətində $\sqrt{a^2} = |a|$ bərabərliyi doğrudur.**

$\sqrt{8^2} = |8| = 8$
$\sqrt{(-9)^2} = |-9| = 9$
$\sqrt{4a^2} = |2a| = 2|a|$
$\sqrt{\frac{x^2}{9}} = \left|\frac{x}{3}\right| = \frac{|x|}{3}$

Mütləq qiymətin tərifinə görə $|a| = \begin{cases} a, & \text{əgər } a \geq 0 \\ -a, & \text{əgər } a < 0 \end{cases}$ olduğundan alırıq ki,

$a \geq 0$ olduqda $\sqrt{a^2} = a$, $\quad a < 0$ olduqda $\sqrt{a^2} = -a$

Kökaltı ifadəni müəyyən ifadənin kvadratı şəklində göstərmək mümkün olduqda, $\sqrt{a^2} = |a|$ eyniliyindən istifadə edilir.

Nümunə. Sadələşdirin: a) $\sqrt{64a^2}$, $a \geq 0$; b) $\sqrt{25c^6}$, $c < 0$; c) $\sqrt{c^2 - 2c + 1}$

Həlli: a) $a \geq 0$ olduqda $\sqrt{64a^2} = \sqrt{(8a)^2} = |8a| = 8|a| = 8a$
b) $c < 0$ olduqda $\sqrt{25c^6} = \sqrt{(5c^3)^2} = |5c^3| = 5|c^3| = -5c^3$
c) $\sqrt{c^2 - 2c + 1} = \sqrt{(c-1)^2} = |c-1| = \begin{cases} c-1, & \text{əgər } c \geq 1 \\ 1-c, & \text{əgər } c < 1 \end{cases}$

Öyrənmə tapşırıqları

16 Doğrudurmu?

a) $\sqrt{1{,}5^2} = 1{,}5$ | b) $\sqrt{(-3{,}2)^2} = -3{,}2$ | c) $\sqrt{(-15)^2} = 15$ | d) $\sqrt{(-32)^2} = |-32|$

17 Cədvəli doldurun.

x	5	6	0	–3	–9	–5	–6	1,2	–1,2
$\sqrt{x^2}$									

18 Hesablayın.

a) $\sqrt{(-3)^6}$ b) $\sqrt{(-6)^4}$ c) $\sqrt{3^6 \cdot (-5)^2}$ d) $\sqrt{(-8)^2 \cdot 3^4}$

19 $a > 0$ olduqda ifadəni sadələşdirin.

a) $3\sqrt{a^2}$ b) $\sqrt{16a^2}$ c) $0{,}5\sqrt{4a^2}$ d) $-4\sqrt{0{,}25a^2}$

20 $c < 0$ olduqda ifadəni sadələşdirin.

a) $2\sqrt{c^2}$ b) $\sqrt{25c^2}$ c) $5\sqrt{9c^2}$ d) $-2\sqrt{0{,}36c^2}$

21 İfadəni sadələşdirin.

a) $\sqrt{49x^6}$, $x > 0$ b) $\sqrt{36x^6}$, $x < 0$ c) $\sqrt{0{,}01y^8}$ d) $\sqrt{25x^4}$

22 Hesablayın.

a) $\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}$ b) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$

23 a) $x > 1$ olduqda sahəsi $(1-x)^2$ olan kvadratın tərəfini tapın.
b) $1 < x < 3$ olduqda $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2}$ ifadəsini sadələşdirin.

Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

Vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması
Vuruğun kök işarəsi altına salınması

Nümunə 1. $\sqrt{50}$ və $4\sqrt{2}$ ədədlərini müqayisə edin.
Həlli: $\sqrt{50} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ və $5\sqrt{2} > 4\sqrt{2}$ olduğundan $\sqrt{50} > 4\sqrt{2}$ olar.
Məsələni həll etdikdə $\sqrt{50}$ -ni $5\sqrt{2}$ ilə əvəz etdik. Belə çevirməyə vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması deyilir.

Nümunə 2. $\sqrt{8a^3}$ ifadəsində vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.
Həlli: $\sqrt{8a^3} = \sqrt{4a^2 \cdot 2a} = 2|a| \cdot \sqrt{2a} = 2a\sqrt{2a}$

$\sqrt{8a^3}$ ifadəsi $a \geq 0$ olduqda mənalıdır

Nümunə 3. $\sqrt{73}$ və $6\sqrt{2}$ ədədlərini müqayisə edin.
Həlli: 6 ədədini $\sqrt{36}$ ilə əvəz edək. $6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{72} < \sqrt{73}$
$6\sqrt{2}$ ədədini $\sqrt{72}$ ilə əvəz etdik. Belə çevirmə vuruğun kök işarəsi altına salınması adlanır. Müsbət vuruq kvadrata yüksəldilərək kök işarəsi altına daxil edilir.
Vuruq mənfidirsə, əvvəlcə –1 ilə müsbət ədədin hasili şəklində yazılır, müsbət vuruq kök işarəsi altına daxil edilir, kökün qarşısında "–" işarəsi saxlanılır.

$a \geq 0$ olarsa, $a = |a| = \sqrt{a^2}$
$a < 0$ olarsa, $a = -|a| = -\sqrt{a^2}$

Nümunə 4. a) $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$

b) $-4\sqrt{3} = -1 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = -1 \cdot \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{48}$

c) $a > 0$ olduqda, $a\sqrt{2} = |a| \cdot \sqrt{2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2a^2}$

d) $a < 0$ olduqda, $a\sqrt{2} = -|a| \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2a^2}$

Öyrənmə tapşırıqları

1 Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.
a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{80}$ c) $\sqrt{48}$ d) $\sqrt{18}$ e) $\frac{1}{2}\sqrt{24}$ f) $-3\sqrt{12}$

2 Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.
a) $\sqrt{50x^3y^2}$, $y > 0$ b) $\sqrt{18x^2y^4}$, $x < 0$ c) $\sqrt{12x^5y^2}$, $y < 0$

3 Vuruğu kök işarəsi altına salın.
a) $2\sqrt{3}$ b) $-4\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $-4\sqrt{5}$ e) $\frac{1}{4}\sqrt{32}$ f) $-\frac{1}{3}\sqrt{18}$

4 Vuruğu kök işarəsi altına salın.
a) $c\sqrt{3}$, $c > 0$ b) $c\sqrt{3}$, $c < 0$ c) $x\sqrt{\frac{2}{x}}$ d) $x\sqrt{-\frac{2}{x}}$

5 Ədədləri müqayisə edin.
a) $3\sqrt{2}$ və $2\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5}$ və $5\sqrt{2}$ c) $5\sqrt{2}$ və $4\sqrt{3}$

6 Ədədləri artan sırada yazın.
a) $6\sqrt{2}$; $\sqrt{58}$; $3\sqrt{3}$; $2\sqrt{11}$ b) $2\sqrt{3}$; $4\sqrt{2}$; $2\sqrt{5}$; $\sqrt{29}$

7 Fərqin işarəsini müəyyən edin.
a) $7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

8 Verilmiş ədədin hansı iki ardıcıl tam ədəd arasında yerləşdiyini müəyyən edin.
a) $7\sqrt{2}$ b) $5\sqrt{5}$ c) $-3\sqrt{2}$ d) $4\sqrt{5}$

Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

Kvadrat kök daxil olan ifadələrin çevrilmələri

Kökaltı ifadələri eyni olan $a\sqrt{b}$ və $c\sqrt{b}$ ifadələri oxşar köklər(və ya oxşar radikallar) adlanır. Məsələn, $2\sqrt{3}$ və $5\sqrt{3}$ oxşar köklərdir. Oxşar köklərin toplanması və çıxılması $2x$ və $5x$ kimi ifadələrin islahına oxşar qayda ilə aparılır: $2x + 5x = 7x$ olduğu kimi, $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ olur.

Məsələn, hər birinin uzunluğu $\sqrt{14}$ sm olan iki taxta parçasının ümumi uzunluğu $\sqrt{14} + \sqrt{14} = 2\sqrt{14}$ sm olar.



Nümunə 1. İfadəni sadələşdirin: a) $3\sqrt{8} - 4\sqrt{2} + \sqrt{50}$; b) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24}$

Həlli: a) $3\sqrt{8} - 4\sqrt{2} + \sqrt{50} = 3\sqrt{4 \cdot 2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{25 \cdot 2} = 3 \cdot 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$
$= \sqrt{2} \cdot (6 - 4 + 5) = 7\sqrt{2}$

b) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24} = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - \sqrt{4 \cdot 6} = 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} = 5$

Nümunə 2. $\dfrac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{\sqrt{63} - 3}$ kəsrini ixtisar edin.

Həlli: $\dfrac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{\sqrt{63} - 3} = \dfrac{\sqrt{2 \cdot 7} - \sqrt{2}}{\sqrt{9 \cdot 7} - 3} = \dfrac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{2}}{3 \cdot \sqrt{7} - 3} = \dfrac{\sqrt{2} \cdot \cancel{(\sqrt{7} - 1)}}{3 \cdot \cancel{(\sqrt{7} - 1)}} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

Öyrənmə tapşırıqları

9 Sadələşdirin.

a) $2\sqrt{14} + 5\sqrt{14}$ b) $1,5\sqrt{17} - 0,8\sqrt{17}$ c) $12\sqrt{6} - 5\sqrt{6} - 7\sqrt{6}$

d) $4,5\sqrt{3} - 0,7\sqrt{3}$ e) $\dfrac{8}{11}\sqrt{17} - \dfrac{5}{11}\sqrt{17}$ f) $1,5\sqrt{13} + 1,7\sqrt{13} - 4\sqrt{13}$

10 Nümunəyə uyğun olaraq, ədədlərin tam hissələrini tapın.

a) $\sqrt{20} + \sqrt{45}$ b) $\sqrt{75} - \sqrt{48}$ c) $5\sqrt{7} - \sqrt{28}$ d) $3\sqrt{18} + 4\sqrt{2}$

e) $5\sqrt{3} - \sqrt{27}$ f) $5\sqrt{2} + \sqrt{18}$ g) $2\sqrt{54} + 7\sqrt{24}$ h) $3\sqrt{20} + 2\sqrt{45}$

Nümunə. $\sqrt{3} + \sqrt{75}$ ədədinin tam hissəsini tapın.

Həlli: $\sqrt{3} + \sqrt{75} = \sqrt{3} + \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (1 + 5) = 6\sqrt{3} = \sqrt{6^2 \cdot 3} =$
$= \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{108}$, $10 < \sqrt{108} < 11$ olduğundan verilmiş ədədin tam hissəsi 10-dur.

11 İfadəni sadələşdirin.

a) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300}$ b) $3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$

c) $\sqrt{16n} + \sqrt{25n} - \sqrt{9n}$ d) $\sqrt{3a} - 2\sqrt{12a} + 3\sqrt{75a}$

12 Sadələşdirin.

a) $\sqrt{2x} + \sqrt{9y} + \sqrt{18x}$ b) $2\sqrt{27} + \sqrt{48x} + \sqrt{12x}$

c) $\sqrt{24} + \sqrt{12} - \sqrt{6} + \sqrt{3}$ d) $\sqrt{4} + \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{36}$

13 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\sqrt{3}\cdot(\sqrt{12}+\sqrt{2})$ b) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{5}-3\sqrt{2})$

c) $(4\sqrt{3}-\sqrt{6})\cdot 2\sqrt{3}$ d) $(\sqrt{12}+2\sqrt{18})\cdot\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

14 Müqayisə edin.

Nümunə: $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ ● $\sqrt{10}$

$\sqrt{2}+\sqrt{4\cdot 2}$ ● $\sqrt{10}$

$\sqrt{2}+2\sqrt{2}$ ● $\sqrt{10}$

$3\sqrt{2}$ ● $\sqrt{10}$

$\sqrt{9\cdot 2}$ ● $\sqrt{10}$

$\sqrt{18}>\sqrt{10}$

1) $\sqrt{5}+\sqrt{5}$ ● $\sqrt{20}$

2) $\sqrt{18}+\sqrt{8}$ ● $\sqrt{54}$

3) $\sqrt{63}+\sqrt{28}$ ● $\sqrt{168}$

4) $\sqrt{200}+\sqrt{200}$ ● $\sqrt{400}$

5) $5\sqrt{27}-2\sqrt{48}$ ● $9\sqrt{2}$

15 Fiqurun perimetrini və sahəsini tapın.

a) $2\sqrt{5}$, $8\sqrt{5}$ b) $3\sqrt{8}$, $9\sqrt{2}$ c) $4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$

16 Fiqurun perimetrini tapın.

a) $4\sqrt{6}$, $3\sqrt{6}$, $5\sqrt{6}$ b) $3\sqrt{12}$, $6\sqrt{3}$, $3\sqrt{27}$ c) $5\sqrt{8}$, $17\sqrt{2}$, $15\sqrt{2}$, $9\sqrt{8}$ d) $2\sqrt{18}$, $15\sqrt{2}$, $9\sqrt{2}$, $6\sqrt{8}$

17 Sadələşdirin.

a) $(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2-\sqrt{120}$ b) $\sqrt{60}+(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$

c) $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2$ d) $\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2$

18 İfadənin qiymətini hesablayın.

a) x^2-4x+5, $x=\sqrt{5}+2$ olduqda;   b) y^2+2y+3, $y=\sqrt{3}-1$ olduqda

19 Kvadratlar fərqi düsturunu tətbiq etməklə vuruqlarına ayırın.

a) x^2-3 b) $4y^2-5$ c) $2-c^2$ d) $4-a$, $a>0$

20 Kəsri ixtisar edin.

a) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ b) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{\sqrt{8}+\sqrt{20}}$ c) $\dfrac{10-2\sqrt{5}}{\sqrt{20}-2}$ d) $\dfrac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{8}+2}$

Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

Məxrəcin irrasionallıqdan azad edilməsi

Rasional ədədlə irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili ("0"-a vurmadan başqa) və nisbəti irrasional ədəddir. İki irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili və nisbəti isə rasional ədəd ola bilər.

Nümunə1: a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=3$; b) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2=5-2=3$

$a\geq 0$, $b\geq 0$ olduqda $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a$ və $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b$ bərabərlikləri doğrudur. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ və $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ ifadələri qoşma irrasional vuruqlar adlanır. Xüsusi halda, $\sqrt{a}$-nın qoşması $\sqrt{a}$-dır. Kəsrin məxrəcini irrasionallıqdan azad etmək üçün surəti və məxrəci məxrəcin qoşmasına vurmaq lazımdır.

Nümunə2: $\dfrac{3}{\sqrt{6}}=\dfrac{3\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{3\cdot\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ *Surət və məxrəci $\sqrt{6}$-ya vuraq və sadələşdirək.*

$$\frac{3}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{3(3\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(3\sqrt{2}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+\sqrt{3})}=\frac{3(3\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{3(3\sqrt{2}+\sqrt{3})}{18-3}=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5}$$

surət və məxrəci $(3\sqrt{2}+\sqrt{3})$-ə vuraq — *müxtəsər vurma düsturuna görə* — *sadələşdirək.*

Öyrənmə tapşırıqları

21 Kəsrin məxrəcini irrasionalıqdan azad edin.

1) $\dfrac{2}{5\sqrt{3}}$ 2) $\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ 3) $\dfrac{17}{3\sqrt{2}+1}$ 4) $\dfrac{4}{2\sqrt{5}+\sqrt{12}}$ 5) $\dfrac{7}{\sqrt{18}+2\sqrt{2}+1}$

22 $a=\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$, $b=\sqrt{3}-\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$, $c=\sqrt{5}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}$ ifadələrindən hansının qiyməti irrasionaldır?

23 Müqayisə edin:

1) $a=\sqrt{7}+\sqrt{6}$ və $b=\sqrt{6}+\sqrt{5}$

2) $a=\dfrac{1}{\sqrt{12}+\sqrt{11}}$ və $b=\dfrac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{10}}$

3) $a=\sqrt{8}-\sqrt{7}$ və $b=\sqrt{7}-\sqrt{6}$

4) $a=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ və $b=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

24 a) $2-\sqrt{3}$ ədədi ilə qarşılıqlı tərs ədədi yazın.

b) $\sqrt{5}-2$ ədədinin tərsi ilə əksinin cəmini tapın.

25 Hesablayın.

1) $\dfrac{4+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{4-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ 2) $\dfrac{3+\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}+\dfrac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}$ 3) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Göstəriş: Əvvəlcə hər bir kəsrin məxrəcini irrasionallıqdan azad edin.

26 Bərabərliyin doğru olduğunu göstərin.

$$\frac{1}{3+\sqrt{8}}+\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}=1$$

Mənfi tam üstlü qüvvət

10 ədədinin 0; 1; 2 və s. üstlü qüvvətlərini ardıcıl yazaq: $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \ldots$

Bu sətirdə hər bir ədəd sonra gələn ədəddən 10 dəfə kiçikdir. Bu sətri həmin qayda ilə sola davam etdirsək, 10^0 ədədindən əvvəl $\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$ ədədini, $\frac{1}{10^1}$ ədədindən əvvəl $\frac{1}{10^2}$ ədədini və s. yazmalıyıq.

$$\ldots \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \ldots$$

10^0 ədədindən sağda hər bir qüvvətin üstü sonra gələn qüvvətin üstündən bir vahid kiçikdir. Bu qanunauyğunluğu 10^0 ədədindən soldakı ədədlər üçün davam etdirsək, onları 10 ədədinin mənfi üstlü qüvvəti şəklində:

$\frac{1}{10^1}$ əvəzinə 10^{-1}, $\frac{1}{10^2}$ əvəzinə 10^{-2} və s. yazmalıyıq.

Ümumiyyətlə isə, $a \neq 0$ olduqda, $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$ qəbul edilir.

Doğrudan da, qüvvətin əsas xassəsinin saxlanılmasını nəzərə alsaq, $a \neq 0$ üçün $a^n \cdot a^{-n} = a^{n+(-n)} = a^0 = 1$ olduğundan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ qəbul etməliyik.

Nümunə. a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$; b) $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$; c) $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = -\frac{1}{64}$.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Mənfi tam üstlü qüvvəti kəsrlə əvəz edin.
a) 10^{-4} b) a^{-2} c) $(ab)^{-3}$

2 Kəsri mənfi tam üstlü qüvvətlə əvəz edin.
a) $\frac{1}{10^5}$ b) $\frac{1}{a^3}$ c) $\frac{1}{a}$

3 a) $16; 8; 4; 2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$ ədədlərini əsası 2 olan qüvvət şəklində göstərin.
b) $\frac{1}{27}; \frac{1}{9}; \frac{1}{3}; 1; 3; 9; 27$ ədədlərini əsası 3 olan qüvvət şəklində göstərin.

4 Hesablayın.
a) 6^{-2} b) $(-1)^{-10}$ c) $(-3)^{-4}$ g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ h) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-3}$
d) -4^{-2} e) $(-4)^{-2}$ f) $-(-3)^{-2}$

5 Qüvvətin qiymətini sıfırla müqayisə edin.
a) 7^{-3} b) $1{,}6^{-4}$
c) $(-3{,}2)^{-2}$ d) $(-6{,}1)^{-5}$

6 Doğrudurmu:
a) $a > 0$ və n-tam ədəd olarsa, $a^n < 0$;
b) $a < 0$ və n-mənfi cüt ədəd olarsa, $a^n > 0$;
c) $a < 0$ və n-mənfi tək ədəd olarsa, $a^n < 0$?

7 İfadəni mənfi üstlü qüvvət daxil olmayan kəsr şəklində göstərin.
a) $2 \cdot x^{-3}$ b) $5ab^{-3}$ c) $3 \cdot x^{-1}y^{-2}$

8 Kəsri hasil şəklində göstərin.
a) $\frac{2}{b^2}$ b) $\frac{3}{x^4}$ c) $\frac{a}{b^{-3}}$

9 Hesablayın.
a) $10 \cdot 2^{-2}$ b) $3 \cdot 10^{-2}$
c) $2^{-2} + 3^{-1}$ d) $0{,}5^{-2} + 0{,}2^{-1}$

10 $0{,}8^{-2}$; 2^{-5}; 1; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$ ədədlərini azalan sırada düzün.

Tam üstlü qüvvət

Tam üstlü qüvvətin əsas xassələri

İstənilən $a \neq 0$, $b \neq 0$ həqiqi ədədləri, istənilən m və n tam ədədləri üçün qüvvətin aşağıdakı xassələri doğrudur.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad (ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Tam üstlü qüvvətlər üzərində aparılan əməllər, natural üstlü qüvvətlər üzərində əməllərin aparıldığı qayda ilə yerinə yetirilir.

Nümunə 1. $a^{-14} \cdot a^{17} = a^{-14+17} = a^3$

Eyni nəticəyə mənfi tam üstlü qüvvətin tərifinə və natural üstlü qüvvətin xassəsinə görə də gəlmək olar: $a^{-14} \cdot a^{17} = \frac{1}{a^{14}} \cdot a^{17} = \frac{a^{17}}{a^{14}} = a^3$

Nümunə 2. $(3a^2b^{-3})^{-2} = 3^{-2} \cdot (a^2)^{-2} \cdot (b^{-3})^{-2} = \frac{1}{9}\, a^{-4}b^6 = \frac{b^6}{9a^4}$

Öyrənmə tapşırıqları

11 İfadənin qiymətini tapın.

a) $5^{-2} \cdot 5^4$ b) $2^{-6} \cdot 2^4 \cdot 2^0$ c) $3^5 \cdot 3^{-3}$

d) $2^2 : 2^{-3}$ e) $3^{-2} : 3^{-4}$ f) $(2^3)^{-2} \cdot (2^{-2})^{-4} \cdot (2^{-2})^0$

12 Rəngli xanaların yerinə uyğun gələn ədədləri yazın.

$a^{\blacksquare} \cdot a^4 = a^3$ $\qquad (a^{\blacksquare})^4 = a^{-8}$ $\qquad (a^2b^{\blacksquare})^4 = a^8b^{-12}$

$(a^3b^6)^{\blacksquare} = \frac{1}{a^9b^{18}}$ $\qquad (b^2)^{-4} = \frac{1}{b^{\blacksquare}}$ $\qquad a^{\blacksquare} \cdot a^8 = a^6$

13 İfadəni eyni əsaslı qüvvətlərin hasili şəklində göstərin və qiymətini tapın.

a) $16 \cdot 2^{-3}$ b) $\frac{1}{32} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-7}$ c) $8^{-1} \cdot 4^2$ d) $9^{-4} \cdot 27^3$

14 Hesablayın. a) $8^{-2} \cdot 4^3$ b) $9^{-2} \cdot 27^2$ c) $\frac{16^{-12}}{4^{-21} \cdot 8^{-3}}$ d) $\frac{3^{-12} \cdot 9^4}{27^{-2}}$

15 İsbat edin ki, istənilən $n \in Z$ və $a \neq 0$, $b \neq 0$ üçün $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

16 Hesablayın.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ c) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$ d) $\left(-1\frac{4}{5}\right)^{-3}$

17 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{15^{-3}}$ b) $\frac{27^{-2} \cdot 4^{-1}}{6^{-5}}$ c) $\frac{81^2 \cdot 6^{-4} \cdot 21^{-5}}{14^{-5}}$

18 Sadələşdirin.

a) $2ab^{-3} \cdot 5a^{-2}b$ b) $3\frac{1}{3}\, a^5b^{-16} \cdot 0{,}6a^{-1}b^{18}$ c) $2{,}4\, a^{-5}b^2 : (0{,}2a^{-3}b^{-2})$

19 İfadəni mənfi üstlü qüvvət daxil olmayan kəsr şəklində göstərin.

a) $(2^{-3} \cdot b^3)^{-2}$ b) $(6a^{-3}b)^{-1}$ c) $\left(\frac{2}{3}x^{-5}q^2\right)^{-2}$

Ədədin standart şəkli

Elm və texnikada çox böyük müsbət ədədlərə rast gəlindiyi kimi, çox kiçik müsbət ədədlərə də rast gəlinir. Məsələn, Yerin həcmi böyük ədədlə-1083000000000 km^3-lə, su molekulunun diametri kiçik ədədlə-0,0000000003 m-lə ifadə olunur. Böyük və kiçik ədədləri adi kəsr və ya onluq kəsr şəklində oxuyub-yazmaq, onlar üzərində hər hansı əməli yerinə yetirmək əlverişli deyil. Belə olan halda ədəd $a \cdot 10^n$ şəklində göstərilir.

Məsələn, $137000 = 1,37 \cdot 10^5$ və ya $0,0000012 = 1,2 \cdot 10^{-6}$

Ədədin $a \cdot 10^n$ şəklində yazılışı ədədin standart şəkli adlanır.

Burada $1 \leq a < 10$ və n tam ədəddir. a ədədin qiymətli hissəsi , n tərtibi adlanır.

Nümunə. 1) $4350000 = 4,35 \cdot 10^6$ (tərtib 6-dır).

2) $0,00000028 = 2,8 \cdot 10^{-7}$ (tərtib –7-dir).

20 Ədədi 10-un qüvvəti ilə ifadə edin.

a) 0,01 b) 10000000 c) 0,000001 d) 0,00000001

21 Ədədi standart şəkildə yazın.

a) 48000000 b) 287000 c) 0, 0000063 d) 0, 00029

e) $57 \cdot 10^4$ f) $682 \cdot 10^7$ g) $0,21 \cdot 10^{-4}$ h) $127 \cdot 10^{-8}$

22 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $(3,5 \cdot 10^4) \cdot (4 \cdot 10^{-3})$ b) $(8,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (4 \cdot 10^7)$ c) $(8,4 \cdot 10^6) : (2 \cdot 10^{-3})$

Nümunə. 1) $(2,5 \cdot 10^5) \cdot (6 \cdot 10^{-8}) = (2,5 \cdot 6) \cdot (10^5 \cdot 10^{-8}) = 15 \cdot 10^{-3} = 1,5 \cdot 10^{-2}$

2) $(8,2 \cdot 10^{-8}) : (4 \cdot 10^{-10}) = (8,2 : 4) \cdot (10^{-8} : 10^{-10}) = 4,05 \cdot 10^2$

23 Ədədləri artan sıra ilə düzün.

$8,5 \cdot 10^{-1}$ $3,6 \cdot 10^8$ $5,85 \cdot 10^{-3}$ $2,5 \cdot 10^{-1}$ $8,5 \cdot 10^8$

24 Standart şəkildə olmayanları standart şəkildə yazın.

1) $50 \cdot 10^{-5}$ 2) $8,1 \cdot 10^{-2}$ 3) 1 200 000 4) $0,2 \cdot 10^3$ 5) $35 \cdot 10^{-6}$

25 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $8,5 \cdot 10^{-6} + 4,2 \cdot 10^{-6}$ b) $2,3 \cdot 10^{-4} – 1,8 \cdot 10^{-4}$

c) $6,3 \cdot 10^{-8} – 1,8 \cdot 10^{-9}$ d) $5,4 \cdot 10^{-7} + 2,3 \cdot 10^{-8}$

Nümunə.

1) $4,5 \cdot 10^{-7} + 8,2 \cdot 10^{-7} = (4,5 + 8,2) \cdot 10^{-7} = 12,7 \cdot 10^{-7} = 1,27 \cdot 10^{-6}$

2) $6,4 \cdot 10^{-3} – 4,1 \cdot 10^{-4} = 64 \cdot 10^{-4} – 4,2 \cdot 10^{-4} = (64 – 4,2) \cdot 10^{-4} = 59,8 \cdot 10^{-4} = 5,98 \cdot 10^{-3}$

Tətbiq tapşırıqları

26 Dəmirin sıxlığı $7,8 \cdot 10^3$ kq/m^3-dur. Uzunluğu 5 m, eni $8 \cdot 10^{-1}$ m və qalınlığı $2,5 \cdot 10^{-2}$ m olan dəmir lövhənin kütləsini tapın.

27 Bir astronomik işıq ili işığın bir il ərzində keçdiyi yoldur və bu məsafə $9,461 \cdot 10^{12}$ km-dir. Bu məsafəni kilometrlərlə ifadə edən ədəd neçə rəqəmlidir?

28 **Barel maye halında olan maddələrin (əsasən neftin) həcminin ölçü vahidi olaraq istifadə edilir. 1 barel neft təxminən 159 *l*-dir.** Mətndə verilmiş məlumatları standart şəkildə yazın. "2014-cü il ərzində BTC vasitəsilə təqribən 34,8 milyon ton (218 milyon barel) xam neft ixrac olunub və bu neft Ceyhanda 362 tankerə yüklənib." Hər tankerə eyni miqdarda neft yüklənmişsə, bir tankerə neçə barel neft yüklənmişdir?

29 **Sağlamlıq.** Reyhanın çiçək tozuna qarşı allergiyası var. Çiçək tozunun dənələrinin diametri $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ m ilə $9 \cdot 10^{-5}$ m arasındadır. Reyhangilin evindəki kondisionerin filtri $3 \cdot 10^{-7}$ m-dən böyük olan toz dənələrini tuta bilir. Bu filtr çiçəklərin toz dənələrini (pollenləri) tuta bilirmi?

30 **Mil ABŞ və Böyük Britaniyada uzunluq ölçü vahidi olaraq istifadə edilir. 1 mil ≈ 1,6 km-dir.** İşıq saniyədə 186 000 mil və ya $3 \cdot 10^5$ km yol qət edir. İşığın: a) $5 \cdot 10^5$ saniyədə; b) 365 gündə (1 ildə) keçdiyi yolu mil və kilometrlə standart şəkildə yazın.

31 **Fizika.** Maddəni təşkil edən kiçik hissəciklər olan atomun özü də daha kiçik hissəciklərdən ibarətdir. Bunlar proton, elektron və neytrondur:
protonun kütləsi $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kq, neytronun kütləsi $1{,}68 \cdot 10^{-27}$ kq,
elektronun kütləsi 0,000000000000000000000000000000911 kq-dır.
Hansı hissəcik daha yüngüldür?

32 **Kompüter.** Kompüterin yaddaşının ölçü vahidləri cədvəldə verilmişdir. CD-ROM-un yaddaşı 512 MB, DVD-ROM-un yaddaşı isə 64 GB-dır. DVD-nin yaddaşı CD-nin yaddaşından neçə dəfə çoxdur?

Kompüterin yaddaşı
1 kilobayt (KB) ≈ 1000 bayt
1 meqabayt (MB) = 1 milyon bayt
1 giqabayt (GB) = 1 milyard bayt

33 **Astronomiya.** Günəş işığının sürəti saniyədə təxminən $3 \cdot 10^8$ m-dir. Barqrafda günəş işığının hər bir planetə çatma müddəti göstərilmişdir. Bu məlumatlara əsasən planetlərlə Günəş arasındakı məsafəni hesablayın.

Günəş şüalarının planetlərə səyahəti

Planetlər	Zaman (t, san)
Yer	500
Mars	760
Yupiter	2600
Saturn	4800

Zaman oxu: 0, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000

34 **Qanın tərkibi.** Trombositlər qanın laxtalanmasında iştirak edən zərrəciklərdir. Qanın hər millilitrində təxminən $2{,}7 \cdot 10^8$ trombosit var.
a) 6 millilitr qanda neçə trombosit var?
b) Yetkinlik yaşında olan insanın bədənində təxminən 5 litr qan olur. Bu yaşda olan insanın bədənində təxminən neçə trombosit var? Uyğun məlumatları standart şəkildə yazın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 İfadələrdən hansının qiyməti irrasional ədəddir?

1) $\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{32}}{\sqrt{8}}$ 2) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 3) $\left(\dfrac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2$ 4) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

2 Hesablayın.

a) $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{9}}}}$ b) $\sqrt{20-\sqrt{20-\sqrt{20-\sqrt{16}}}}$

3 Ədədləri artan sıra ilə düzün.

1) $5\sqrt{2};\ 4\sqrt{3};\ \sqrt{47};\ \dfrac{3}{2}\sqrt{8}$ 2) $-\sqrt{8};\ -2\sqrt{3};\ -3;\ -\sqrt{\dfrac{27}{4}}$

4 $y=x^2$ və $y=6$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun. Kəsişmə nöqtələrinin absislərini tapın və onların hər birinin hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşdiyini müəyyən edin.

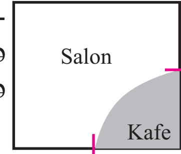
5 Uyğunluğu müəyyən edin.

1) $\sqrt{7}-3$ A) müsbət ədəddir B) mənfi ədəddir

2) $\sqrt{7}-2$ C) rasional ədəddir D) 0-a bərabərdir

3) $\sqrt{1,(7)}-1,(3)$

6 Kitab mağazasının salonu sahəsi 256 m^2 olan kvadrat şəklindədir. İki qonşu divarın ortasını birləşdirməklə bir küncündə kafe üçün sektorşəkilli yer ayrılmışdır. Kafenin sahəsi neçə kvadratmetrdir? Cavabı ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



7 Tərəfləri $4\sqrt{2}$ və $\sqrt{8}$ olan düzbucaqlı verilmişdir.

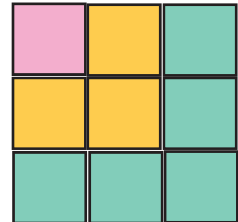
1) Bu düzbucaqlının perimetrini və sahəsini tapın.

2) Perimetri bu düzbucaqlının perimetrinə bərabər olan kvadratın sahəsini düzbucaqlının sahəsi ilə müqayisə edin. Hansı böyükdür və nə qədər böyükdür?

3) Sahəsi verilmiş düzbucaqlının sahəsinə bərabər olan kvadratın perimetrini düzbucaqlının perimetri ilə müqayisə edin.

8 $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{2}=b$ olarsa, $\sqrt{150}$ ədədini a və b ilə ifadə edin.

9 Lalənin riyaziyyat müəllimi “Sizin neçə yaşınız var?” sualına belə cavab verdi: Mənim yaşımı 1-dən başlayaraq ardıcıl tək ədədlərin cəmi şəklində göstərmək olar. Lalənin riyaziyyat müəlliminin neçə yaşı ola bilər? Sağdakı şəkil bu suala cavab verməkdə kömək edə bilər.



10 a) $b+\sqrt{b}-3=0$ olarsa, $2b^2-14b+1$ ifadəsinin qiymətini tapın.

b) $a+b=2\sqrt{6}$, $ab=2$ olduqda $|a-b|$ -ni tapın.

11 Qaçaraq şüvüllə hündürlüyə tullanan idmançının sürətini (m/san ilə) $v \approx 8\sqrt{h}$ düsturuna görə təqribi hesablamaq olar. İdmançının tullandığı hündürlük $h = 6$ m olarsa, onun sürətini tapın. Hesablamaları kalkulyatorla yerinə yetirin. Nəticəni ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



12 Standart şəkildə verilmiş x ədədinin tərtibi 8, y ədədinin tərtibi –5-dir. xy hasilinin tərtibi neçə ola bilər?

13 Uyğunluğu müəyyən edin.

1) 0,000012	A) tərtibi –4-dür
2) $0{,}072 \cdot 10^{-2} + 28 \cdot 10^{-5}$	B) tərtibi –5-dir
3) $5 \cdot 10^{3} \cdot 8 \cdot 10^{-8}$	C) tərtibi –3-dür

14 **Biologiya.** Yeni doğulan körpənin bədənində təxminən 26 000 000 000 hüceyrə, bir gəncin bədənində isə bundan təxminən $1{,}9 \cdot 10^{3}$ dəfə çox hüceyrə olur. Gənc insanın bədənində təxminən neçə hüceyrə olur?

15 Hesablayın.

a) $\sqrt{1{,}2 \cdot 3{,}7} \cdot \left(\sqrt{\dfrac{3{,}7}{1{,}2}} - \sqrt{\dfrac{1{,}2}{3{,}7}}\right)$ b) $\left(\sqrt{\dfrac{7}{6}} - \sqrt{\dfrac{6}{7}}\right) : \sqrt{42}$

16 Elə iki irrasional ədəd gostərin ki:
a) cəmi rasional olsun;
b) hasili rasional olsun.

17 İfadənin qiymətini tapın.

a) $|\sqrt{3} - 3| + |\sqrt{3} + 3|$ b) $|2+\sqrt{5}| - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$

c) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ d) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

18 Hesablayın.

a) $(\sqrt{2} - 1)^{-2} + (3 + 2\sqrt{2})^{-1}$ b) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-2} - (5 + 2\sqrt{6})^{-1}$

19 Sahəsi 825 dm^2 olan kvadratın tərəfi sahəsi 33 sm^2 olan kvadratın tərəfindən neçə dəfə böyükdür?

20 Sadələşdirin.

a) $\sqrt{4c^2} + 3c$, $c < 0$ olduqda b) $\sqrt{9c^2} + 2c$, $c > 0$ olduqda

21 Hesablayın.

a) $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{68}}{\sqrt{17}}$ b) $\dfrac{\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}}{\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}} - \sqrt{1{,}2} \cdot \sqrt{20}$

22 **Əl Həraci məsələsi.** Elə ədəd tapın ki, onu $(3 - \sqrt{5})$ -ə vurduqda 1 alınsın.

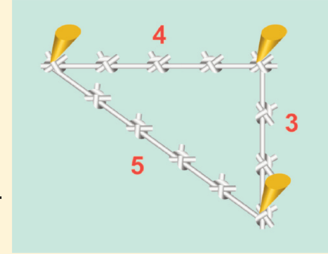
2 Pifaqor teoremi

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- Pifaqor teoremini;
- Pifaqor teoreminin tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi.

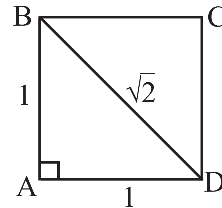
Bu maraqlıdır!

Qədim misirlilər düzbucaqlı üçbucaq qurmaq üçün düyünlərlə 12 bərabər hissəyə bölünmüş kəndirin uclarını birləşdirib 3 tərəfə dartırdılar. Tərəflər 3:4:5 nisbətində olduqda alınan üçbucaq düzbucaqlı üçbucaq olur. Tərəfləri nisbəti 3:4:5 olan üçbucaqdan qədim Misirdə düz bucaqlar qurmaq üçün, həmçinin piramidaların tikintisində istifadə etmişlər. Ola bilər ki, Pifaqor bu üçbucağın köməyilə öz teoremini bütün düzbucaqlı üçbucaqlar üçün ümumiləşdirə bilmişdir.



Araşdırma.

Tərəfi vahidə bərabər olan ABCD kvadratı və onun BD diaqonalını çəkin. Diaqonal kvadratı iki konqruyent düzbucaqlı üçbucağa ayırır. Tərəfi 1-ə bərabər olan kvadratın diaqonalının uzunluğu $\sqrt{2}$ olduğundan ΔABD-də AB və AD katetlərinin hər birinin uzunluğu 1-ə, BD hipotenuzunun uzunluğu isə $\sqrt{2}$-yə bərabərdir və $AB^2 + AD^2 = BD^2$ bərabərliyi doğrudur. Yəni ΔABD-nin katetlərinin uzunluqlarının kvadratları cəmi hipotenuzun uzunluğunun kvadratına bərabərdir. Bu təklif istənilən düzbucaqlı üçbucaq üçün doğrudurmu?

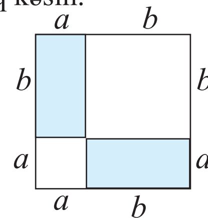


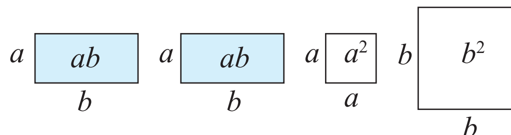
Praktik məşğələ.

1-ci addım. Kvadrat formalı eyni böyüklükdə iki karton vərəq kəsin.

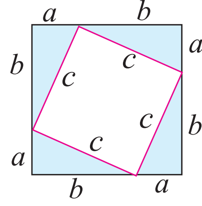
2-ci addım. Karton vərəqlərdən birinin tərəfləri üzərində şəkildə göstərildiyi kimi a və b parçalarını qeyd edin və onu iki kvadrata və iki düzbucaqlıya kəsib ayırın.

3-cü addım. Ayrılmış fiqurları şəkildəki ardıcıllıqla düzün.



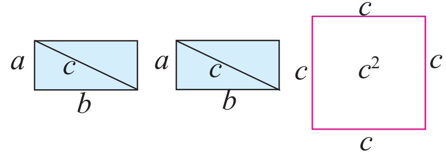


4-cü addım. İkinci vərəqin tərəfləri üzərində şəkildə göstərildiyi kimi a və b parçaları ayırın və hər birinin hipotenuzu c olan 4 düzbucaqlı üçbucaq kəsin.



5-ci addım. Bu düzbucaqlı üçbucaqların konqruyentliyi haqqında nə söyləyə bilərsiniz? Üçbucaqları kəsib götürdükdən sonra qalan fiqur hansı növ dördbucaqlı olar? Bu dördbucaqlının hər bir daxili bucağı neçə dərəcədir?

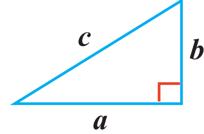
6-cı addım. Kəsilib götürülmüş fiqurları şəkildəki kimi düzün.



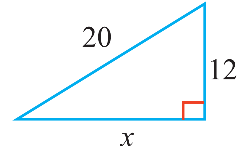
7-ci addım. 3-cü və 6-cı addımda alınmış vəziyyətləri müqayisə edin. Hansı nəticəyə gəldiniz?

Pifaqor teoremi

Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuzun kvadratı katetlərin kvadratları cəminə bərabərdir: $c^2 = a^2 + b^2$



Düzbucaqlı üçbucaqda tərəflərdən ikisi verildikdə üçüncü tərəfi Pifaqor teoreminə əsasən tapmaq olar.

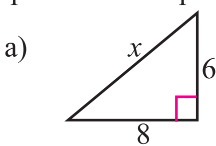


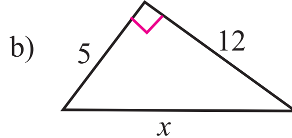
Nümunə. Şəkildəki üçbucağın naməlum katetini tapın.
Həlli: Pifaqor teoreminə görə: $x^2 + 12^2 = 20^2$. Buradan,
$x^2 = 20^2 - 12^2$; $x^2 = 400 - 144 = 256$; $x = 16$

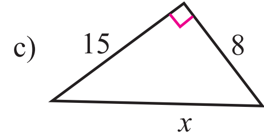
Qeyd: Məsələnin şərtində və ya şəkil üzərində ölçü vahidləri yazılmayıbsa, baxılan bütün parçaların eyni vahidlərlə verildiyi nəzərdə tutulur, məsələnin cavabı ölçüsüz yazılır.

Öyrənmə tapşırıqları.

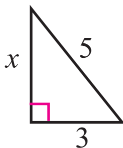
1 Pifaqor teoremini tətbiq etməklə katetləri verilmiş düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunu tapın.

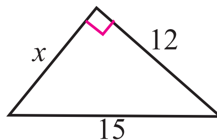
a) 

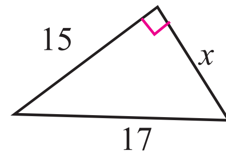
b) 

c) 

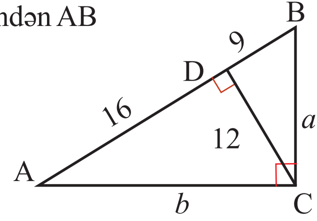
2 Pifaqor teoremini tətbiq etməklə düzbucaqlı üçbucağın naməlum katetini tapın.



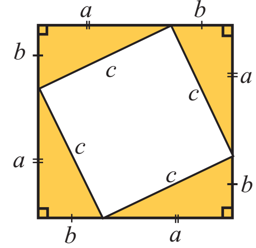




3 Düzbucaqlı ABC üçbucağında C düz bucaq təpəsindən AB hipotenuzuna CD hündürlüyü çəkilmişdir.
a) Şəkildə verilənlərə görə AC və BC katetlərinin uzunluqlarını tapın.
b) ΔABC üçün Pifaqor teoremini yazın və yazılmış bərabərliyin doğruluğunu yoxlayın.



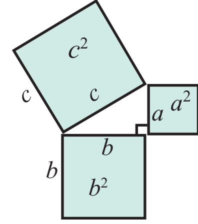
4 Pifaqor teoreminin çoxlu sayda (400-ə yaxın) müxtəlif üsullarla isbatı mövcuddur. Onlardan birini praktik məşğələdə nəzərdən keçirdik.
Bu teoremin isbatını sağdakı şəklə görə yazın.



5 Hipotenuzu $\sqrt{50}$ olan düzbucaqlı üçbucağın katetlərinin uzunluqları hansı natural ədədlərlə ifadə oluna bilər? Neçə mümkün hal var?

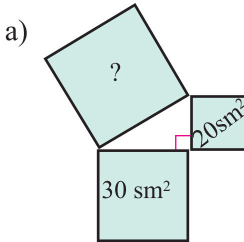
Pifaqor teoremini tərəflər üzərində qurulmuş kvadratların sahələri ilə aşağıdakı kimi ifadə etmək olar.
Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuz üzərində qurulmuş kvadratın sahəsi katetlər üzərində qurulmuş kvadratların sahələri cəminə bərabərdir:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

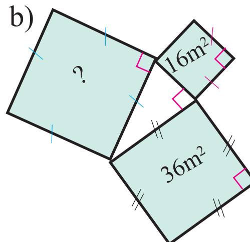


6 Sual işarəsinə uyğun kvadratın sahəsini tapın.

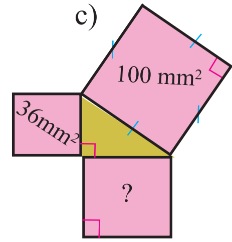
a)



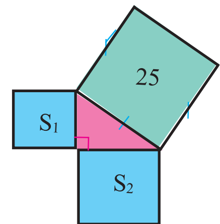
b)



c)



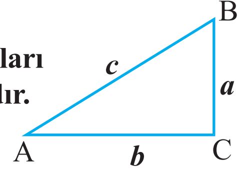
7 Hipotenuz üzərində qurulmuş kvadratın sahəsi 25 kvadrat vahid, katetlər üzərində qurulmuş kvadratların sahələri fərqi 7 kvadrat vahid olarsa, düzbucaqlı üçbucağın perimetrini tapın.



8 Düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzu üzərində qurulmuş kvadratın sahəsi katetləri üzərində qurulmuş kvadratların birinin sahəsindən 4 dəfə, digərindən isə 1 kvadrat vahid böyükdür. Üçbucağın tərəflərini tapın.

Tərs teorem

Üçbucaqda bir tərəfin kvadratı qalan iki tərəfin kvadratları cəminə bərabərdirsə, bu üçbucaq düzbucaqlı üçbucaqdır.
$c^2 = a^2 + b^2$ olarsa, ΔABC düzbucaqlı üçbucaqdır.



Tərəfləri natural ədədlərlə ifadə olunmuş düzbucaqlı üçbucaqlara Pifaqor üçbucaqları deyilir. Tərəfləri 3; 4; 5 olan üçbucaq ən çox istifadə olunan düzbucaqlı üçbucaqdır. Qədim misirlilər yer üzərində ölçmələr zamanı bu üçbucaqlardan geniş istifadə etmişlər. Bu üçbucaq Misir üçbucağı da adlanır. Həmçinin tərəfləri 5, 12, 13; 8, 15, 17; 7, 24, 25 . . . olan üçbucaqlar da Pifaqor üçbucaqlarıdır. Bu ədədlərə isə Pifaqor üçlükləri deyilir. *a, b, c* ədədləri Pifaqor üçlüyüdürsə, *ak*, *bk*, *ck* ədədləri ($k > 0$) də Pifaqor üçlüyü olur.

9 Hansı ədədlər qrupu düzbucaqlı üçbucağın tərəflərini ifadə edir?

1) 8, 15, 17 2) 7, 24, 25 3) 20, 21, 31 4) 37, 12, 34

5) $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1$ 6) $10, 12, \sqrt{22}$ 7) 2, 3, 4 8) $\sqrt{7}, 8, \sqrt{71}$

10 1) Birdən başqa ortaq vuruğu olmayan üç natural ədəd düzbucaqlı üçbucağın tərəflərini ifadə edirsə, bu ədədlərə sadə Pifaqor üçlüyü deyəcəyik. Cədvəldəki sadə Pifaqor üçlüyünü yazın.

2) *a, b, c* ədədləri Pifaqor üçlüyüdürsə, *ak*, *bk*, *ck* ədədlərinin ($k > 0$) də Pifaqor üçlüyü olmasına əsasən cədvəli doldurun.

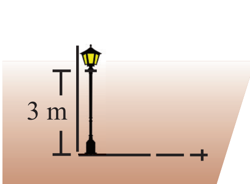
a	*b*	*c*
5	12	13
10	24	?
15	?	39
?	48	52

3) Hər bir sadə Pifaqor üçlüyünə uyğun yeni Pifaqor üçlükləri yazın:

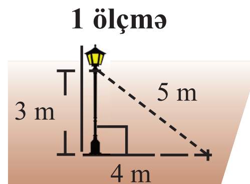
a) 8; 15; 17; b) 9; 40; 41; c) 7; 24; 25.

11 Düzbucaqlı üçbucağın iki tərəfinin uzunluğu 7 sm və 10 sm-dir. Üçüncü tərəfin uzunluğunun mümkün qiymətlərini tapın.

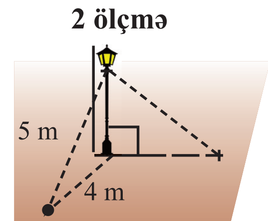
12 **Araşdırma.** Pifaqor üçlüyündən istifadə etməklə hündürlüyü 3 m olan işıq dirəyinin yerə perpendikulyar olduğunu necə yoxlamaq olar? Suala hər bir şəkildə təsvir olunanların izahını yazmaqla cavab verin.



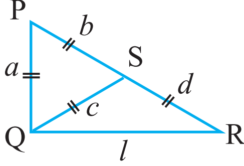
1 ölçmə



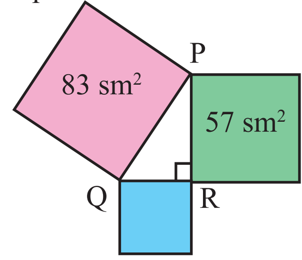
2 ölçmə



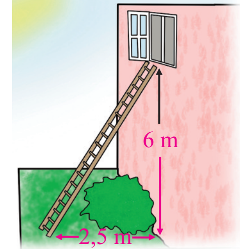
1 Verilir: ΔPQR-də $a = b = c = d$
1) İsbat edin ki, $\angle PQR = 90°$.
2) $a = 1$ olduqda l-in qiymətini tapın.



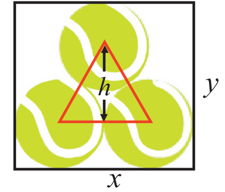
2 Şəkildə verilənlərə görə QR tərəfi üzərində qurulmuş kvadratın sahəsini tapın.



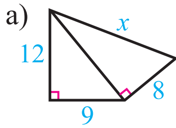
3 İkinci mərtəbənin pəncərəsi yerdən 6 m hündürlükdədir. Divardan 2,5 m aralıda nərdivan qoymaqla ikinci mərtəbəyə çıxmaq olar. Bunun üçün neçə metr uzunluqda nərdivan lazımdır?

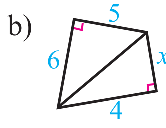


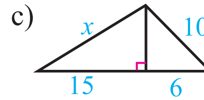
4 Tennis topları şəkildə göstərildiyi qaydada qutuya yığılmışdır. Hər bir topun diametri 6 sm-dir.
1) Qutunun x-lə işarə edilmiş ölçüsünü tapın.
2) Qutunun oturacağı kvadratşəkilli ola bilərmi? Cavabınızı y-i tapmaqla əsaslandırın.

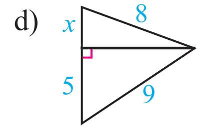


5 Verilənlərə görə x-i tapın.

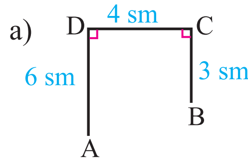
a) 

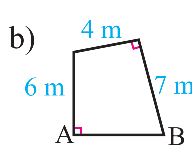
b) 

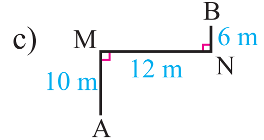
c) 

d) 

6 A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.

a) 

b) 

c) 

7 Pəncərənin hündürlüyü 180 sm, eni 240 sm, diaqonalı isə 300 sm-dir. Bu pəncərənin düzbucaqlı formasında olduğunu söyləmək olarmı?

8 Düzbucaqlı üçbucağın tərəflərinin uzunluqları ardıcıl cüt ədədlərlə ifadə olunur. Üçbucağın tərəflərini tapın.

Pifaqor teoreminin tətbiqi

9 **Araşdırma.** Bir çox Pifaqor üçlüyü tək ədədlərlə başlayır.

1) Verilən Pifaqor üçlüklərindəki birinci ədədi kvadrata yüksəldin. Bu ədədlə digər iki ədəd arasında hər hansı əlaqə varmı?

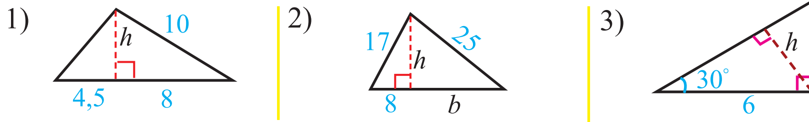
2) Pifaqor üçlüyünü x, y, $y + 1$ kimi qəbul etməklə 1-ci bənddən çıxan nəticəni y-i x-lə ifadə etməklə yazın.

3) 2-ci tapşırığın nəticəsinə görə Pifaqor ədədlərinin sonsuz sayda olduğunu söyləmək olarmı?

4) Excel proqramının köməyilə birinci ədədi 3-dən 31-ə qədər olmaqla Pifaqor üçlüklərini müəyyən edin və cədvəl qurun.

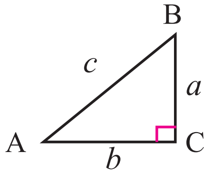
3	4	5
5	12	13
7	24	25
9	40	41
11	60	61

10 Şəkildə verilənlərə görə üçbucağın h hündürlüyünü və perimetrini tapın..

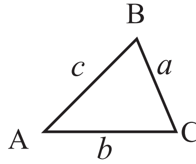


Tərəflərinin uzunluğuna görə üçbucağın növünün təyini

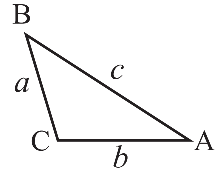
Üçbucağın tərəfləri a, b, c olsun və fərz edək ki, $a \le b \le c$.



$c^2 = a^2 + b^2$ olarsa,
$\angle C = 90^\circ$ olur.
ΔABC düzbucaqlı üçbucaqdır.



$c^2 < a^2 + b^2$ olarsa,
$\angle C < 90^\circ$ olur.
ΔABC itibucaqlı üçbucaqdır.



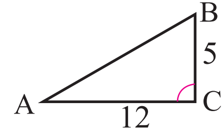
$c^2 > a^2 + b^2$ olarsa,
$\angle C > 90^\circ$ olur.
ΔABC korbucaqlı üçbucaqdır.

Nümunə: Tərəfləri a) 7; 8; 10 b) 5; 8; 10 olan üçbucağın növünü müəyyən edin.
Həlli: a) $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113 > 10^2$ olduğundan üçbucaq itibucaqlıdır.
b) $5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89 < 10^2$ olduğundan üçbucaq korbucaqlıdır.

11 Verilən tərəflərə görə üçbucaq qurmaq mümkündürmü?
Əgər mümkündürsə, bu üçbucağın düzbucaqlı, itibucaqlı və ya korbucaqlı olduğunu müəyyən edin.
Göstəriş: birinci suala cavabınızı üçbucaq bərabərsizliyi yazmaqla əsaslandırın.

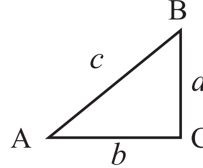
a) 16; 18; 26 b) 1; 3; $2\sqrt{2}$ c) 6; 7; 8 d) 8; 12; $4\sqrt{3}$
e) 15; 8; 17 f) 12; 36; 35 g) $\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$

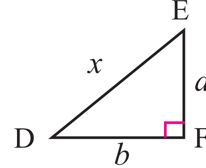
12 Δ ABC-də AC = 12, BC = 5.
a) $\angle C = 90°$; b) $\angle C > 90°$; c) $\angle C < 90°$ olarsa,
AB tərəfinin uzunluğu hansı tam qiymətlər ala bilər?



13 Pifaqor teoreminin tərs teoreminin isbatını dəftərinizdə tamamlayın.

Verilir: ΔABC, $c^2 = a^2 + b^2$
İsbat edin: $\angle C = 90^\circ$

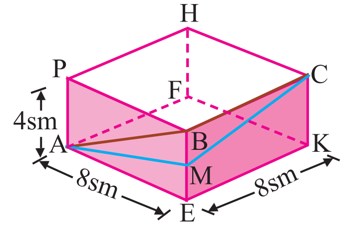




Katetləri a və b olan DEF düzbucaqlı üçbucağını çəkək və hipotenuzu x-lə işarə edək:

1. $x^2 = a^2 + b^2$	1. ΔDEF-də Pifaqor teoreminə görə
2. $c^2 = a^2 + b^2$	2. Verilir
3. $c = x$	3. ___?___
4. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$	4. Δ konqruyentliyinin ___?___ əlamətinə görə
5. $\angle F$ düz bucaqdır	5. ___?___
6. ΔABC düzbucaqlı üçbucaqdır	6. ___?___

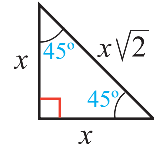
14 Düzbucaqlı paralelepipedin üzərində A və C təpələri arasındakı iki fərqli yol göstərilmişdir. M nöqtəsi BE tilinin orta nöqtəsidir. Hansı yol daha qısadır: ABC, yoxsa AMC?



Xüsusi düzbucaqlı üçbucaqlar haqqında

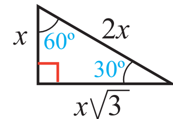
Pifaqor teoreminin köməyilə bucaqları 45º; 45º; 90º və 30º; 60º; 90º olan düzbucaqlı üçbucaqların tərəflərinin uzunluqları arasında əlaqəni qayda şəklində ifadə etmək mümkündür.

Teorem 1. Bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqlarda hipotenuz hər bir katetdən $\sqrt{2}$ dəfə böyükdür.
Tərəflərin nisbəti: $1 : 1 : \sqrt{2}$

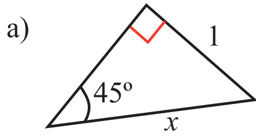


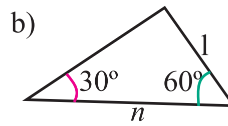
Teorem 2. İti bucaqlarından biri 30º olan düzbucaqlı üçbucaqlarda hipotenuz kiçik katetdən 2 dəfə böyükdür. Böyük katet isə kiçik katetdən $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür.

Tərəflərin nisbəti: $1 : \sqrt{3} : 2$

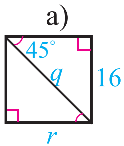


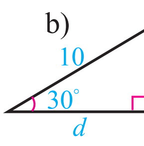
15 Teorem 1 və teorem 2-ni aşağıdakı məsələləri həll etməklə yoxlayın.

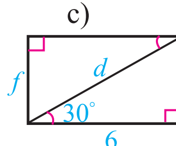
a) 

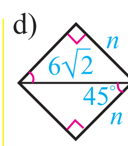
b) 

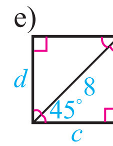
16 Dəyişənlə işarə edilmiş tərəfi və ya diaqonalı tapın.

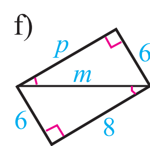
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

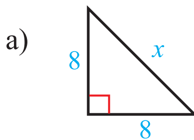
17 Verilən şərtlərə görə tələb olunan hissənin uzunluğunu tapın. Nəticəni lazım gəldikdə ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

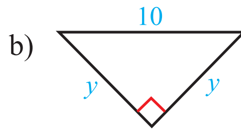
1) Tərəfi 6 sm olan bərabərtərəfli üçbucaq çəkin və hündürlüyünü tapın.

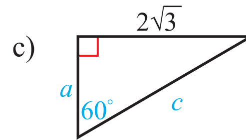
2) Kvadratın perimetri 24 m-dir. Diaqonalını tapın.

3) Kvadratın diaqonalı 16 mm-dir. Tərəfini tapın.

18 Verilməyən tərəfləri tapın.

a) 

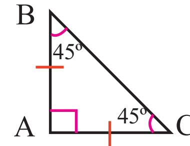
b) 

c) 

19 **Açıq tipli sual.** Diaqonalı enindən 2 dəfə uzun olan düzbucaqlı çəkin. Sonra düzbucaqlının uzunluğunu Pifaqor teoreminin köməyilə tapın. Düzbucaqlının eni, uzunluğu və diaqonalının nisbətini yazın. Cavablarınızı müqayisə edin.

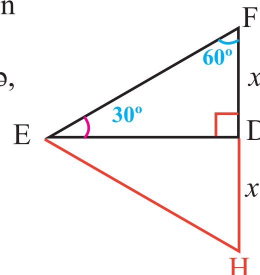
20 Teorem 1 və teorem 2-ni verilən şəkillərə görə isbat edin.

1) **Verilir:** ΔABC bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqdır.
İsbat edin: Hipotenuz hər bir katetdən $\sqrt{2}$ dəfə böyükdür.

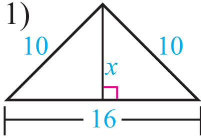


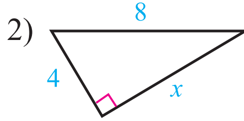
2) **Verilir:** ΔEFD iti bucaqlarından biri 30° olan düzbucaqlı üçbucaqdır.
İsbat edin: Hipotenuz kiçik katetdən 2 dəfə, böyük katet isə kiçik katetdən $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür.

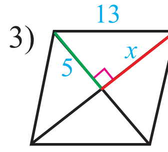
İsbat üçün plan: ΔEFD-yə konqruyent üçbucaq qurun. ΔHFE-nin bərabərtərəfli üçbucaq olduğunu isbat edin.

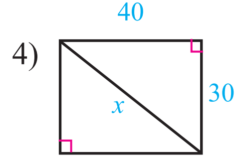


21 Verilənlərə görə x-i tapın.

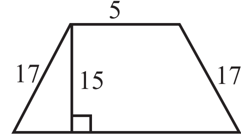




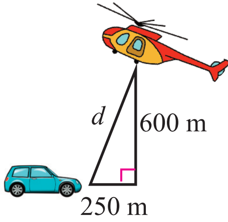


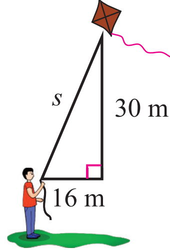


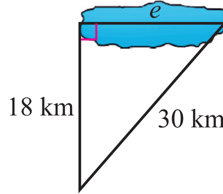
22 Şəkildə verilənlərə görə bərabəryanlı trapesiyanın perimetrini tapın.

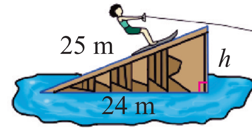


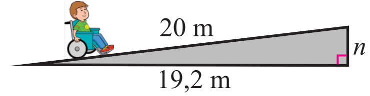
23 Şəkildə verilənlərə görə məchulların qiymətlərini tapın.



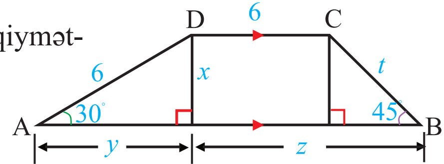




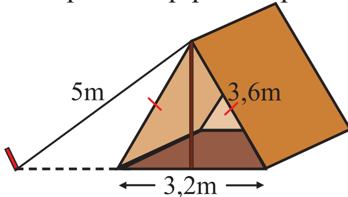




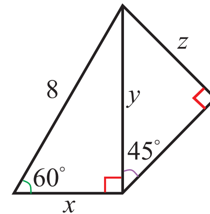
24 Şəkildə verilənlərə görə məchulların qiymətlərini tapın.



25 Çadır, dayanıqlığını artırmaq üçün dəmir məftil bağlanmış mismarla yerə bərkidilmişdir. Mismardan çadırın ən yaxın nöqtəsinə qədər olan məsafəni 0,1 m-ə qədər dəqiqliklə tapın.



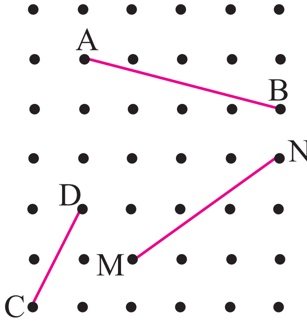
26 Şəkildə verilənlərə görə x, y, z-in qiymətlərini tapın.



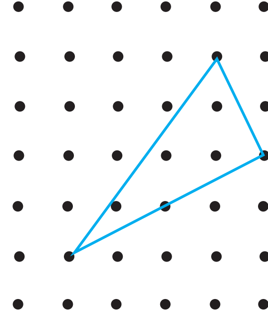
27 Elçin ölçüləri 90 m×120 m olan düzbucaqlı şəklində parkı saniyədə 1,5 m sürətlə gah diaqonalı boyu, gah da perimetri boyu piyada gəzir. Elçinin parkın bir küncündən digər küncünə diaqonal boyu keçmək üçün sərf ediyi vaxt, perimetri boyu bir tam dövrü üçün sərf etdiyi vaxtdan nə qədər azdır?

28 Həsən saat 14:00-da sürəti 60 km/saat olan avtomobillə dəmiryol vağzalından şərqə doğru hərəkətə başladı. Bir saat sonra isə Başir eyni nöqtədən şimala doğru 50 km/saat sürətlə hərəkətə başladı. Saat 16:00-da onlar arasındakı məsafə neçə kilometr olacaq?

29 Xətkeşdən istifadə etmədən, şəkildəki hər bir parçanın uzunluğunun neçə vahid olduğunu müəyyən edin.



30 Xətkeşdən istifadə etmədən, şəkildəki üçbucağın perimetrinin neçə vahid olduğunu müəyyən edin



31 Damalı kağız üzərində Pifaqor teoremindən istifadə etməklə tələb olunan uzunluqda parçaları çəkin.

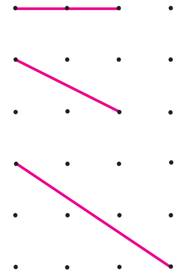
a) $\sqrt{17}$ b) $\sqrt{13}$ c) $\sqrt{10}$ d) $\sqrt{8}$

32 Şəkildə parçalar damalı kağız üzərində çəkilmişdir. Tapşırıqları yerinə yetirin.

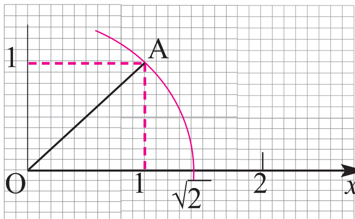
a) Hər bir parçanın uzunluğunun neçə vahid olduğunu müəyyən edin.

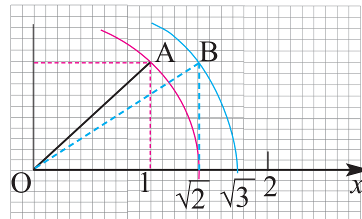
b) Bu parçalardan üçbucaq qurmaq olarmı?

c) Əgər üçbucaq qurmaq olarsa, bu üçbucaq düzbucaqlı, itibucaqlı, yoxsa korbucaqlıdır?

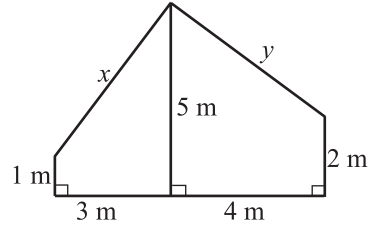


33 Aşağıdakı şəkillərdə uzunluğu $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ olan parçaların qurulması və ədəd oxu üzərində verilmiş ədədə uyğun nöqtənin qeyd edilməsi göstərilmişdir. Şəkilləri araşdırın. Uzunluğu $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ olan parçaları qurun və verilmiş ədədə uyğun nöqtəni ədəd oxu üzərində qeyd edin.

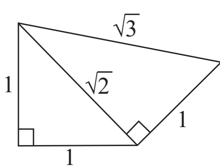


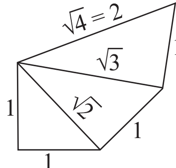


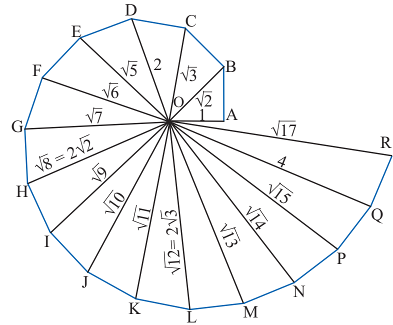
34 Şəkildə evin damının quraşdırılmasında istifadə edilən konstruksiya göstərilmişdir.
1) Bu konstruksiyada x və y-lə işarə edilmiş dəmir çubuqların uzunluqlarını tapın.
2) Bu çubuqlar arasındakı bucağın növünü müəyyən edin.
3) Materialın təqribən 2%-i itkiyə gedirsə, bu konstruksiyaya cəmi neçə metr dəmir çubuq işlənər? Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



35 **Uzunmüddətli tapşırıq. $\sqrt{n}$ ($n \in$ N) uzunluqda parçanın qurulması. Teodor spiralı.** Katetləri 1 olan düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzu $\sqrt{2}$-dir. Katetlərindən biri qurulmuş üçbucağın hipotenuzuna bərabər, digəri isə 1-ə bərabər olan ikinci düzbucaqlı üçbucağı quraq. Onun da hipotenuzu üzərində üçüncü düzbucaqlı üçbucaq quraq və s. Bu yolla qurulmuş üçbucaqların düzülüşü spiral formasında olur.

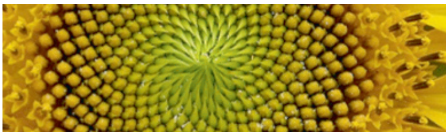






Pifaqordan 100 il sonra yaşamış yunan alimi Teodor düzbucaqlı üçbucaqlardan qurulmuş spiralvari formanın riyazi modelini yaratmışdır. Bu forma elə onun adı ilə **Teodor spiralı** adlanır. Teodor spiralına bənzər formaları təbiətdə müşahidə etmək mümkündür.

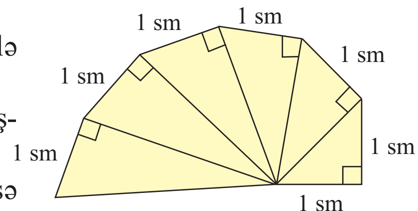






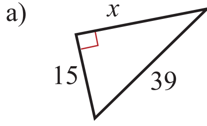
Siz də rəngləməklə Teodor spiralı üzərində müxtəlif şəkillər çəkin.

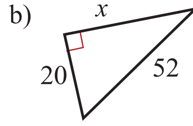
36 Şəkildəki Teodor spiralına görə tapşırıqları yerinə yetirin.
a) Düzbucaqlı üçbucaqların hər birinin hipotenuzunun hansı ədədin kvadrat kökü olduğunu müəyyən edin.
b) Kvadrat kökü kalkulyatorun köməyilə onda bir dəqiqliklə hesablayın.
c) Hər bir hipotenuzun uzunluğunu xətkeşlə ölçün.
d) b və c bəndinin nəticələrini müqayisə edin.

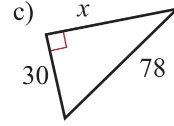


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

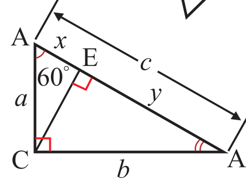
1 Aşağıdakı üçbucaqların verilməyən tərəfini bu ədədlərə uyğun sadə Pifaqor üçlüyünü tapmaqla hesablayın.
Göstəriş: verilən ədədlərin ortaq bölənini tapın.

a) 

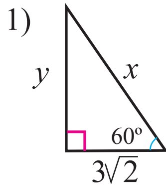
b) 

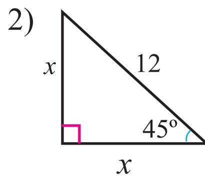
c) 

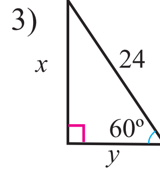
2 1) $a = 10$ olarsa, y və CE -ni tapın.
2) $x = 8$ olarsa, a, b, y-i tapın.

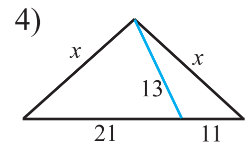


3 Şəkildə verilənlərə görə məchulların qiymətini tapın.

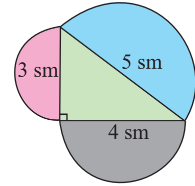
1) 

2) 

3) 

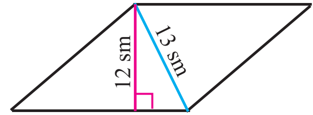
4) 

4 Düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri üzərində qurulmuş yarımdairələrin sahələrini tapın. Bu sahələr haqqında umumiləşmiş fikir yazın.



5 a) Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın hündürlüyünü tapın.
b) Hündürlüyü h olan bərabərtərəfli üçbucağın perimetrini tapın.

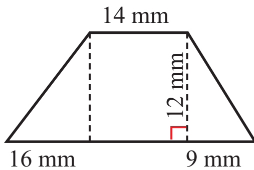
6 Şəkildə verilənlərə görə rombun tərəfini tapın.



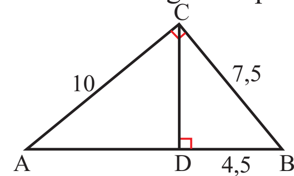
7 Tərəfləri verilən üçbucaqları bucaqlarına görə təsnif edin.

1) 4; 4; 7 2) 8; 8; $8\sqrt{2}$ 3) 20; 15; 21

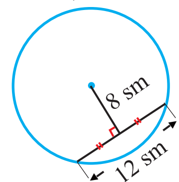
8 Şəkildə verilənlərə görə trapesiyanın perimetrini tapın.



9 Şəkildə verilənlərə görə AD-nin uzunluğunu tapın.



10 Uzunluğu 12 sm olan vətərin orta nöqtəsindən çevrənin mərkəzinə qədər məsafə 8 sm-dir. Çevrənin radiusunu tapın.
Göstəriş: Çevrənin radiuslarını çəkib, bərabəryanlı üçbucaqda medianın xassəsini tətbiq edin.



3

Kvadrat tənliklər

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- kvadrat tənlikləri müxtəlif üsullarla həll etməyi;
- kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi.

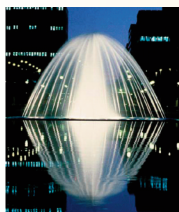
Kvadrat tənliklər inşaat, maliyyə, dizayn məsələlərinin həllində geniş tətbiq edilir.

Bu maraqlıdır!

Cəbrin "atası"adlandırılan əl-Xarəzmi 780-ci ildə indiki Özbəkistanın Xivə şəhərində doğulmuş, Bağdadda yaşamış, cəbrə aid bilgiləri sistemləşdirmiş dahi riyaziyyatçıdır.



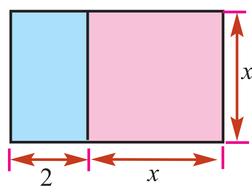
Onun adı latıncaya "Alkhorizmi", fransızcaya "Algorithme", ingiliscəyə "Augrim" şəklində keçmiş və bu gün bütün dillərdə işlədilən "Alqoritm" sözü yaranmışdır. "Algebra" və "Cəbr" sözləri onun "***Al-jabr w'al muqabala"*** əsərinin adından götürülmüşdür. Riyaziyyatda ilk dəfə "sıfır" rəqəmindən istifadə edən əl-Xarəzmi cəbri elmi və metodik şəkildə bu əsərində sistemləşdirmişdir. Əl-Xarəzmi tənliklərin həlli üçün müxtəlif üsullar vermişdir. Şəkildəki poçt markası onun 1200 illik yubileyi şərəfinə buraxılmışdır.







Kvadrat tənliklər



Araşdırma. Düzbucaqlıdan eni 2 vahid olan zolaq kəsildikdə qalan kvadratın sahəsi zolağın sahəsindən 15 kvadrat vahid böyük olur. Düzbucaqlının sahəsini necə tapmaq olar? Kvadratın tərəfini x ilə işarə etsək, $x^2 = 2x + 15$ və ya $x^2 - 2x - 15 = 0$ tənliyini alarıq. Alınmış tənlikdə bir dəyişən var və bu dəyişənin ən yüksək dərəcəsi 2-dir. Belə tənliklər kvadrat tənliklər adlanır. Bu tip məsələləri həll etmək üçün kvadrat tənliklərin müxtəlif üsullarla həlli yollarını öyrənməliyik.

Kvadrat tənliklər

Tərif. $a \neq 0$ olmaqla $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ tənliyinə kvadrat tənlik deyilir.
Burada a, b, c verilmiş ədədlər, x isə məchuldur.
a – birinci əmsal (və ya baş əmsal), b – ikinci əmsal, c – sərbəst hədd adlanır.
Məsələn, $3x^2 - x - 7 = 0$ tənliyində $a = 3$, $b = -1$, $c = -7$-dir.

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin hər iki tərəfini a – ya bölməklə, $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ tənliyini alarıq.

Burada $\frac{b}{a} = p$, $\frac{c}{a} = q$ işarə etməklə, onu $x^2 + px + q = 0$ şəklində yazmaq olar.

$x^2 + px + q = 0$ tənliyinə çevrilmiş kvadrat tənlik deyilir.
Məsələn, $2x^2 - 6x - 8 = 0$ tənliyinin hər iki tərəfini 2- yə bölməklə, onunla eynigüclü olan $x^2 - 3x - 4 = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyi alırıq.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Kvadrat tənlikləri seçin və hər bir kvadrat tənlik üçün əmsalları yazın.

a) $3x^2 + 4x - 5 = 0$ b) $\frac{3}{4}x^2 - 2x - 3 = 0$ c) $x - 4 = 5$

d) $\frac{6}{x^2} - x + 2 = 0$ e) $6x^2 + x = 0$ f) $-x^2 + 5 = 0$

2 Tənlikləri $ax^2 + bx + c = 0$ şəklinə gətirin.

1) $(x - 2)(x + 1) = (2x - 5)^2 + 1$
2) $-2(x + 5)(x - 8) = 0$
3) $(x + 3)^2 + 3(2x + 1)^2 - 54 = 0$
4) $(2x - 1)^2 = (x - 1)(x + 7)$
5) $4(x - 1)^2 + 9 = 0$
6) $(3x - 2)^2 - 15(x - 2)^2 + 12 = 0$

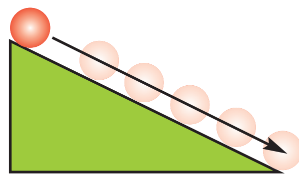
3 Verilmiş kvadrat tənliyi onunla eynigüclü olan çevrilmiş tənliyə gətirin.

a) $3x^2 + 6x - 12 = 0$ b) $2x^2 - 10x + 12 = 0$
c) $5x^2 - 4x - 1 = 0$ d) $-x^2 + 6x + 3 = 0$

4 Şəkildəki düzbucaqlının rəngli hissəsinin sahəsi 21 kvadrat vahiddir. Düzbucaqlının tərəflərinin uzunluqlarını hesablamağa imkan verən kvadrat tənliyi yazın.

	x	3
$x - 1$	$x^2 - x$	$3x - 3$
1	x	3

Kvadrat tənliklər



Araşdırma. Fizika dərsində topu şəkildə gostərildiyi kimi səth üzərində diyirləməklə təcrübə aparıldı. Hərəkətə başladıqdan t saniyə sonra topun olduğu hündürlüyün (metrlə) $h = -4{,}9t^2 + 4$ düsturu ilə tapıla bildiyi müəyyən edildi. Topun neçə saniyəyə yerə çatdığını tapmaq üçün $h = 0$ qəbul etməklə $-4{,}9t^2 + 4 = 0$ tənliyini həll edin. Düsturdakı 4 ədədinin reallıqda hansı kəmiyyətə uyğun gəldiyi haqqında düşünün.

Natamam kvadrat tənliklər

Tərif. $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyində b və c əmsallarının heç olmasa biri sıfıra bərabər olarsa, belə tənliyə natamam kvadrat tənlik deyilir.
$ax^2 = 0 \quad (b = c = 0)$, $\quad ax^2 + bx = 0 \quad (c = 0, b \neq 0)$,
$ax^2 + c = 0 \quad (b = 0, c \neq 0)$ tənlikləri natamam kvadrat tənliklərdir.

1) $ax^2 = 0$ tipli tənliklərin həlli. Tənliyin hər iki tərəfini $a \neq 0$ ədədinə bölsək, $x^2 = 0$ tənliyini alırıq. Onun kökləri $x_1 = x_2 = 0$ olar.

Nümunə 1. $3x^2 = 0$ tənliyini həll edin.
Həlli: Tənliyin hər iki tərəfini 3-ə bölək: $x^2 = 0$, $x_1 = x_2 = 0$

2) $ax^2 + bx = 0$ tipli tənliklərin həlli. Bu tip tənliklər vuruqlara ayırmaqla həll edilir: $x \cdot (ax + b) = 0$.
Hasilin sıfıra bərabər olması üçün vuruqlardan heç olmasa biri sıfır olmalıdır: yəni ya $x = 0$, ya da $ax + b = 0$. Buradan da alınır ki, $ax^2 + bx = 0$ tənliyinin biri həmişə "0" olmaqla iki kökü var: $x_1 = 0$, $\quad x_2 = -\frac{b}{a}$

Nümunə 2. $2x^2 - 5x = 0$ tənliyini həll edin.
Həlli: Tənliyin sol tərəfini vuruqlarına ayıraq: $x \cdot (2x - 5) = 0$. Buradan $x = 0$ yaxud $2x - 5 = 0$. $2x - 5 = 0$ tənliyindən $x = 2{,}5$ tapılır. Deməli, verilmiş tənliyin iki kökü var: $x_1 = 0$; $\quad x_2 = 2{,}5$

3) $ax^2 + c = 0$ tipli tənliklərin həlli.
$ax^2 + c = 0$ tənliyini $ax^2 = -c$, $x^2 = -\frac{c}{a}$ şəklində yazaq.
a və c eyni işarəlidirsə, tənliyin həqiqi kökü yoxdur (niyə?).
a və c müxtəlif işarəlidirsə, tənliyin iki kökü var: $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$ və $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$

Nümunə 3. $4x^2 - 8 = 0$ tənliyini həll edin.
Həlli: $4x^2 = 8$, $\quad x^2 = 2$, $\quad x = \pm\sqrt{2}$, $\quad x_1 = \sqrt{2}$, $\quad x_2 = -\sqrt{2}$

Öyrənmə tapşırıqları

5 Tənliyi həll edin.
1) $2x^2 = 0$; 2) $x^2 - 16 = 0$ 3) $-2x^2 = -50$ 4) $8x^2 = 2x^2$
5) $x^2 - 3 = 0$; 6) $2x^2 + x = 0$; 7) $2x^2 + 8 = 0$ 8) $3x = 2x^2$

6 Tənliyi həll edin:
a) $4x^2 = 8$ b) $\frac{x^2}{25} - 4 = 5$ c) $7x^2 - 10 = 18$
d) $6x^2 + 3x = 3x^2 - x$ e) $2x^2 - 18 = 3x^2 + 7$ f) $x^2 = 2x^2 + 2x$

7 k-nın elə qiymətlərini göstərin ki, verilmiş tənlik natamam kvadrat tənliyə çevrilsin. k-nın bu qiymətləri üçün uyğun tənliyi yazın və həll edin.

a) $2x^2 + (k - 2)x - (k + 6) = 0$ b) $2x^2 - (k + 1)x - 15 + k = 0$

8 $x^2 + c = 0$ şəklində elə tənlik yazın ki: a) iki müxtəlif kökü olsun; b) iki bərabər kökü olsun; c) həqiqi kökü olmasın.

9 Göstərin ki, $x^2 = 4$ və $|x| = 2$ tənliklərinin kökləri eynidir.

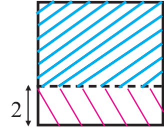
10 Tənliyi həll edin.

a) $\dfrac{x^2 - 1}{3} + \dfrac{x^2 + 1}{2} = 3{,}5$ b) $\dfrac{x^2 - 1}{2} + \dfrac{x^2 + 5}{6} = \dfrac{1}{2}$

c) $x^2 + 2x = \dfrac{2x^2 + 9x}{6}$ d) $\left(x - \dfrac{1}{3}\right)\left(x + \dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{8}{9}$

Tətbiq tapşırıqları

11 Kvadratdan eni 2 sm olan zolaq kəsildi. Kəsilmiş zolağın sahəsinin qalan sahədən 2 dəfə az olduğunu bilərək, kvadratın tərəfini tapın.



12 1) Hansı natural ədədin kvadratı həmin ədədin üç mislinə bərabərdir?

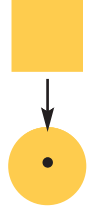
2) Uzunluğu enindən 4 dəfə böyük olan düzbucaqlının sahəsi 100 m²-dir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.

3) Sahəsi 16π sm² olan dairənin radiusu neçə santimetrdir?

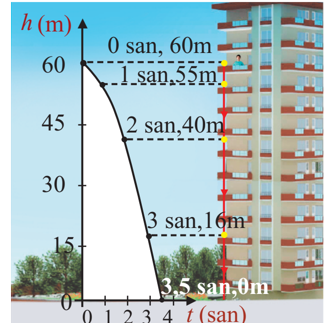
13 Bağban tərəfi 7 m olan kvadratşəkilli güllüyü eyni sahəli dairə şəklinə gətirmək istəyir.

1) Yeni sahənin radiusu təxminən neçə metr olmalıdır?

2) Sahələri eyni olan kvadratın tərəfi (a) ilə dairənin radiusu (r) arasındakı asılılığı yazın.



14 Cisim müəyyən hündürlükdən sərbəst düşdükdə onun t saniyədən sonra yer səthindən olan məsafəsini (metrlə) $h = -4{,}9t^2 + h_0$ düsturu ilə hesablamaq olar (bu zaman havanın müqaviməti nəzərə alınmır). Burada h_0 başlanğıc hündürlüyü göstərir. Cisim yerə çatdıqda $h = 0$ olur.
Şəkildə 60 m hündürlükdən üfüqi istiqamətdə atılan cismin hərəkət trayektoriyası təsvir edilmişdir. $-4{,}9t^2 + 60 = 0$ tənliyini həll etməklə cismin neçə saniyədən sonra yerə çatdığını tapın.



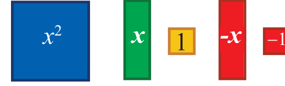
"Bu məsələnin bir müsbət, bir mənfi cavabı var" fikri doğrudurmu?

a) 120 m; b) 250 m hündürlükdən üfüqi istiqamətdə atılan cisim təxminən neçə saniyədən sonra yerə düşər?

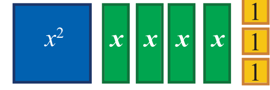
Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

Praktik məşğələ. Cəbr kartlarının köməyilə vuruqlara ayırma.

Rəngli kağızlardan şəkildə göstərildiyi kimi kartlar kəsin.

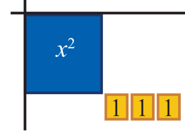


Nümunə 1. $x^2 + 4x + 3 = 0$ tənliyini vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.



Həlli: $x^2 + 4x + 3$ üçhədlisini cəbr kartlarının köməyilə vuruqlarına ayıraq.

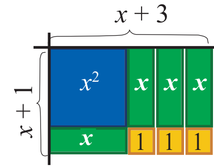
1. Əvvəlcə x^2 kartını yerləşdirək. Sonra vahidləri göstərən kartları düzbucaqlı formada düzək. Bu halda 3 sadə ədəd olduğundan yalnız bir formada düzbucaqlı düzəltmək olar (1×3).



2. x kartlarını düzməklə düzbucaqlını tamamlayaq. Alınan düzbucaqlının eni $(x+1)$, uzunluğu $(x + 3)$ olduğundan $x^2 + 4x + 3 = (x + 3)(x + 1)$ alarıq.

Tənliyi $(x + 3)(x + 1) = 0$ şəklində yazsaq, alarıq:

$x + 3 = 0$ və ya $x + 1 = 0$. Buradan, $x_1 = –3$; $x_2 = – 1$.

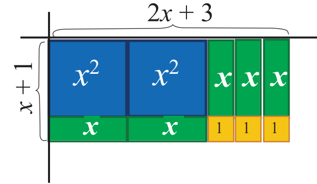


Nümunə 2. $2x^2 + 5x + 3 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Oxşar qayda ilə $2x^2 + 5x + 3$ üçhədlisini də vuruqlarına ayırmaq olar: $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x+1)$

Tənliyi $(2x + 3)(x+1) = 0$ şəklində yazsaq, alarıq:

$2x + 3 = 0$ və ya $x + 1= 0$. Buradan, $x_1 = –1{,}5$; $x_2 = –1$.

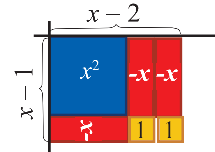


Nümunə 3. $x^2 – 3x + 2 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Şəkildən göründüyü kimi, $x^2 – 3x + 2 = (x – 1)(x – 2)$.

Tənliyi $(x – 1)(x – 2) = 0$ şəklində yazmaqla alarıq:

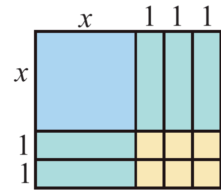
$x – 1 = 0$ və ya $x – 2 = 0$. Buradan, $x_1 = 1$; $x_2 = 2$.



Öyrənmə tapşırıqları.

1 Nümunəyə uyğun olaraq uyğun sahə modellərini çəkin və uyğun kvadrat üçhədliləri yazın.

Nümunə. $(x + 3)(x + 2) = x^2 + 5x + 6$



1) $(x + 2)(x + 6)$
2) $(x + 1)(x + 4)$
3) $(x + 4)(x + 3)$
4) $(2x + 1)(x + 3)$

2 Nümunələrə uyğun olaraq tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$
b) $x^2 – 4x – 5 = 0$
c) $x^2 + 5x + 4 = 0$
d) $x^2 – 2x + 1 = 0$
e) $x^2 – 2x – 8 = 0$
f) $x^2 + 7x + 10 = 0$

3 Cəbr kartları ilə uyğun düzbucaqlını quraşdırmaqla sol tərəfini vuruqlara ayırın və tənliyi həll edin.

1) $2x^2 + 7x + 3 = 0$
2) $2x^2 + 5x + 2 = 0$
3) $3x^2 + 4x + 1 = 0$

$x^2 + bx + c = 0$ tənliklərinin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$x^2 + bx + c = 0$ tənliyinin sol tərəfini vuruqlara ayırmaq üçün elə iki m və n ədədi tapmaq lazımdır ki (əgər belə ədədlər varsa), onların hasili c-yə, cəmi isə b-yə bərabər olsun. Doğrudan da, $m \cdot n = c$, $m + n = b$ olarsa, $x^2 + bx + c =$ $= x^2 + (m + n)x + m \cdot n = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) + n(x + m) =$ $=(x + m)(x + n)$ şəklində yazmaq olar. Aydındır ki, b və c tam ədədlər olduqda m və n də tam ədədlərdir və onlar c-nin bölənləri arasında axtarılmalıdır.Bu halda $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ olduğundan verilmiş tənliyi $(x + m)(x + n) = 0$ şəklində yazmaqla həll etmək olar.

b və c əmsallarının işarəsinin müxtəlif hallarına uyğun nümunələrə baxaq.

Nümunə 1. $x^2 + 6x + 8 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada $b = 6$, $c = 8$. b və c müsbət ədədlər olduğundan elə iki müsbət ədəd tapmalıyıq ki, hasili 8, cəmi isə 6 olsun. Bu ədədlər 2 və 4-dür.

$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$ olduğu üçün tənliyi $(x + 2)(x + 4) = 0$ şəklində yazsaq, alarıq: $x + 2 = 0$ və ya $x + 4 = 0$. Buradan, $x_1 = -2$, $x_2 = -4$ tapırıq.

8-in vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 8	9
2 və 4	6

Nümunə 2. $x^2 - 9x + 18 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada $b = -9$, $c = 18$. b mənfi, c müsbət olduğundan iki elə mənfi ədəd tapmalıyıq ki, hasili 18, cəmi -9 olsun. Bu ədədlər -3 və -6-dır.

$x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$ olduğundan tənliyi $(x - 3)(x - 6) = 0$ şəklində yazmaq olar.

Buradan $x_1 = 3$, $x_2 = 6$.

18-in vuruqları	Vuruqların cəmi
-2 və -9	-11
-3 və -6	-9

Nümunə 3. $x^2 + 5x - 14 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada $b = 5$, $c = -14$.

Hasili -14, cəmi 5 olan ədədlər -2 və 7 olduğundan $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7)$ və $(x - 2)(x + 7) = 0$ tənliyinin kökləri $x_1 = 2$, $x_2 = -7$ olur.

-14-ün vuruqları	Vuruqların cəmi
2 və -7	-5
-2 və 7	5

Nümunə 4. $x^2 - 4x - 21 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3)$ olduğuna görə $(x - 7)(x + 3) = 0$ tənliyindən $x_1 = 7$, $x_2 = -3$ tapılır.

-21-in vuruqları	Vuruqların cəmi
7 və -3	4
-7 və 3	-4

Öyrənmə tapşırıqları

4 Tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

1) $x^2 = 64$
2) $x^2 - 100 = 0$
3) $x^2 - 9x = 0$
4) $4x^2 - 25 = 0$
5) $x^2 - 4x + 3 = 0$
6) $x^2 + 2x - 3 = 0$
7) $x^2 - 3x - 10 = 0$
8) $x^2 - 6x + 5 = 0$
9) $x^2 - 3x + 2 = 0$
10) $-x^2 + 6x = 0$
11) $x^2 + 18x = -81$
12) $x^2 + 3x = 18$

5 k-nın yerinə elə ədədlər yazın ki, tənliyin kökləri tam ədədlər olsun.

1) $x^2 + kx + 24 = 0$
2) $x^2 + kx + 12 = 0$
3) $x^2 + kx + 27 = 0$

6 Sol tərəfi vuruqlarına ayrılmış $(x - m_1)(x - m_2) = 0$ şəklində kvadrat tənliyin kökləri m_1 və m_2 ədədlərinə bərabərdir. Verilmiş köklərinə görə çevrilmiş kvadrat tənlikləri yazın.

1) 1 və –3 2) –8 və –2 3) 3 və –3 4) –5 və 2

5) 2 və $-\frac{1}{3}$ 6) $\frac{2}{3}$ və $-\frac{2}{3}$ 7) $\frac{5}{4}$ və $\frac{1}{2}$ 8) 9 və $\frac{1}{6}$

Nümunə. 1) 1 və –3; $(x - 1)(x + 3) = 0$; $x^2 + 3x - x - 3 = 0$; $x^2 + 2x - 3 = 0$

7 Tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

$x^2 + 3x + 2 = 0$	$z^2 - 3z - 4 = 0$	$m^2 - 5m - 14 = 0$
$x^2 + 5x + 6 = 0$	$x^2 - 13x + 12 = 0$	$x^2 + x - 20 = 0$
$x^2 + 7x + 10 = 0$	$r^2 - 11r + 18 = 0$	$x^2 - 3x - 40 = 0$
$x^2 + 10x + 16 = 0$	$x^2 - 10x + 24 = 0$	$c^2 + 2c - 63 = 0$
$y^2 + 13y + 36 = 0$	$n^2 - 12n + 27 = 0$	$x^2 + 10x - 75 = 0$
$x^2 + 22x + 40 = 0$	$x^2 - 13x + 36 = 0$	$t^2 - 7t - 44 = 0$

8 Kökləri –7 və 5 olan kvadrat tənliyi Fəridə, Elmir və Sona aşağıdakı kimi yazmışlar. Kim tapşırığı düzgün yerinə yetirmişdir?

Fəridə	Elmir	Sona
$(x + 7)(x - 5) = 0$	$(x - 7)(x + 5) = 0$	$(x - 7)(x - 5) = 0$
$x^2 + 2x - 35 = 0$	$x^2 - 2x - 35 = 0$	$x^2 - 12x + 35 = 0$

9 Tənliklərdən hansının kökləri tam ədədlər deyil?

a) $x^2 - 3x - 18 = 0$ b) $n^2 - 3n + 9 = 0$ c) $r^2 + 2r - 63 = 0$

d) $x^2 + x - 12 = 0$ e) $x^2 + 2x - 13 = 0$ f) $x^2 + 8x + 15 = 0$

10 Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi ilə sol tərəfini vuruqlarına ayırın və tənliyi həll edin.

1) $0{,}25t^2 - 0{,}16 = 0$ 2) $(x + 3)^2 + 3(x + 3) - 54 = 0$

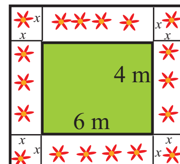
3) $3600z^2 - 4900 = 0$ 4) $(x - 2)^2 - 15(x - 2) + 56 = 0$

Tətbiq tapşırıqları

11 Düzbucaqlının sahəsi 28 m^2-dır. Bu düzbucaqlının tərəflərinin uzunluqları (metrlə) hansı tam ədədlər ola bilər?

12 Ölçüləri 24 sm × 16 sm olan bəzəkli taxta lövhənin kənarları boyu eni eyni qalmaqla sahəsi 276 sm^2 olan rəngli taxta haşiyə yapışdırıldı. Haşiyənin enini tapın. Məsələyə uyğun şəkli çəkin.

13 Tahir dayı ölçüləri 4m×6m olan bağçanın kənarlarına güllər əkməklə onun sahəsini bağçanın sahəsi qədər genişləndirdi. Güllük sahənin enini tapın.



14 1) $x^2 + bx + c$ üçhədlisini vuruqlara ayırarkən c-nin işarəsini necə nəzərə alırsınız? Nümunələr göstərməklə ümumiləşdirin.

2) b-nin hansı qiymətlərində $x^2 + bx + 7 = 0$ tənliyinin kökləri tam ədədlər olar?

Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliklərinin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin sol tərəfini vuruqlara ayırmaq üçün elə m və n ədədləri tapmaq lazımdır ki, $mn = ac$, $m+n=b$ olsun. Bu halda

$ax^2 + bx + c = ax^2 + mx + nx + c = x(ax + m) + (nx + c) = x(ax + m) + \frac{n}{a}(ax + m) =$
$= (ax + m)(x + \frac{n}{a})$ olduğundan verilmiş tənliyi $(ax + m)(x + \frac{n}{a}) = 0$ şəklində yazaraq həll etmək olar.

Nümunə 1. $2x^2 + 6x + 4 = 0$ tənliyini həll edin.
Həlli: $2x^2 + 6x + 4 = 2x^2 + mx + nx + 4$ kimi yazaq. Bu halda $mn = 2 \cdot 4 = 8$, $m + n = 6$. Hasili 8,cəmi 6 olan ədədlər 2 və 4-dür.

8-in vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 8	9
2 və 4	6

$2x^2 + mx + nx + 4 = 2x^2 + 2x + 4x + 4 =$
$= (2x^2 + 2x) + (4x + 4) = 2x(x + 1) + 4(x + 1) = (x + 1)(2x + 4)$ olduğundan tənliyi $(2x + 4)(x+1) = 0$ şəklində yazıb alarıq: $2x + 4 = 0$ və ya $x + 1 = 0$.
Buradan, $x_1 = -2$; $x_2 = -1$

Nümunə 2. $4x^2 - 13x + 10 = 0$ tənliyini həll edin.
Həlli: $a = 4$, $b = -13$, $c = 10$. $ac = 4 \cdot 10 = 40$. ac hasili müsbət, b isə mənfi olduğundan, m və n ədədlərinin hər ikisi mənfi olmalıdır. Hasili 40 olan mənfi tam ədədlər cütündən cəmi –13-ə bərabər olanını seçək. Bu ədədlər –5 və –8 -dir.

40-ın vuruqları	Vuruqların cəmi
– 4 və –10	–14
–5 və –8	–13

$4x^2 - 13x + 10 = 4x^2 - 5x - 8x + 10 =$
$= x(4x - 5) - 2(4x - 5) = (4x - 5)(x - 2)$.
$(4x - 5)(x - 2) = 0$ tənliyindən alırıq:
$4x - 5 = 0$ və ya $x - 2 = 0$. Buradan $x_1 = 1{,}25$; $x_2 = 2$

Nümunə 3. $4x^2 - 5x + 4$ üçhədlisində $mn = 16$, $m + n = -5$. 16-nın mənfi tam ədədlərlə vuruqlarının siyahısını yazaq. Göründüyü kimi, $mn = 16$, $m + n = -5$ şərtlərini ödəyən tam ədədlər yoxdur. Deməli, bu üçhədlini tam ədədlərdən istifadə etməklə vuruqlarına ayırmaq mümkün deyil.

16-nın vuruqları	Vuruqların cəmi
–4 və –4	–8
–2 və –8	–10
–1 və –16	–17

Öyrənmə tapşırıqları

15 Cədvəli dəftərinizdə çəkib doldurun.

Kvadrat üçhədlinin vuruqları	$ax^2 + mx + nx + c$	$ax^2 + bx + c$	$m + n = b$	$mn = ac$
$(2x + 1)(x + 4)$	$2x^2 + 8x + x + 4$	$2x^2 + 9x + 4$	$8 + 1 = 9$	$8 \cdot 1 = 2 \cdot 4$
$(x + 1)(2x - 4)$				
$(2x - 1)(4x + 1)$				
$(3x + 1)(x + 5)$				
$(4x - 3)(2x - 1)$				

16 Tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

1) $6x^2 + 5x - 1 = 0$
2) $2x^2 - 5x - 3 = 0$
3) $2x^2 - 7x + 5 = 0$
4) $4x^2 - 8x + 3 = 0$
5) $4x^2 - 7x - 11 = 0$
6) $3x^2 - 13x - 30 = 0$
7) $4x^2 + 8x + 3 = 0$
8) $2x^2 + 5x - 3 = 0$
9) $3x^2 - 11x + 8 = 0$

17 Verilən kvadrat tənliklərdən sol tərəfini tam ədədlərlə vuruqlarına ayırmaq mümkün olanları həll edin, digərlərinin qarşısında isə $*$ işarəsi yazın.

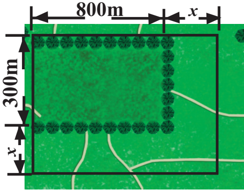
$4x^2 + 7x + 14 = 0$
$2x^2 + 7x + 6 = 0$
$4x^2 - 12x + 5 = 0$

$2x^2 - 3x - 9 = 0$
$5x^2 + 3x + 4 = 0$
$3x^2 - 2x - 8 = 0$

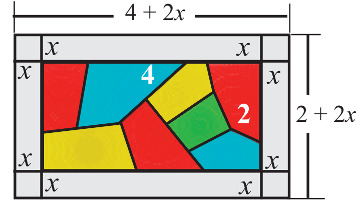
$3x^2 - 8x + 11 = 0$
$4x^2 + 22x + 10 = 0$
$3x^2 - 8x + 15 = 0$

Tətbiq tapşırıqları

18 Ölçüləri 300 m × 800 m olan yaşıllıq sahəsinin ölçülərini şəkildə göstərildiyi qaydada dəyişməklə, onun sahəsinin 1,5 dəfə artırılması nəzərdə tutulur. Yeni sahənin ölçülərini müəyyən edin.



19 Usta ölçüləri 2 m və 4 m olan şəbəkə pəncərənin kənarlarına sahəsi 7 m² olan şüşədən haşiyə quraşdırmalıdır. Haşiyənin eni nə qədər olmalıdır?



20 Düzbucaqlının eni uzunluğundan 18 sm qısadır. Düzbucaqlının sahəsinin 319 sm² olduğunu bilərək, onun perimetrini tapın.

21 Şəkildə verilənlərə görə x dəyişəninin qiymətini tapın.

Sahəsi:
64 kvadrat vahid



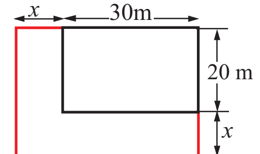
Sahəsi:
36 kvadrat vahid



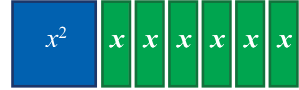
22 Nailə ölçüləri 40 sm × 48 sm olan parça üzərində naxışlar tikdi. O, tikməsinin kənarlarına sahəsi 180 sm² olan naxışlı parçadan haşiyə tikmək istəyir. Bu haşiyənin eni tikmənin kənarları boyu eyni qalmaqla neçə santimetr olar?

23 **Qədim Çin məsələsi.** Uzunluğu məlum olmayan bir çubuqla qapını ölçdülər. Çubuğun uzunluğu qapının enindən 4 ch'ih, hündürlüyündən isə 2 ch'ih uzundur, diaqonalı isə çubuqla eyni uzunluqdadır. Qapının ölçülərini tapın.
Qeyd: 1ch'ih təxminən 30 sm-dir və Çində ölçü vahidi olaraq istifadə edilir.

24 **Açıq tipli sual.** Şəklə uyğun məsələ qurun və həll edin.

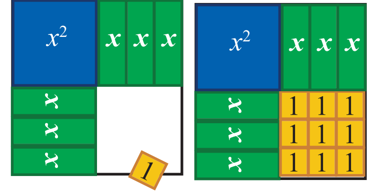


Tam kvadrat ayırmaqla kvadrat tənliklərin həlli



Araşdırma. Şəkildəki cəbr kartları $x^2 + 6x$ ifadəsinə uyğundur.

1. x kartlarını bərabər sayda olmaqla iki hissəyə ayıraraq şəkildə göstərilən qaydada yerləşdirək.
2. Modeli kvadrata tamamlamaq üçün 3×3 sayda vahid cəbr kartları lazımdır.
3. Tamamlanmış kvadrata uyğun üçhədli $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ olur.
4. Uyğun bir nümunə də siz əlavə edin.
5. Əlavə edilən vahid kartlarla b əmsalının arasında hər hansı bir əlaqə varmı? Bu əlaqəni müəyyən edin.



Tam kvadrat ayırma üsulu

$x^2 + bx$ şəklində ikihədliyə $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ həddi əlavə edilsə, tam kvadrata tamamlanar:

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

Nümunə 1. $x^2 - 5x - 6 = 0$ tənliyini həll edin.

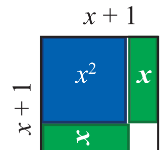
Həlli. Tənliyi $x^2 - 5x = 6$ şəklində yazıb, hər iki tərəfinə $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ əlavə edək:

$x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 6 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$. Buradan $x - \frac{5}{2} = \pm\frac{7}{2}$

alırıq ki, onu da $x = \frac{5}{2} \pm \frac{7}{2}$ şəklində yazmaqla taparıq:

$$x_1 = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = 6; \quad x_2 = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -1$$

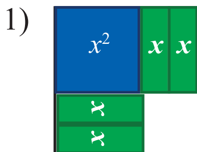
Nümunə 2. $x^2 + 2x - 3 = 0$ tənliyini tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll edin.

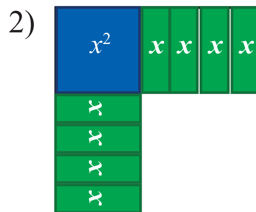


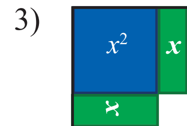
Həlli: Tənliyi əvvəlcə $x^2 + 2x = 3$ şəklində yazaq.
Sol tərəfdəki ifadəyə uyğun sahə modelinin kvadrat olması üçün vahidləri göstərən 1 cəbr kartı çatışmır.
Tənliyin hər iki tərəfinə 1 əlavə edib, sol tərəfi ikihədlinin kvadratı şəklində yazaq: $x^2 + 2x + 1 = 3 + 1$, $(x + 1)^2 = 4$. Buradan $x + 1 = \pm 2$ alırıq ki, onu da $x = -1 \pm 2$ şəklində yazmaqla taparıq: $x_1 = -1 + 2 = 1$, $x_2 = -1 - 2 = -3$.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Modelləri kvadrata tamamlayın. Cəbr kartlarının ümumi sahəsini və kvadratın tərəfinin uzunluğunu göstərən ifadələri yazın.

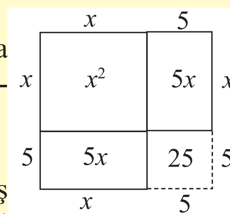
1) 

2) 

3) 

Tam kvadrat ayırmaqla kvadrat tənliklərin həlli

Tarixi məlumat. Tam kvadrat ayırmaqla tənliklərin həll üsulu ilk dəfə əl-Xarəzmi tərəfindən verilmişdir. Əl-Xarəzmi $x^2 + 10x = 39$ tənliyinin sol tərəfini tam kvadrata tamamlamaqla aşağıdakı kimi həll etmişdir. O, tənliyin hər iki tərəfinə $(10/2)^2$ əlavə etmişdir.
$x^2 + 10x + 25 = 39 + 25$, $(x + 5)^2 = 64$, $x + 5 = \pm 8$
$x_1 = 3$, $x_2 = -13$. Əl-Xarəzmi -13-ü nəzərə almamış və cavabı $x = 3$ kimi yazmışdır. Əl-Xarəzmi həlli həmçinin həndəsi olaraq şəkildəki kimi də göstərmişdir.



2 Rəngli xanaların yerinə elə ədədlər yazın ki, verilmiş ifadə ikihədlinin kvadratı olsun. Həlli sahə modeli ilə də təqdim edin.

$x^2 + 8x + \square$ $\quad$ $x^2 + 4x + \square$ $\quad$ $x^2 + 10x + \square$

$x^2 - 12x + \square$ $\quad$ $x^2 - x + \square$ $\quad$ $x^2 + 3x + \square$

3 Tənliyi tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 - 2x = 8$ $\quad$ b) $x^2 - 4x = 21$ $\quad$ c) $x^2 + 6x = 16$
d) $x^2 + 2x - 3 = 0$ $\quad$ e) $x^2 + 6x - 7 = 0$ $\quad$ f) $x^2 + 3x - 10 = 0$
g) $x^2 - 20x + 36 = 0$ $\quad$ h) $x^2 - 3x = 4$ $\quad$ i) $x^2 - x = 12$

4 Tənliyin hər iki tərəfini 1-ci əmsala bölün və tam kvadrat ayırmaqla həll edin.

a) $3x^2 - 2x = 1$ $\quad$ b) $2x^2 - 8x + 8 = 32$ $\quad$ c) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

d) $-x^2 - 6x - 8 = 0$ $\quad$ e) $0{,}2x^2 - 1{,}2x + 1{,}8 = 5$ $\quad$ f) $\frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{3} = 0$

Nümunə. $2x^2 - 8x - 24 = 0$ tənliyini $2x^2 - 8x = 24$ şəklində yazıb hər bir həddi 2-yə bölək və alınmış tənliyin hər iki tərəfinə $\left(\frac{4}{2}\right)^2$ həddini əlavə edək:
$x^2 - 4x = 12$; $\quad x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12$. Buradan alarıq:
$x^2 - 4x + 4 = 16$; $\quad (x - 2)^2 = 16$; $\quad x - 2 = \pm 4$; $\quad x_1 = 6$, $x_2 = -2$

5 İllik r% artımı ilə banka qoyulmuş P manat məbləğ 2 ildə $A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$ manat olur. Bu mürəkkəb faiz artımı düsturudur. Əgər iki il ərzində 800 manat pul 882 manat olmuşsa, illik artım neçə faiz olmuşdur?

6 Hər dəfə r faiz olmaqla 2 dəfə aparılan ucuzlaşmadan sonra kostyumun qiyməti 240 manatdan 135 manata endi. Hər dəfə neçə faiz ucuzlaşma aparılıb?

Kvadrat tənliyin qrafik üsulla həlli

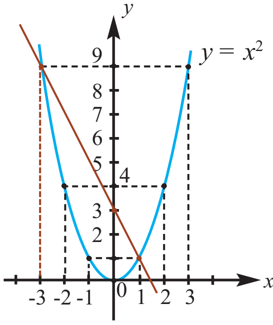
Qrafik üsul

$x^2 + px + q = 0$ tənliyini $x^2 = -px - q$ şəklində yazaq. $y=x^2$ parabolası ilə $y = -px - q$ düz xəttinin kəsişmə nöqtələrinin absisləri verilmiş tənliyin kökü olar. Parabola ilə düz xətt kəsişə bilər (bu halda tənliyin iki müxtəlif kökü var), bir ortaq nöqtəsi ola bilər (bu halda tənliyi ödəyən ədəd yeganədir), ya da onların ortaq nöqtəsi olmaya bilər (bu halda verilmiş tənliyin həqiqi kökü yoxdur).

Nümunə 1.
$x^2 + 2x - 3 = 0$
$x^2 = 3 - 2x$

x	0	±1	±2	±3
$y = x^2$	0	1	4	9

x	0	1
$y = 3 - 2x$	3	1

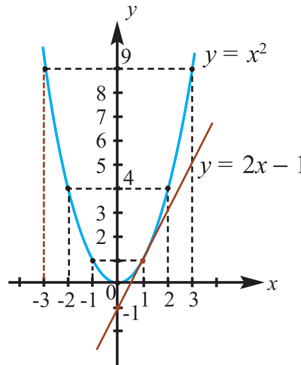


Qrafiklər iki nöqtədə kəsişirlər. Kəsişmə nöqtələrinin absisləri –3 və 1-dir. Yoxlamaqla əmin oluruq ki, hər iki ədəd verilmiş tənliyi ödəyir.

Nümunə 2. $x^2 - 2x + 1 = 0$
$x^2 = 2x - 1$

$y = 2x - 1$ düz xəttini qurmaq üçün cədvəl tərtib edin.

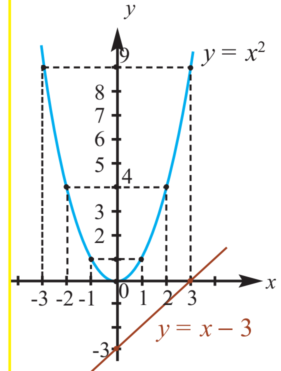
x	0	1
$y = 2x - 1$	–1	1



Parabola ilə düz xətt absisi 1 olan nöqtədə toxunur. Tənliyi ödəyən ədəd yeganədir: $x = 1$

Nümunə 3.
$x^2 - x + 3 = 0$
$x^2 = x - 3$

x	0	3
$y = x - 3$	–3	0



Qrafiklərin kəsişmə nöqtəsi yoxdur. Deməli, verilmiş tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin hər iki tərəfini $a \neq 0$ ədədinə bölməklə çevrilmiş kvadrat tənliyə gətirmək və yuxarıda verilən qrafik üsulla həll etmək əlverişlidir. Qrafik üsulla həll zamanı bir çox hallarda dəqiq deyil, təqribi həlli tapmaq olur.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Tənliyin həqiqi kökünün olub-olmadığını qrafik üsulla araşdırın. Tənliyin həqiqi kökləri varsa, onların dəqiq və ya təqribi qiymətlərini tapın.

a) $x^2 = 6 - x$ b) $x^2 - 4x + 4 = 0$ c) $x^2 - x + 4 = 0$ d) $x^2 - 2x - 6 = 0$

2 Tənliyi qrafik üsulla həll edin.
a) $x^2 - 3x = 0$ b) $x^2 - 2 = 0$ c) $x^2 + 4x = 0$ d) $x^2 + 4 = 0$

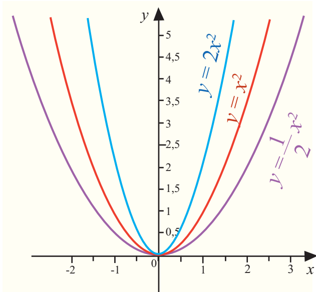
3 Verilmiş tənliyi əvvəlcə çevrilmiş tənliyə gətirin və qrafik üsulla həll edin.
a) $2x^2 - 2x - 4 = 0$ b) $-2x^2 + 4x + 6 = 0$ c) $-x^2 + 5x = 4$

Kvadrat tənliyin qrafik üsulla həlli

Qrafkalkulyator

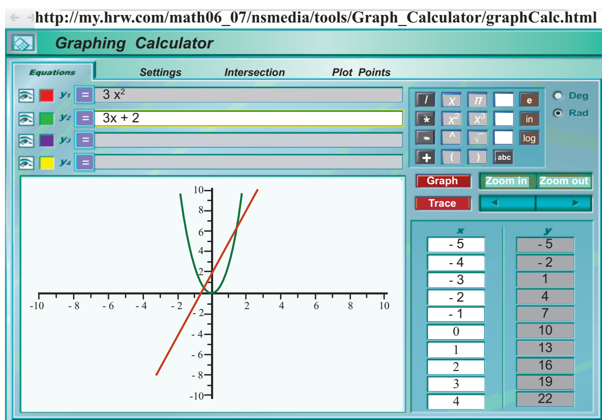
Online qrafkalkulyatorlardan istifadə etməklə müxtəlif qarfikləri qurmaq olar.

Şəkildə $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ funksiyalarının **www.meta-calculator.com/online** qrafkalkulyatordan istifadə etməklə qurulmuş qrafikləri verilmişdir.



Qrafkalkulyatorla bir koordinat müstəvisi üzərində parabolanı və düz xətti qurmaqla kvadrat tənlikləri qrafik üsulla həll edə bilərsiniz.

Şəkildə $3x^2 - 3x - 2 = 0$ tənliyini $3x^2 = 3x + 2$ şəklində yazmaqla onun http://my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html qrafkalkulyatorunda qrafik üsulla həlli verilmişdir. Qrafikə görə bu tənliyin köklərinin təqribi qiymətlərini tapın.



4 Verilən tənlikləri qrafkalkulyatorların köməyilə həll edin.

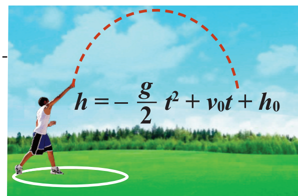
$x^2 - 3x + 2 = 0$ $\quad$ $4x^2 - 13x + 3 = 0$ $\quad$ $5x^2 + 7x + 2 = 0$

$-2x^2 - 2x + 4 = 0$ $\quad$ $-\frac{1}{3}x^2 - 2x + 9 = 0$ $\quad$ $0{,}5x^2 + 4x + 6 = 0$

5 Tənlikləri seçdiyiniz üsullarla həll edin.

$x^2 - 8x + 15 = 0$	$3x^2 - 8x + 5 = 0$	$2x^2 - 5x - 7 = 0$
$x^2 - 4x - 5 = 0$	$2x^2 - 5x + 2 = 0$	$5x^2 + 4x - 1 = 0$
$x^2 - 4x + 1 = 0$	$3x^2 + 4x - 7 = 0$	$7x^2 - 8x - 12 = 0$

6 v_0 (m/san) başlanğıc sürəti ilə yuxarı atılmış cismin yer səthindən h (metr) məsafəsinin t (saniyə) uçuş müddətindən asılılığı $h = -\frac{g}{2}t^2 + v_0t + h_0$ düsturu ilə verilir. Burada h_0 - başlanğıc hündürlük, g-sərbəstdüşmə təcilidir.



Məktəbdə şagirdlər disk atmaqla yarışırlar. Elçinin boyu 1,60 m-dir. 1) Elçinin 24 m/san başlanğıc sürətlə atdığı disk təxminən neçə saniyədən sonra yerə düşəcək? 2) Disk neçənci saniyədə 20 m hündürlükdə oldu? Burada h_0 olaraq Elçinin boyunu və $g \approx 10$ m/san^2 qəbul edin.

7 Yerdən 30 m/san başlanğıc sürətlə yuxarı atılmış cismin t saniyə anında yerdən olan məsafəsini $h = -5t^2 + 30t$ düsturu ilə hesablamaq olar. Cisim neçə saniyədən sonra yerdən 40 m yüksəklikdə olacaq?

Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

Tam kvadrat ayırma üsulu ilə istənilən $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin ($a \neq 0$) həlli üçün ümumi düstur yazmaq mümkündür.

$ax^2 + bx + c = 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ — *Hər iki tərəfi a-ya bölək.*

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$ — *Hər iki tərəfdən $\frac{c}{a}$ çıxaq.*

$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ — *Sol tərəfi tam kvadrata tamamlamaq üçün tənliyin hər iki tərəfinə $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ əlavə edək.*

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ — *Sol tərəfi iki ifadənin cəminin kvadratı kimi yazaq, sağ tərəfi isə sadələşdirək.*

$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ — *Sağ tərəf mənfi deyilsə, hər iki tərəfdən kvadrat kök alaq.*

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ — *Hər iki tərəfdən $\frac{b}{2a}$ çıxaq.*

Beləliklə, $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin kökləri düsturunu aldıq.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Kvadrat tənliyin kökləri düsturunu $D = b^2 - 4ac$ işarə etməklə

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ kimi yazmaq olar.

Kvadrat tənliyin həqiqi köklərinin varlığı D-nin işarəsindən asılıdır. D-yə kvadrat tənliyin diskriminantı (ayırdedici) deyilir.

1) $D < 0$ olarsa, tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

2) $D = 0$ olarsa, tənliyin iki bərabər kökü var: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3) $D > 0$ olarsa, tənliyin iki müxtəlif həqiqi kökü var: $x_1 \neq x_2$

Nümunə. $4x^2 + 7x + 3 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $a = 4$, $b = 7$, $c = 3$, $D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 49 - 48 = 1 > 0$ olduğundan tənliyin iki müxtəlif həqiqi kökü var:

$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 4}$; $x_1 = \frac{-7 + 1}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$, $x_2 = \frac{-7 - 1}{8} = -1$

$x^2 + px + q = 0$ tənliyində $a = 1$, $b = p$, $c = q$ olduğundan çevrilmiş kvadrat tənliyin diskriminantı $D = p^2 - 4q$ düsturu ilə hesablanır. $D \geq 0$ olduqda çevrilmiş kvadrat tənliyin kökləri üçün

$x_1 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$, $x_2 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$ düsturları doğrudur.

Kvadrat tənliklərin həlli

Öyrənmə tapşırıqları

1 Tənliyin diskriminantını hesablamaqla, onun həqiqi kökünün olub-olmadığını araşdırın.

a) $3x^2 + x + 5 = 0$
b) $2x^2 - x - 6 = 0$
c) $4x^2 - 4x + 1 = 0$
d) $x^2 + x - 7 = 0$

2 Tənliyi həll edin.

a) $3x^2 - 7x + 4 = 0$
b) $5x^2 + 6x + 1 = 0$
c) $5x^2 + 8x + 3 = 0$
d) $2x^2 - 9x + 7 = 0$

3 Çevrilmiş kvadrat tənliyin kökləri düsturunu tətbiq etməklə, aşağıdakı tənlikləri həll edin.

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$
b) $x^2 + 14x + 40 = 0$
c) $x^2 - 7x + 6 = 0$
d) $x^2 - 11x + 10 = 0$

4 Tənliyi həll edin.

a) $5t^2 - 11t + 2 = 0$
b) $35y^2 + 2y - 1 = 0$
c) $2z^2 + 7z + 4 = 0$
d) $x^2 - x - 1 = 0$

5 x-in hansı qiymətində:

a) $x^2 - 11x + 32$ üçhədlisi 2-yə bərabər qiymət alır;
b) $3x^2 - 2x + 5$ üçhədlisi $7x - 1$ ikihədlisinə bərabər olar;
c) $3x^2 - 4x + 2$ və $x^2 + x$ çoxhədlilərinin qiymətləri bərabər olar?

6 Tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.

$x^2 + 10x + 24 = 0$
$x^2 + 6x + 8 = 0$
$2x^2 + 3x - 5 = 0$

$x^2 - 4x = 3$
$-24 = -2y^2 + 2y$
$9y^2 - 12y - 5 = 0$

$(3p - 5)(p + 1) = -4$
$3x(x - 2) = 24$
$m(m + 10) = 2$

7 Tənlikləri seçdiyiniz üsulla həll edin.

$t^2 + 8t + 15 = 0$
$p^2 + 4p + 1 = 0$
$2a^2 + 4a + 1 = 7$

$m^2 + 6m + 8 = 0$
$q^2 + 2q + 1 = 0$
$3a^2 + 6a - 3 = 0$

$t^2 - \frac{2}{5}t = 0$
$n(n - 4) = n$
$n^2 - \frac{2}{3}n = \frac{8}{9}$

8 1) İki natural ədədin hasili 84 və fərqi 5-dir. Bu ədədləri tapın.
2) Bir ədədin kvadratı bu ədədin 4 mislindən 5 vahid böyükdür. Bu ədədi tapın.
3) Bir ədədin kvadratının iki misli bu ədədin 5 misli ilə 3-ün cəminə bərabərdir. Bu ədədi tapın.

9 Kvadratın tərəfini 4,5 sm artırsaq, sahəsi 2,25 dəfə artar. Verilmiş kvadratın tərəfinin uzunluğunu tapın.

10 1) Ədədin üzərinə onun kvadratının iki mislini əlavə etsək, cəm 6-ya bərabər olar. Bu ədədi tapın.
2) Hasili 56-ya bərabər olan iki ardıcıl ədəd tapın.
3) Kvadrat tənliklə həll edilən oxşar bir məsələ də siz qurun və həll edin.

11 Tənliyi həll edin.
a) $5x^2 - 4x = 9$ b) $x^2 + 51 = 52x$ c) $4 - x^2 = 5x$ d) $25 + x^2 = 26x$

12 Düzbucaqlı formalı həyətin uzunluğu enindən 1m böyükdür. Onun enini 4 m, uzunluğunu 5 m artırdıqda, sahəsi 120 m² olar. Həyətin əvvəlki ölçülərini tapın.

13 Düzbucaqlının eni 4 sm, uzunluğu 8 sm-dir. Düzbucaqlının enini və uzunluğunu eyni ölçüdə artırmaqla onun sahəsini 3 dəfə artırdılar. Düzbucaqlının yeni ölçülərini tapın.

14 Tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.

$x^2 + 6x = 7$
$8y^2 - 36y + 28 = 0$
$2x(x - 6) = 14$

$16x^2 = 25x^2 + 7x - 2$
$x^2 + 7x - 8 = 0$
$3r^2 + 2r - 1 = 0$

$3x^2 + 24x = 13x^2 + 13x + 1$
$(2w + 5)(w - 1) = 9$
$(3p - 5)(p + 1) = 3$

Kvadrat tənliyin ikinci əmsalı $b = 2k$ şəklində olarsa, $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyini $ax^2 + 2kx + c = 0$ şəklində yazaq. Onda $D = (2k)^2 - 4ac = 4k^2 - 4ac = 4(k^2 - ac)$. $D_1 = k^2 - ac$ işarə etsək, $D = 4 \cdot D_1$ olar. Kvadrat tənliyin kökləri düsturundan alarıq:

$$x_{1,2} = \frac{-2k \pm \sqrt{4D_1}}{2a} = \frac{-2k \pm 2\sqrt{D_1}}{2a} = \frac{2(-k \pm \sqrt{D_1})}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a},$$

burada $D_1 = k^2 - ac$

Nümunə. $9x^2 - 14x + 5 = 0$ tənliyini həll edin.
Həlli: $a = 9$ $b = -14 = 2 \cdot (-7)$, $k = -7$, $c = 5$
$D_1 = k^2 - ac = (-7)^2 - 9 \cdot 5 = 49 - 45 = 4$,

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a} = \frac{7 \pm \sqrt{4}}{9} = \frac{7 \pm 2}{9}; \quad x_1 = \frac{5}{9},\ x_2 = 1$$

15 Tənliyi həll edin.
a) $3x^2 - 14x + 15 = 0$ b) $5x^2 - 16x + 3 = 0$ c) $5x^2 + 26x - 24 = 0$
d) $x^2 - 22x - 23 = 0$ e) $x^2 - 34x + 289 = 0$ f) $3x^2 + 32x + 80 = 0$

16 Əvvəlcə tənliyin hər iki tərəfini elə ədədə vurun ki, əmsallar tam ədədlər olsun və sonra bu tənliyi həll edin.
a) $x^2 - 2{,}5x + 1 = 0$ c) $0{,}4x^2 + x - 0{,}3 = 0$ e) $0{,}7x^2 = 1{,}3x + 3$
b) $\frac{1}{3}x^2 + 2x = 9$ d) $\frac{x^2}{3} - 7x = 1$ f) $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$

17 a-nın hansı qiymətlərində $(a^2 + 7a + 6)$ üçhədlisi və $(a + 1)$ ikihədlisi bərabər qiymətlər alır? a-nın bu qiymətlərində üçhədlinin uyğun qiymətini tapın.

18 Tənlikləri həll etmək üçün müxtəlif üsullar seçin.

a) $7(x+3)^2 = 28$ b) $3x^2 - 10x = 7 - 6x$ c) $x^2 + 9 = 8x$
d) $10x^2 + 3x = 0$ e) $2x^2 - 12x + 7 = 5$ f) $21 = (x-2)^2 + 5$

19 Tənlikləri həll edin.

$400x^2 + 40x - 100 = 0$
$x^2 + 1{,}3x - 0{,}4 = 0$

$0{,}05x^2 - 0{,}2x - 1{,}2 = 0$
$4y^2 - 0{,}2y + 3{,}2 = 0$

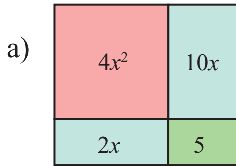
$0{,}25x^2 - 0{,}16 = 0$
$3600x^2 - 4900 = 0$

Tətbiq tapşırıqları

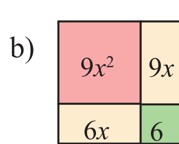
20 Kitab mağazası sahibinin kitab satışından əldə etdiyi gəliri (manatla) $G = 0{,}02n^2 + 0{,}4n$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada n satılan kitabların sayını göstərir. Sahibkar neçə kitab satışından 70 manat gəlir əldə edə bilər?

21 Sahələri uyğun kvadrat üçhədlilərlə və vuruqlara ayrılmış şəkildə ifadə edin. Sahənin verilmiş qiymətinə görə düzbucaqlının perimetrini tapın.

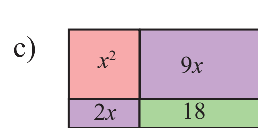
Sahə: 165 kv. vahid

a) 

Sahə: 72 kv. vahid

b) 

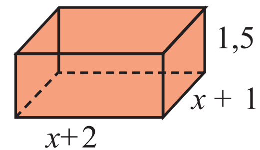
Sahə: 144 kv. vahid

c) 

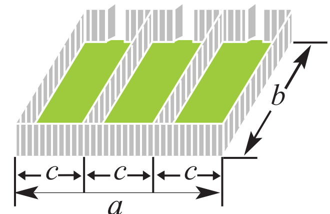
22 İsbat edin ki, $ax^2 - (a+c)x + c = 0$ tənliyinin köklərindən biri 1-ə bərabərdir.

23 73 ədədini hansı natural ədədə böldükdə natamam qismət böləndən 3 vahid böyük, qalıq isə böləndən 4 vahid kiçik olar?

24 Şəkildə verilənlər düzbucaqlı paralelepiped formasında olan qutunun ölçülərini desimetrlə göstərir.
a) Qutunun həcmi 9 dm^3 olarsa, onun ölçülərini müəyyən edin. "Məsələnin iki cavabı var" fikri doğrudurmu? Fikirlərinizi yazın.
b) Qutunun səthinin sahəsini tapın.
c) Materialın 10%-i itkiyə gedirsə, qutunun hazırlanmasına neçə kvadrat desimetr karton sərf olunar?



25 Fermer hasarının uzunluğu (perimetri) 80 m olan düzbucaqlı şəklində sahəni şəkildə göstərildiyi kimi üç bərabər düzbucaqlı formalı hissələrə bölməyi planlaşdırır. Ümumi sahənin 300 m^2 və $a > b$ olduğunu bilərək, hər bir hissənin ölçülərini tapın.



Viyet teoremi

Araşdırma. 1) $x^2 - 2x - 1 = 0$ kvadrat tənliyini həll edin:

$x_1 = 1 + \sqrt{2}$; $x_2 = 1 - \sqrt{2}$

2) Köklərin cəmini və hasilini tapın:

$x_1 + x_2 = 2$; $x_1 \cdot x_2 = -1$

3) Köklərin cəmini verilmiş tənlikdə x-in əmsalı ilə, köklərin hasilini sərbəst hədlə müqayisə edin. Köklərin cəmi verilmiş tənlikdə x-in əmsalının əksi olan ədədə, köklərin hasili isə sərbəst həddə bərabərdir.

4) Oxşar xassə istənilən çevrilmiş tənlik üçün doğrudurmu?

Viyet teoremi

Teorem: Çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin cəmi əks işarə ilə ikinci əmsala, köklərinin hasili isə sərbəst həddə bərabərdir.

$x^2 + px + q = 0$

$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q$

İsbatı: $x^2 + px + q = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin

$x_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2}$ və $x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}$ olduğu məlumdur. Buradan:

$$x_1 + x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} + \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-p - \sqrt{D} - p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{4q}{4} = q$$

Beləliklə, $x^2 + px + q = 0$ tənliyi üçün $x_1 + x_2 = -p$ və $x_1 \cdot x_2 = q$

İstənilən $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyini hər iki tərəfini a-ya bölməklə, onunla eynigüclü olan $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyi ilə əvəz edə bilərik. Onda Viyet teoremini tətbiq etmək olar.

$ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin köklərinin cəmi $-\frac{b}{a}$-yə, hasili isə $\frac{c}{a}$-yə bərabərdir.

D = 0 olan halda (kvadrat tənliyin iki bərabər kökü olduğu halda) da Viyet teoremi öz qüvvəsində qalır.

Nümunə. $x^2 - 9x + 20 = 0$ tənliyinin köklərini seçmə üsulu ilə tapın.

Həlli. Viyet teoreminə görə

$x_1 + x_2 = 9$, $x_1 \cdot x_2 = 20$.

Tənliyin kökləri 4 və 5 ədədləridir.

20-nin vuruqları	Vuruqların cəmi
$1 \cdot 20$	21
$2 \cdot 10$	12
$4 \cdot 5$	9

Öyrənmə tapşırıqları

1 Tənliklərin köklərinin cəmini və hasilini Viyet teoreminə görə tapın. Tənliyi həll etməklə nəticənin doğruluğunu yoxlayın.

$x^2 - x - 6 = 0$	$x^2 - 6x - 40 = 0$	$4x^2 - 9 = 0$
$x^2 + x - 2 = 0$	$2x^2 - 3x - 5 = 0$	$2x^2 + 4x = 0$
$x^2 - 11x + 10 = 0$	$3x^2 + 5x - 8 = 0$	$2d^2 + 12d - 16 = 0$

2 Tənliyin köklərini seçmə üsulu ilə tapın.

a) $x^2 - 5x - 6 = 0$
c) $x^2 - 8x + 12 = 0$
e) $x^2 - 8x + 15 = 0$
b) $x^2 - 4x + 3 = 0$
d) $x^2 - 6x + 8 = 0$
f) $x^2 - 2x - 48 = 0$

3 1) $x^2 + px - 35 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 7-yə bərabərdir. O biri kökü və p əmsalını tapın.

2) $x^2 - 13x + q = 0$ tənliyinin köklərindən biri 1-ə bərabərdir. O biri kökü və q əmsalını tapın.

3) $3x^2 + bx + 12 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 2-yə bərabərdir. O biri kökü və b əmsalını tapın.

4) $x^2 - 12x + q = 0$ tənliyinin köklərinin fərqi 2-yə bərabərdirsə, q-nü tapın.

4 $x^2 - 3x - 5 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 olarsa, ifadənin qiymətini hesablayın.

a) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$
b) $x_1^2 + x_2^2$
c) $x_1^3 + x_2^3$

Nümunə. $x^2 - 6x + 5 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$ ifadəsinin qiymətini tapın.

Həlli: Viyet teoreminə görə $x_1 + x_2 = 6$ və $x_1x_2 = 5$ olduğunu nəzərə alsaq, $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = x_1x_2(x_1 + x_2) = 5 \cdot 6 = 30$ tapılır.

5 Tənliyi həll etmədən köklərinin işarəsini müəyyən edin.

a) $x^2 - 17x + 16 = 0$
b) $2x^2 - x - 54 = 0$
c) $3x^2 - x - 1 = 0$
d) $x^2 + 13x + 12 = 0$

Viyet teoreminin tərsi

Tərs teorem. m və n ədədlərinin cəmi $-p$-yə, hasili isə q-yə bərabər olarsa, bu ədədlər $x^2 + px + q = 0$ tənliyinin kökləridir.
Bu teoremi belə də ifadə etmək olar: istənilən m və n ədədləri $x^2 - (m + n)x + m \cdot n = 0$ tənliyinin kökləridir.
İsbatı. Doğrudan da, tənlikdə $x = m$ yazsaq, $m^2 - (m + n) \cdot m + mn = m^2 - m^2 - mn + mn = 0$ olduğunu alarıq, yəni m ədədi tənliyi ödəyir. $x = n$ ədədinin də tənliyin kökü olduğunu eyni qayda ilə göstərmək olar.
Nümunə. Kökləri $m = 3$ və $n = -5$ olan çevrilmiş kvadrat tənlik qurun.
Həlli: $m + n = 3 + (-5) = -2$, $m \cdot n = 3 \cdot (-5) = -15$ olduğundan tələb olunan tənlik $x^2 + 2x - 15 = 0$ olur.

6 Kökləri verilmiş ədədlər olan çevrilmiş kvadrat tənlik qurun.

a) 3 və 4
b) 2 və 5
c) –3 və 6
d) – 4 və 2

7 Verilmiş köklərinə görə çevrilmiş kvadrat tənliyi yazın.

a) $x_1 = -1$ və $x_2 = 5$
b) $x_1 = 4$ və $x_2 = 3$
c) $x_1 = -2$ və $x_2 = 3$
d) $x_1 = 5$ və $x_2 = 6$
e) $x_1 = \sqrt{2} - 1$ və $x_2 = \sqrt{2} + 1$
f) $x_1 = 3 - \sqrt{2}$ və $x_2 = 3 + \sqrt{2}$

8 1) $x^2 - 7x + 10 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $(3x_1 - 2)(3x_2 - 2)$ ifadəsinin qiymətini tapın.
2) $4x^2 - 17x + 4 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

9 Kvadrat tənliyin kökləri düsturunu araşdırmaqla tam əmsallı tənliyin köklərindən biri $(m + \sqrt{n})$ şəklində irrasional ədəd olduqda $(m - \sqrt{n})$ ədədinin də bu tənliyi ödədiyini göstərin.

10 1) Aşağıda tam əmsallı kvadrat tənliyin köklərindən biri verilmişdir, tənliyin digər kökünü tapın. Həllinizi yazılı izah edin.
a) $-2 + \sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5} + 1$ c) $3 - \sqrt{7}$ d) $m + \sqrt{n}$
2) Köklərindən biri $2 - \sqrt{3}$ olan tam əmsallı çevrilmiş kvadrat tənlik yazın.

11 $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ tənliyinin köklərinin bərabər olması üçün m-in qiyməti neçə olmalıdır?

12 $x^2 - 8x + n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $3x_1 - x_2 = 4$ olduğunu bilərək, n-in qiymətini tapın.
Göstəriş: $3x_1 - x_2 = 4$ və $x_1 + x_2 = 8$ tənliklər sistemini həll edin.

13 $x^2 - nx + 8 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir.
a) $x_1 = 2x_2$; b) $x_1 = x_2^2$ olduğunu nəzərə alaraq n-in qiymətini tapın.

14 1) $x^2 + 5x + n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir.
$6(x_1 + x_2) = 5x_1x_2$ olduğunu bilərək n-i tapın və tənliyi həll edin.
2) $x^2 - 5x + n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir.
$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$ olduğunu bilərək n-i tapın və tənliyi həll edin.

15 1) x_1 və x_2 ədədlərinin $x^2 - x - 1 = 0$ tənliyinin kökləri olduğunu bilərək, kökləri $2x_1 - 3$ və $2x_2 - 3$ olan kvadrat tənlik qurun.

2) $2x^2 - bx + c = 0$ tənliyinin köklərindən birinin $(3 - \sqrt{2}\,)$ olduğunu bilərək, b və c-ni tapın. Burada b və c tam ədədlərdir.

16 Diskriminantı hesablamaqla tənliyin həqiqi kökü olub-olmadığını müəyyən edin. Tənliyin həqiqi kökləri varsa, onların işarələrini müəyyən edin.

a) $x^2 - 2x - 1 = 0$
b) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$
c) $3x^2 - 4x + 7{,}2 = 0$
d) $x^2 + x - 1 = 0$

1 Yeni dəyişən daxil etməklə tənliyi həll edin.

1) $(x + 2)^2 + 3(x + 2) - 54 = 0$
2) $6(x + 5)^2 - 5(x + 5) + 1 = 0$
3) $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$
4) $(x - 2)^2 - 15(x - 2) + 56 = 0$
5) $3(2x - 3)^2 + 17(2x - 3) + 10 = 0$
6) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Nümunə. $(x + 3)^2 + 3(x + 3) - 54 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $x + 3 = t$ əvəzləməsini aparaq və

$t^2 + 3t - 54 = 0$ tənliyini $(t + 9)(t - 6) = 0$ kimi yazaraq həll edək:
$t_1 = -9$; $t_2 = 6$. Əvəzləməni nəzərə alaq:
1) $x + 3 = -9$, $x_1 = -12$; 2) $x + 3 = 6$ $x_2 = 3$
x-in qiymətlərini ilkin tənlikdə yerinə yazmaqla həllin doğruluğunu yoxlayın.

2 Tənliyi həll edin.
a) $x + \sqrt{x} - 2 = 0$
b) $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$

Nümunə. $x - \sqrt{x} - 6 = 0$ tənliyini həll edin.
Həlli: $\sqrt{x} = t$ əvəzləməsi etsək, $x = t^2$ olar. Onda verilmiş tənlik yeni t dəyişəninə görə $t^2 - t - 6 = 0$ şəklinə düşər. Bu tənliyi həll etsək, $t_1 = 3$, $t_2 = -2$ alarıq. Bunları əvəzləmədə nəzərə alaq:
1) $\sqrt{x} = 3$, $x = 9$, 2) $\sqrt{x} = -2$ kökü yoxdur.
Verilmiş tənliyin kökü 9-dur.

3 Tənliyi həll edin. $|x| = t$ əvəzləməsindən istifadə edin.
a) $x^2 - 3|x| + 2 = 0$
b) $x^2 + 2|x| - 3 = 0$

4 m-in hansı qiymətlərində $(m + 1)x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ tənliyini ödəyən həqiqi ədəd yeganədir?

5 Tənliyi həll edin.
a) $(x + 1)(x + 2) = 18 + 3x$
b) $(x - 3)^2 + (x + 1)^2 = 10$
c) $(x - 2)^2 + x(x + 4) = 22$
d) $8 - 3x = (x + 2)(x + 4)$

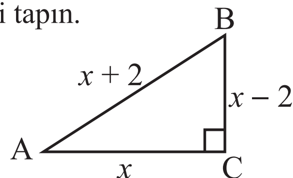
6 Tənliyin köklərini tapın.
a) $(x + 1)(2x - 3) = 7$
b) $x(3x - 2) = (5x - 2)(x - 1)$
c) $(x + 8)(x - 9) + 52 = 0$
d) $x(x + 7) = (2 - x)(x + 2)$

7 Tənliyin köklərini tapın.
a) $(x + 1)^2 = (2x - 1)^2$
b) $x^3 + 8 = (x + 2)^3$
c) $\dfrac{6x + 1}{3} - \dfrac{4x^2 - 3}{2} = \dfrac{7}{3}$
d) $\dfrac{-7x - 5}{4} = \dfrac{4x^2 - 3}{2}$

8 Düzbucaqlının bir tərəfinin uzunluğu digər tərəfinin uzunluğunun iki mislindən 3 m qısadır. Düzbucaqlının sahəsinin 299 m^2 olduğunu bilərək, onun perimetrini tapın.

Kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Məsələ. Düzbucaqlı üçbucağın katetlərindən biri o birindən 2 sm böyük, hipotenuzdan isə 2 sm kiçikdir. Üçbucağın perimetrini tapın.



1-ci mərhələ - məlumatların müəyyən edilməsi

Böyük katetin uzunluğunu x ilə işarə etsək, şərtə görə kiçik katet $(x - 2)$, hipotenuz isə $(x + 2)$ olar.

2-ci mərhələ - tənliyin qurulması,

Pifaqor teoreminə görə $x^2 + (x - 2)^2 = (x + 2)^2$ tənliyini alarıq.

3-cü mərhələ - tənliyin həll edilməsi

Tənliyi aşağıdakı şəklə gətirək.

$x^2 + x^2 - 4x + 4 = x^2 + 4x + 4$; $x^2 - 8x = 0$; $x(x - 8) = 0$.

Buradan $x = 0$ və ya $x = 8$

4-cü mərhələ - həllin araşdırılması.

Uzunluq müsbət ədədlə ölçüldüyündən, tənliyin $x = 8$ kökü məsələnin həllinə uyğundur. Yəni, böyük katetin uzunluğu 8 sm-dir.

Onda kiçik katet $x - 2 = 8 - 2 = 6$ sm, hipotenuz $x + 2 = 8 + 2 = 10$ sm olur.

Perimetr: P = 6+8+10 = 24 (sm). **Cavab:** üçbucağın perimetri 24 sm-dir.

---

1 Uzunluğu enindən 4 sm böyük olan düzbucaqlının sahəsi 60 sm^2-dir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.

2 Ardıcıl iki natural ədədin cəminin kvadratı onların kvadratları cəmindən 112 vahid böyükdür. Bu ədədləri tapın.

3 Düzbucaqlı üçbucaqda katetlərdən biri hipotenuzdan 1 sm, o biri isə 8 sm kiçikdir. Hipotenuzu tapın.

4 Şahmat turnirində 45 partiya oynanılmışdır. Hər iştirakçının digər iştirakçıların hər biri ilə bir partiya oynadığı məlum olarsa, turnir iştirakçılarının sayını tapın.

5 Limandan eyni vaxtda hərəkətə başlayan gəmilərdən biri şərqə, digəri isə şimala doğru istiqamətləndi. 1 saatdan sonra gəmilər arasındakı məsafə 40 km oldu. Şimala doğru hərəkət edən gəminin sürəti şərqə hərəkət edən gəminin sürətindən saatda 8 km çoxdur. Hər bir gəminin sürətini tapın.

6 Düzbucaqlışəkilli və kvadratşəkilli iki ərazinin sahələri bərabərdir. Düzbucaqlı sahənin uzunluğu kvadratın tərəfinin iki mislindən 5 m böyükdür, eni isə kvadratın tərəfindən 6 m kiçikdir. Kvadratın tərəfinin uzunluğunu tapın.

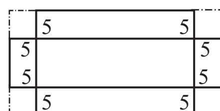
7 Eyni nöqtədən düz bucaq altında kəsişən yollar üzrə hərəkətə başlayan iki yük maşınından birinin sürəti digərininkindən saatda 5 km çoxdur. 2 saat sonra onlar arasındakı məsafə 50 km olarsa, yük maşınlarının sürətlərini tapın.

8 Nərmin düzbucaqlı formalı bağçanı gah diaqonalı, gah da perimetri boyu piyada gəzir. O, diaqonal boyu bir küncdən digərinə 15 m, perimetr boyu bir dövrədə 42 m yol gedir. bağçanın ölçülərini tapın.

9 Ağzıaçıq yeşik düzbucaqlı paralelepiped formasında olub hündürlüyü 0,5 m-dir, eni isə uzunluğundan 2 dəfə kiçikdir. Yeşiyin yan səthinin sahəsi (yan üzlərinin sahələri cəmi) oturacağının sahəsindən 1,08 m^2 böyükdür. Yeşiyin ölçülərini və həcmini tapın. Məsələnin neçə həlli var?



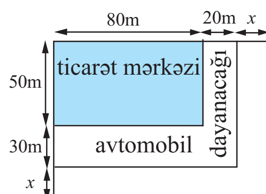
10 Uzunluğu enindən 2 dəfə böyük olan düzbucaqlı şəklində kartonun künclərindən tərəfi 5 sm olan kvadratlar kəsilib çıxarıldı. Sonra kartondan qatlayıb yapışdırma yolu ilə paralelepiped formalı ağzıaçıq qutu düzəldildi. Qutunun həcminin 1500 sm^3 olduğunu bilərək, kartonun ilkin ölçülərini tapın.

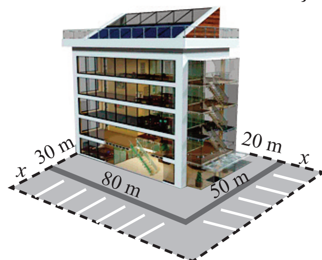




11 Hər dəfə eyni faiz olmaqla iki dəfə aparılan ucuzlaşmadan sonra fotoaparatın qiyməti 300 manatdan 192 manata endi. Qiymətlər hər dəfə neçə faiz ucuzlaşıb?

12 Ticarət mərkəzi avtomobil dayanacağı üçün ilkin nəzərdə tutduğu sahəni ikiqat artırmağı planlaşdırır. Bu məqsədlə sahənin ölçüləri şəkildə göstərildiyi kimi artırıldı. Dayanacaq yerinin ölçüləri neçə metr artırıldı? Tikili ölçüləri 50 m×80 m olan sahəni tutur.





13 8^a sinif şagirdləri bayramqabağı bir-birinə hədiyyə olaraq 1 kitab bağışladılar. Cəmi 380 kitab bağışlanmışsa, bu sinifdə neçə şagird var?

14 İdmançının 10 metr hündürlükdə tramplindən suya tullanarkən t saniyədən sonra olduğu hündürlüyü tapmaq üçün $h = -5t^2 + 3t + 10$ düsturundan istifadə etmək olar. t saniyələrlə zamanı, h isə metrlə hündürlüyü göstərir. Tramplindən tullanan idmançı neçə saniyədən sonra hovuza düşər?



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 Tənlikləri həll edin.

$2x^2 - 5 = 0$ $-(x-2)^2 + 1 = 0$ $1{,}5(x-4)^2 = 6$

$-x^2 + 3 = 0$ $-3(x+3)^2 + 48 = 0$ $\frac{1}{2}(x+1)^2 = 8$

$(x+1)^2 - 4 = 0$ $\frac{4}{9}x^2 - 1 = 0$ $(x-4)^2 = \frac{1}{4}$

2 1) Kökləri 3 və – 4 olan çevrilmiş kvadrat tənlik yazın.
2) $x^2 + bx + 20 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5-dir. Digər kökü və b-ni tapın.

3 Tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

$x^2 + 4x - 12 = 0$ $x^2 - 16x + 64 = 0$ $3x^2 + 15x + 18 = 0$

$x^2 - 6x + 8 = 0$ $x^2 - 13x + 42 = 0$ $5x^2 + 21x + 22 = 0$

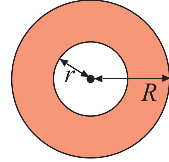
4 Tənlikləri tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll edin.

$x^2 - 18x + 81 = 49$ $x^2 + 20x + 100 = 64$ $4x^2 + 4x + 1 = 16$

$36x^2 + 12x + 1 = 18$ $9x^2 - 12x + 4 = 4$ $25x^2 + 40x + 16 = 28$

$4x^2 - 28x + 49 = 64$ $16x^2 + 24x + 9 = 81$ $100x^2 - 60x + 9 = 121$

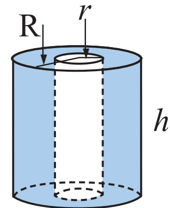
5 Böyük dairənin radiusu R, kiçik dairənin radiusu r-dir. $2R = 3r$ və rəngli hissənin sahəsi 20π sm^2 olarsa, kiçik dairənin sahəsini tapın.



6 $x^2 - (m-5)x + n = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5-dir, $x^2 - (2m-1)x + k = 0$ tənliyinin köklərindən biri –3-dür. Bu tənliklərin digər kökləri bərabər olduğuna görə m-in qiymətini tapın.

7 Kinoteatrda hər sıradakı yerlərin sayı sıraların sayından 8 dənə çoxdur. Kinoteatrda cəmi 884 yer varsa, neçə sıra vardır?

8 Oturacağının radiusu R, hündürlüyü h olan silindrin həcmi $V = \pi R^2 h$ düsturu ilə hesablanır.
a) Rəngli hissənin həcmini göstərən ifadəni yazın.
b) Rəngli hissənin həcmi 48π m^3, h = 3m, R=5m olarsa, r-i tapın.



9 $mx^2 + (2m-3)x + m - 2 = 0$ kvadrat tənliyinin iki bərabər kökü olduğunu bilərək, m-i tapın.

10 x_1 və x_2 ədədlərinin $x^2 - x - 1 = 0$ tənliyinin kökləri olduğunu bilərək, kökləri: a) $\frac{1}{x_1}$ və $\frac{1}{x_2}$; b) $x_1 + 2$ və $x_2 + 2$ olan kvadrat tənlik qurun.

11 Qız qalasının hündürlüyü 28 m-dir. Bu hündürlükdən düşən cisim neçə saniyədən sonra yerə çatar? $h = -4,9t^2 + h_0$ düsturundan istifadə edin.

12 Döşəməyə salınmış xalça döşəmənin ümumi sahəsinin yarısını örtməklə otağın divarlarından bərabər məsafədədir. Xalçanın ölçülərinin 4 m × 6 m olduğunu bilərək düzbucaqlı şəklində olan otağın ölçülərini tapın. Məsələyə uyğun şəkil çəkin.

13 Ölçüləri 40 sm × 60 sm olan düzbucaqlı şəklində şüşə lövhənin eni və uzunluğundan eyni ölçüdə kəsdikdə onun sahəsi 3 dəfə azaldı. Şüşə lövhənin yeni ölçülərini tapın.

14 Quyuya düşən daşın su səthinə təsirindən yayılan səs daşın düşməyə başladığı andan 4,25 saniyə sonra eşidildi. Səsin havada yayılma sürətinin 320 m/san olduğunu bilərək quyunun dərinliyini tapın.
Göstəriş. Daşın su səthinə çatma müddəti t olarsa, sərbəstdüşmə qanununa görə quyunun dərinliyi $\frac{gt^2}{2}$ metr olar. $g \approx 10$ m/san^2 qəbul edin.

15 Tənliyi həll edin.
a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ b) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$
c) $(2x^2 - 3)^2 - 4(2x^2 - 3) = 21$ d) $(x^2 - 2x)^2 - 3 = 2(x^2 - 2x)$

16 Paraşütçü təyyarədən tullandıqdan sonra paraşüt açılana qədər havada bir müddət sərbəst düşür. $h = -5t^2 + 1600$ düsturu ilə paraşütçünün 1600 m hündürlükdən tullanarkən t saniyə sonra hansı hündürlükdə (metrlə) olduğunu tapmaq olar.
1) Tullandıqdan 8 saniyə sonra paraşütçü yerdən hansı hündürlükdə olar?
2)Paraşüt 1100 m hündürlükdə açılarsa, paraşütlə tullanan şəxs neçə saniyə ərzində sərbəst düşür?

17 a) $2x^2 + bx - 10 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5 olarsa, digər kökü və b əmsalını tapın.
b) $3x^2 + bx + 24 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 3 olarsa, digər kökü və b əmsalını tapın.

18 Kvadrat tənliklər üçün uyğunluğu müəyyən edin ($m \in R$).
1) $x^2 + mx + m - 1 = 0$
2) $x^2 + mx - 1 = 0$
3) $x^2 + mx + m = 0$

A) $m = 2$ olduqda iki bərabər kökü var.
B) $m = 2$ olduqda iki müxtəlif kökü var.
C) $m = 2$ olduqda həqiqi kökü yoxdur.
D) $m = 0$ olduqda iki bərabər kökü var.

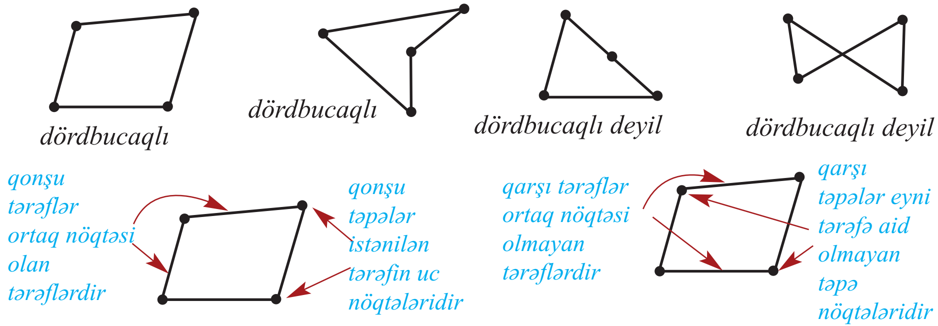
4 Dördbucaqlılar

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

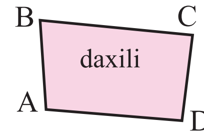
- dördbucaqlıları təsnif etməyi;
- paraleloqramların təsnifatını aparmağı;
- paraleloqramların oxşar və fərqli xassələrini araşdırmağı;
- dördbucaqlıların xassələrini tətbiq etməklə məsələlər həll etməyi.

Dördbucaqlılar

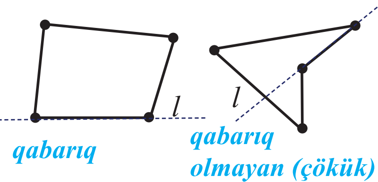
Heç bir üçü bir düz xətt üzərində olmayan dörd nöqtədən və onları ardıcıl birləşdirən dörd parçadan ibarət olan fiqura dördbucaqlı deyilir. Bu halda verilmiş nöqtələri birləşdirən parçalar kəsişməməlidir. Verilmiş nöqtələrə dördbucaqlının təpələri, onları birləşdirən parçalara isə tərəfləri deyilir.



Dördbucaqlı aid olduğu müstəvinin nöqtələrini iki çoxluğa ayırır: daxilində qalan sonlu hissə və xarici hissə. Dördbucaqlı ilə məhdudlanmış müstəvinin sonlu hissəsinə müstəvi dördbucaqlı deyilir.



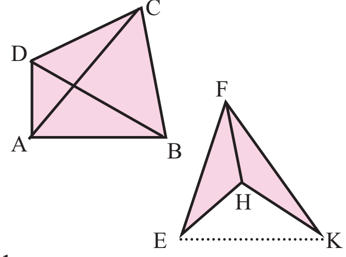
Tərəfləri özündə saxlayan düz xətlər üzərində dördbucaqlının daxilinə aid nöqtə yoxdursa, bu dördbucaqlı qabarıq, varsa, qabarıq olmayan (çökük) dördbucaqlı adlanır.



Qabarıq dördbucaqlının daxilindən götürülmüş istənilən iki nöqtəni birləşdirən parça bütünlüklə dördbucaqlının daxilində yerləşir.

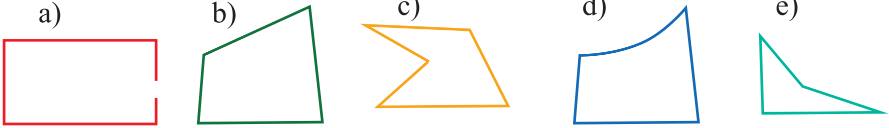
Qarşı təpələri birləşdirən parçalara dördbucaqlının **diaqonalları** deyilir. Qabarıq dördbucaqlının diaqonalları onun daxilində yerləşir.

Qabarıq olmayan dördbucaqlıda isə diaqonallardan biri onun xaricindədir. Həmçinin qabarıq dördbucaqlının hər iki diaqonalı onu ortaq tərəfli iki üçbucağa ayırır, qabarıq olmayan dördbucaqlının yalnız bir diaqonalı onu tərəfləri ortaq olan iki üçbucağa ayırır. Həndəsi fiquru sonlu sayda müstəvi üçbucaqlara ayırmaq olursa, onu sadə fiqur adlandıracağıq. Dördbucaqlı sadə fiqurdur.



Öyrənmə tapşırıqları.

1 Aşağıdakı fiqurlardan hansına dördbucaqlı demək olar?



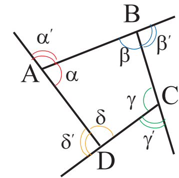
2 Dəftərinizdə qabarıq və qabarıq olmayan dördbucaqlılar və onların diaqonallarını çəkin.

3 Tərəflərinin uzunluqları nisbəti 2:3:4:5 kimi olan dördbucaqlının perimetri 42 sm-dir. Bu dördbucaqlının tərəflərini tapın.

4 1) Tərəfləri 5 sm, 7 sm, 8 sm, 11 sm, diaqonalının uzunluğu 13 sm olan dördbucaqlı qurmaq olarmı?
2) Tərəfləri 3 sm, 5 sm, 7 sm, 14 sm, diaqonalının uzunluğu 13 sm olan dördbucaqlı qurmaq olarmı?

Daxili və xarici bucaqlar

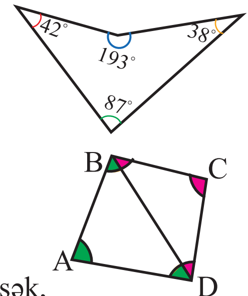
Qabarıq dördbucaqlının hər hansı bucağına qonşu olan bucağa dördbucaqlının xarici bucağı deyilir. Qabarıq dördbucaqlının hər bir təpəsində onun iki xarici bucağını çəkmək olar və onlar qarşılıqlı bucaqlar olduqlarından konqruyentdirlər. **Dördbucaqlının xarici bucağı dedikdə, hər təpədə bu bucaqlardan birini götürəcəyik.** Şəkildəki dördbucaqlıda α, β, δ, γ daxili bucaqlar, α′, β′, δ′, γ′ isə xarici bucaqlardır.



Qabarıq dördbucaqlıda daxili bucaqların hər biri 180°-dən kiçik olur. Qabarıq olmayan dördbucaqlının daxili bucağının dərəcə ölçüsü 180°-dən böyük ola bilər.

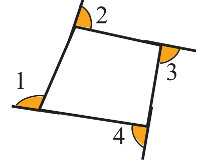
Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi

Teorem. Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi 360°-yə bərabərdir. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$



İsbatı. Qabarıq dördbucaqlının diaqonallarından birini çəksək, dördbucaqlı iki üçbucağa ayrılar. Üçbucağın daxili bucaqlarının cəmi 180° olduğundan dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi 2·180°, yəni 360° olur.

Qabarıq dördbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi



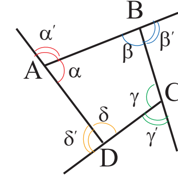
Teorem. Qabarıq dördbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi 360°-yə bərabərdir.

İsbatı. Hər təpədəki daxili və xarici bucaqların cəmi 180°-yə bərabərdir: $\alpha' + \alpha = 180°$

$\beta' + \beta = 180°$

$\gamma' + \gamma = 180°$

$\delta' + \delta = 180°$



Bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplayaq:

$\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' + \alpha + \beta + \gamma + \delta = 4 \cdot 180°$

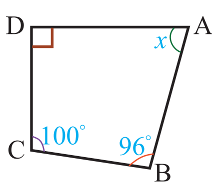
$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$ olduğundan alırıq: $\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' = 720° - 360° = 360°$

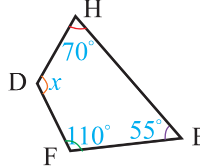
Nümunə. Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının dərəcə ölçüləri nisbəti 3:4:5:6 kimidir. Bu dördbucaqlının daxili və xarici bucaqlarını tapın.

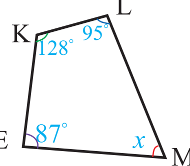
Həlli: ABCD dördbucaqlısında $\angle A = 3x$, $\angle B = 4x$, $\angle C = 5x$, $\angle D = 6x$ olsun. Verilən şərtə görə $3x + 4x + 5x + 6x = 360°$. Buradan $x = 20°$. Deməli, dördbucaqlının daxili bucaqları $\angle A = 60°$, $\angle B = 80°$, $\angle C = 100°$, $\angle D = 120°$ olur. Onda hər təpədəki daxili bucağa qonşu olan bucağı tapmaqla alırıq ki, A, B, C, D təpələrindəki xarici bucaqlar, uyğun olaraq 120°, 100°, 80° və 60°-dir.

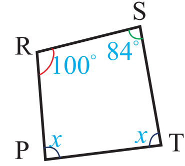
Öyrənmə tapşırıqları.

5 Dördbucaqlıların verilməyən bucaqlarının dərəcə ölçüsünü tapın.

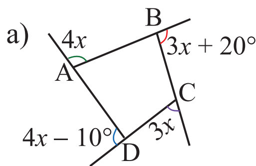


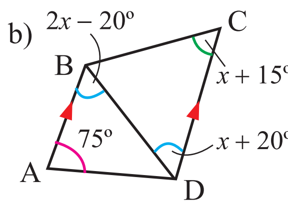


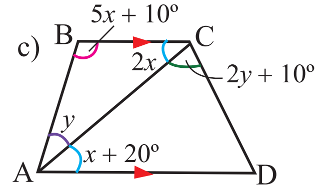




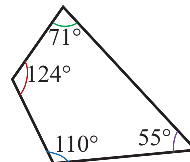
6 ABCD dördbucaqlısının daxili və xarici bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.
Qeyd. Düz xətlər üzərində ox işarəsi ilə onların paralelliyini qeyd edəcəyik.

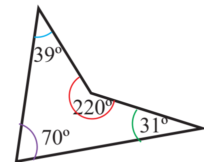
a) 

b) 

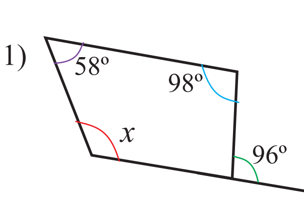
c) 

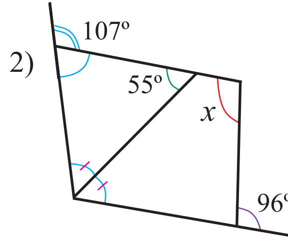
7 **Araşdırma.** Daxili bucaqlar haqqında teoremi qabarıq olmayan dördbucaqlılara tətbiq etmək olarmı? Üçbucaq haqqındakı biliklərinizdən istifadə edin.

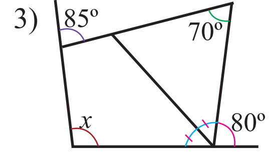




8 Verilən bucaq ölçülərinə görə, x -in qiymətini tapın.

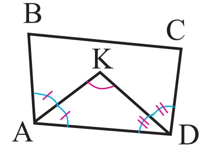






9 İsbat edin ki, qabarıq dördbucaqlıda iki qonşu təpə bucağının tənbölənlərinin əmələ gətirdiyi bucaqlardan birinin ölçüsü digər iki daxili bucağın ölçüləri cəminin yarısına bərabərdir.

ABCD dördbucaqlısında AK parçası A bucağının, DK parçası isə D bucağının tənböləni üzərindədir.

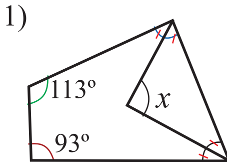


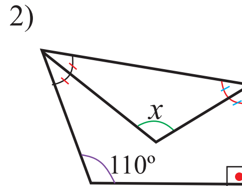
$\angle K = \dfrac{\angle B + \angle C}{2}$ olduğunu isbat edin.

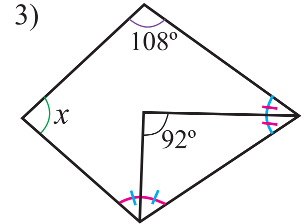
Göstəriş: $\angle K + \dfrac{\angle A}{2} + \dfrac{\angle D}{2} = 180^\circ$ və $\dfrac{\angle A}{2} + \dfrac{\angle B}{2} + \dfrac{\angle C}{2} + \dfrac{\angle D}{2} = 180^\circ$

bərabərliklərindən istifadə edin.

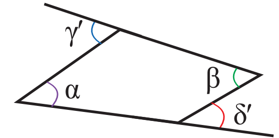
10 Dördbucaqlının iki qonşu təpə bucağının tənböləni çəkilmişdir. Verilən bucaq ölçülərinə görə x-in qiymətini tapın.



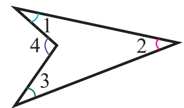




11 a) Qabarıq dördbucaqlıda $\alpha + \beta = \gamma' + \delta'$ olduğunu isbat edin.



b) Qabarıq olmayan dördbucaqlıda $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ olduğunu isbat edin.

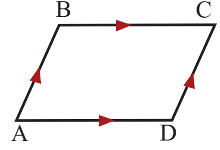


12 1) Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının dərəcə ölçüləri 1:2:3:4 nisbətindədir. Bu dördbucaqlının daxili və xarici bucaqlarını tapın.

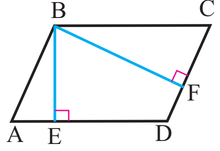
2) Elə qabarıq dördbucaqlı varmı ki, bütün daxili bucaqları: a) iti bucaq; b) düz bucaq; c) kor bucaq olsun?

Paraleloqram

Paraleloqram və onun xassələri

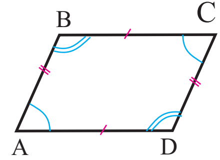


Tərif. Qarşı tərəfləri paralel olan dördbucaqlıya paraleloqram deyilir.
ABCD paraleloqramında AB||CD, AD||BC.
Tərəfinin ixtiyari nöqtəsindən qarşı tərəfi özündə saxlayan düz xəttə çəkilmiş perpendikulyara paraleloqramın hündürlüyü deyilir. Şəkildə BE və BF hündürlüklərdir: BE ⊥ AD, BF⊥CD.
İki paralel düz xətt arasındakı məsafə sabit qaldığından paraleloqramın eyni tərəfə çəkilmiş bütün hündürlükləri bərabərdir.



Teorem 1. Paraleloqramın qonşu təpələrindəki daxili bucaqlarının cəmi 180º-dir.
İsbatı: İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili birtərəfli bucaqların cəmi 180°-yə bərabərdir. ABCD paraleloqramında AB tərəfini özündə saxlayan düz xəttin BC və AD paralel tərəfləri ilə kəsişməsindən alınan ∠A və ∠B daxili birtərəfli bucaqlardır. Deməli, ∠A + ∠B = 180º. Oxşar qayda ilə alınır ki,
∠C + ∠D = 180º, ∠B + ∠C = 180º, ∠A + ∠D = 180º.

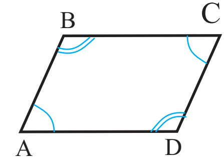
Teorem 2. Paraleloqramın qarşı bucaqları konqruyentdir.
∠A ≅ ∠C, ∠B ≅ ∠D



Teorem 3. Paraleloqramın qarşı tərəfləri konqruyentdir.
AB ≅ CD, AD ≅ BC

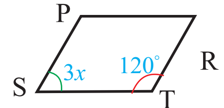
Öyrənmə tapşırıqları.

1 Teorem 2-nin isbatını ikisütunlu cədvəldə nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazmaqla dəftərinizdə tamamlayın.
Verilir: ABCD paraleloqramdır.
İsbat edin: ∠A ≅ ∠C, ∠B ≅ ∠D.

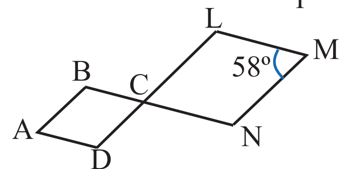


Təklif	Əsası
1. ABCD ▱ -dır.	1. Verilir
2. ∠A + ∠B = 180°, ∠B + ∠C = 180° ∠C + ∠D = 180°, ∠D + ∠A = 180°	2. ....
3. ∠A ≅ ∠C, ∠B ≅ ∠D	3. Bərabərliyin xassəsinə görə

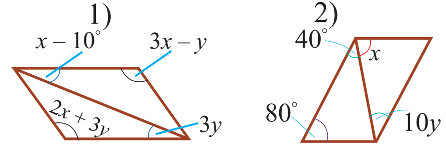
2 PRTS paraleloqramdır. Verilənlərə görə x dəyişəninin qiymətini tapın.



3 BN və DL parçaları C nöqtəsində kəsişirlər. ABCD və CLMN paraleloqramlardır. ∠M = 58º olduğuna görə: a) ∠A-nın dərəcə ölçüsünü tapın: b) ∠B-nin dərəcə ölçüsünü tapmaq mümkündürmü?



4 Paraleloqrama aid verilmiş məlumatlara əsasən x və y dəyişənlərinin qiymətlərini tapın.

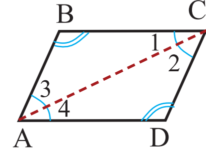


5 ABCD paraleloqramının naməlum bucaqlarını tapın.
a) $\angle B = 130°$ | b) $\angle C : \angle B = 2 : 7$ | c) $\angle A + \angle C = 140°$ | d) $\angle B - \angle A = 40°$

6 Paraleloqramın təpə bucağının tənböləni onun qarşı tərəfini 55°-li bucaq altında kəsir. Bu paraleloqramın bucaqlarını tapın.

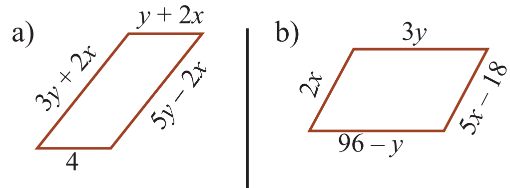
7 Teorem 3-ün isbatını ikisütunlu cədvəldə nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazmaqla dəftərinizdə tamamlayın.

Verilir: ABCD paraleloqramdır.
İsbat edin: AB ≅ CD, AD ≅ BC



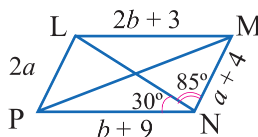
Təklif	Əsası
1. ABCD ▱ -dır.	1. Verilir
2. AC diaqonalını çəkirik	2. İki nöqtədən yalnız bir düz xətt keçir
3. AB‖CD, AD‖BC	3. ....
4. ∠BCA ≅ ∠DAC, ∠DCA ≅ ∠CAB	4. ....
5. AC ≅ AC	5. Konqruyentliyin xassəsinə görə
6. ΔABC ≅ ΔCDA	6. ....
7. AB ≅ CD, AD ≅ BC	7. Konqruyent üçbucaqların uyğun tərəfləri

8 Paraleloqrama aid verilmiş məlumatlara əsasən x və y dəyişənlərinin qiymətlərini tapın.

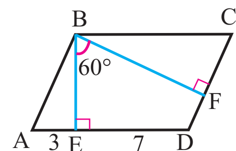


9 Tərəfləri a və b olan paraleloqramın perimetri $P = 2(a + b)$ düsturu ilə tapılır. Verilən şərtə görə perimetri 96 sm olan ABCD paraleloqramının tərəflərini tapın. a) AB : AD = 3 : 5 b) AD tərəfi AB-dən 4 sm böyükdür
c) AB + BC + CD = 64 sm

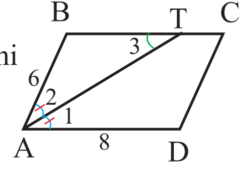
10 PLMN paraleloqramında tələb olunan ölçüləri tapın.
1) ∠PLM
2) ∠LMN
3) PL
4) LM
5) Perimetr



11 ABCD paraleloqramında BE və BF hündürlüklərdir. Tələb olunan ölçüləri tapın.
1) ∠A
2) AB
3) CF
4) BE
5) BF



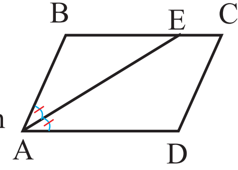
12 Verilən məsələni və həllini müzakirələr aparmaqla araşdırın. Nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazın.



Məsələ. ABCD paraleloqramında A bucağının tənböləni BC tərəfini T nöqtəsində kəsir. AD = 8 sm, AB = 6 sm olarsa, TC parçasının uzunluğunu tapın.

Həlli: 1) $\angle 1 \cong \angle 2$ (şərtə görə AT tənböləndir)
2) $\angle 1 \cong \angle 3$ (daxili çarpaz bucaqlar olduqları üçün)
3) $\angle 2 \cong \angle 3$, ΔABT bərabəryanlıdır.
4) AB = BT = 6 sm (bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfləridir)
5) BC = AD = 8 sm (...)
6) TC = BC – BT = 8 – 6 = 2 (sm) **Cavab:** 2 sm

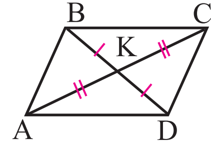
13 ABCD paraleloqramında AE şüası A bucağının tənbölənidir. 1) AB = 7 sm, AD = 12 sm olarsa, BE və EC-nin uzunluqlarını tapın.
2) BE = 9 sm, EC = 5 sm olarsa, paraleloqramın perimetrini tapın.



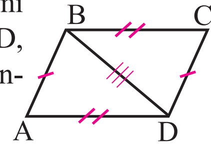
Paraleloqramın xassələri

Teorem 4. Paraleloqramın diaqonalı onu iki konqruyent üçbucağa ayırır. $\Delta ABC \cong \Delta CDA$, $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

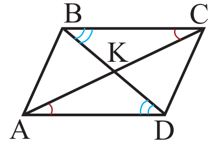
Teorem 5. Paraleloqramın diaqonalları kəsişir və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər. $AK \cong KC$, $BK \cong KD$



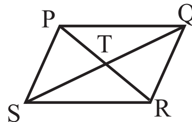
Teorem 4-ün isbatı: ABCD paraleloqramının BD diaqonalını çəkək. Paraleloqramın qarşı tərəfləri olduqları üçün $AB \cong CD$, $AD \cong BC$, BD tərəfi isə ortaq olduğundan üçbucaqların konqruyentliyinin TTT əlamətinə görə $\Delta ABD \cong \Delta CDB$ olur. Paraleloqramın AC diaqonalını çəkib $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ olduğunu siz isbat edin.



14 **Teorem 5-i** isbat edin.
Verilir: ▱ABCD
İsbat edin: $AK \cong KC$, $BK \cong KD$
İsbat üçün plan: İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi bucaqların xassələrindən və üçbucaqların konqruyentliyinin BTB əlamətindən istifadə edin.

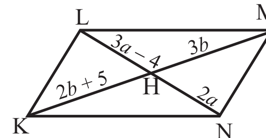


15 $\Delta TSP \cong \Delta TQR$ olarsa, PQRS dördbucaqlısının paraleloqram olduğunu isbat edin. İsbatı mətnlə təqdim edin.



16 ▱KLMN-də tələb olunan parçaların uzunluqlarını tapın.

1) LH 2) LN 3) KH 4) KM

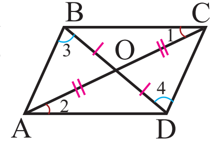


Paraleloqramın əlamətləri

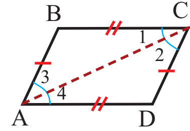
Teorem 1. İki qarşı tərəfi konqruyent və paralel olan dördbucaqlı paraleloqramdır.

Teorem 2. Qarşı tərəfləri konqruyent olan dördbucaqlı paraleloqramdır.

Teorem 3. Dördbucaqlının diaqonalları kəsişirsə və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürsə, bu dördbucaqlı paraleloqramdır.

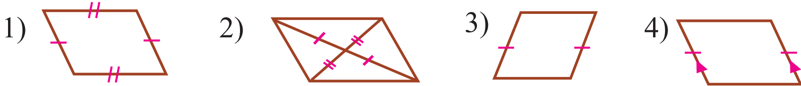


Teorem 3-ün isbatı: Şərtə görə $AO \cong OC$, $BO \cong OD$. Qarşılıqlı bucaqlar olduğundan $\angle AOD \cong \angle COB$. Onda TBT əlamətinə görə $\Delta AOD \cong \Delta COB$. Konqruyent üçbucaqların uyğun bucaqları bərabərdir: $\angle 1 \cong \angle 2$. Daxili çarpaz bucaqların bərabərliyindən alırıq ki, $BC \parallel AD$. Oxşar qayda ilə $\Delta AOB \cong \Delta COD$ olduğundan $\angle 3 \cong \angle 4$ və deməli, $AB \parallel CD$. Qarşı tərəfləri paralel olduğundan ABCD dördbucaqlısı paraleloqramdır.



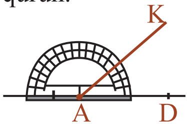
17 **Teorem 2-ni** isbat edin. **İsbat üçün plan:** Üçbucaqların konqruyentliyindən və düz xətlərin paralellik əlamətindən istifadə edin.

18 Hansı şəkillər üzərində qeyd edimiş məlumatlar həmin fiqurun paraleloqram olduğunu hökm etməyə imkan verir?

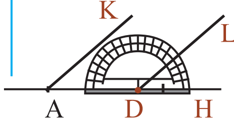


19 Tərəflərinə və bucağına görə paraleloqram qurma addımlarını araşdırın.

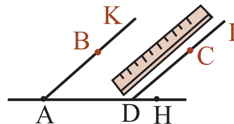
1. Düz xətt üzərində tərəflərdən biri uzunluqda AD parçası ayırın və verilmiş ölçüdə $\angle KAD$-ni qurun.



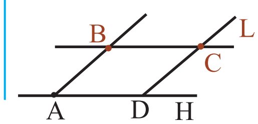
2. D nöqtəsini təpə nöqtəsi qəbul etməklə eyni ölçüdə $\angle LDH$-ı qurun.



3. AK və DL şüaları üzərində paraleloqramın digər tərəfi uzunluqda AB və DC parçaları ayırın.



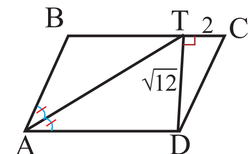
4. B və C nöqtələrini birləşdirin. ABCD paraleloqramı qurulmuş oldu.



20 a) $AB = 5$ sm, $AD = 8$ sm, $\angle A = 60^\circ$ olmaqla ABCD paraleloqramını qurun.

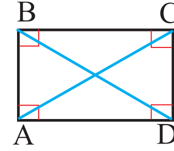
b) $AB = 5$ sm, $AD = 8$ sm, $BD = 9$ sm olmaqla ABCD paraleloqramını qurun.

21 Şəkildə verilənlərə görə ABCD paraleloqramının perimetrini tapın.



Paraleloqramın növləri

Düzbucaqlı



Tərif. Bütün bucaqları düz bucaq olan paraleloqrama düzbucaqlı deyilir.

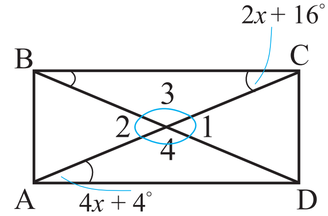
Paraleloqramın bütün xassələri düzbucaqlıya da aiddir.

Düzbucaqlının özünəməxsus bir xassəsi də var.

Teorem. Düzbucaqlının diaqonalları konqruyentdir. $AC \cong BD$

Düzbucaqlının əlaməti. Diaqonalları konqruyent olan paraleloqram düzbucaqlıdır.

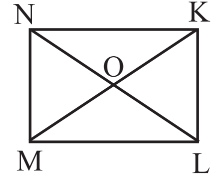
Öyrənmə tapşırıqları.



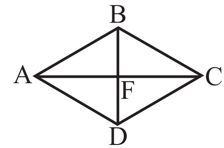
1 ABCD düzbucaqlısında verilənlərə görə tapın:

1) x-in qiymətini;

2) $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ bucaqlarını.



2 MNKL düzbucaqlıdır. Verilənlərə görə sual işarəsinə uyğun ölçüləri tapın.
1) $NO = 3x + 4$, $OL = 4x - 3$ olarsa, $OK = ?$
2) $ML = 4x - 4$, $NK = 3x + 7$ olarsa, $NK = ?$
3) $\angle MNL = 2x - 3$, $\angle LNK = x + 6$ olarsa, $\angle LKM = ?$

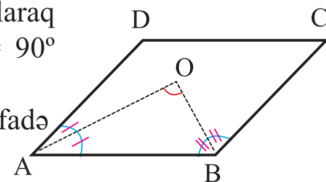


3 1) ABCD paraleloqramdır. $\angle BAD$ haqqında hansı məlumat verilsə, bu paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu demək olar?
2) ABCD paraleloqramdır. BD və AC haqqında hansı məlumat verilsə, bu paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu demək olar?

4 Düzbucaqlının bucağının tənböləni onun tərəfini 6 sm və 8 sm parçalara ayırır. Bu düzbucaqlının perimetrini tapın. Mümkün hallara baxın.

5 Yeni məktəbin tikintisi üçün 1,2 ha torpaq sahəsi ayrıldı. Bu sahə uzunluğu 120 m olan düzbucaqlı şəklindədir. Sahənin 1:1000 miqyası ilə planını çəkin.

6 a) Düzbucaqlının bir tərəfinə bitişik bucaqlarının tənbölənlərini çəkin və onlar arasındakı bucağı tapın.

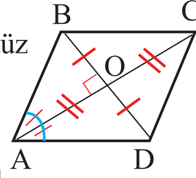


b) ABCD paraleloqramında AO və BO uyğun olaraq $\angle A$-nın və $\angle B$-nin tənbölənləridir. $\angle AOB = 90°$ olduğunu isbat edin.
Göstəriş: $\angle A + \angle B = 180°$ bərabərliyindən istifadə edin.

Paraleloqramın növləri

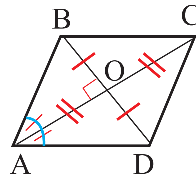
Romb və rombun xassələri

Tərif. Bütün tərəfləri konqruyent olan paraleloqrama romb deyilir. Paraleloqramın bütün xassələri romba aiddir. Rombun həmçinin aşağıdakı kimi xassələri də var.

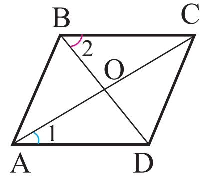


Teorem 1. Rombun diaqonalları bucaqlarının tənböləni olub, düz bucaq altında kəsişirlər.
$\angle BAC = \angle DAC$, $\angle ABD = \angle CBD$; $AC \perp BD$

Teorem 2 (tərs teorem). Diaqonalları perpendikulyar olan paraleloqram rombdur.
Əgər $AC \perp BD$ olarsa, ▱ABCD rombdur.

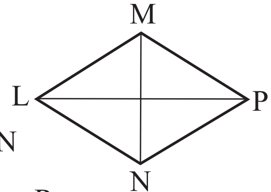


Teorem 1-in isbatı:
Verilir: ABCD rombdur.
İsbat edin: $\angle BAC = \angle DAC$, $\angle ABD = \angle CBD$; $AC \perp BD$
İsbatı (mətnlə): Rombun tərifinə görə $AB \cong BC \cong CD \cong AD$. Həmçinin ABCD rombu paraleloqramdır və paraleloqramın diaqonalları kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər. Buradan BO = OD. ΔABD bərabəryanlı üçbucağında AO medianı (BO = OD olduğuna görə) həm tənbölən, həm də hündürlükdür. Deməli, $\angle BAC = \angle DAC$. $\angle BOC$ düz bucaq olduğu üçün $AC \perp BD$. ΔABC bərabəryanlı olduğundan BO hündürlüyü həm də tənbölən-dir. Deməli, $\angle ABD = \angle CBD$.



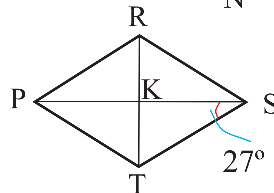
Nümunə. AO = OC, BO = OD, $\angle 1 = 35°$, $\angle 2 = 55°$, CD = 5 sm olarsa, ABCD dördbucaqlısının perimetrini tapın.
Həlli: Şərtə görə diaqonalları kəsişib yarıya bölündüyündən ABCD dördbucaqlısı paraleloqramdır. Deməli, AD || BC. Daxili çarpaz bucaqların bərabərliyindən $\angle ADB = 55°$ olur. ΔAOD-dən $\angle AOD = 180° - (\angle 1 + \angle ADO) = 180° - (35° + 55°) = 90°$. Deməli, $AC \perp BD$. Diaqonalları perpendikulyar olduğundan ABCD paraleloqramı rombdur. Rombun tərəfləri konqruyentdir. CD = 5 sm olduğuna görə alırıq ki, rombun perimetri $P = 4 \cdot CD = 4 \cdot 5 = 20$ sm-dir.

Öyrənmə tapşırıqları.



7 LMPN rombunda $\angle MLN = \frac{1}{2}\angle LMP$, MP = 12

Tapın: 1) $\angle MPL$ 2) $\angle MLN$ 3) $\angle LMP$ 4) MN

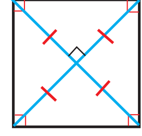


8 PRST rombunda $\angle TSP = 27°$
$PK = 5n - 2$ $KS = 3n + 2$,

Tapın: 1) $\angle RPK$ 2) $\angle PTS$ 3) $\angle PTK$ 4) PS 5) PK

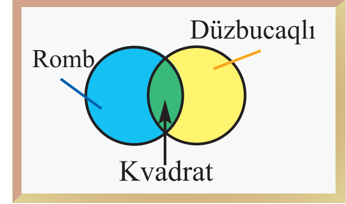
Kvadrat

Tərif. Bütün tərəfləri konqruyent olan düzbucaqlıya kvadrat deyilir. Düzbucaqlı paraleloqram olduğundan tərifə görə alınır ki, kvadrat tərəfləri konqruyent olan paraleloqram, yəni rombdur. Ona görə düzbucaqlının və rombun bütün xassələri kvadrata aiddir:



- Bütün bucaqları düz bucaqdır.
- Bütün tərəfləri konqruyentdir.
- Diaqonalları konqruyentdir, qarşılıqlı perpendikulyardır, kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür, kvadratın bucaqlarının tənbölənidir.

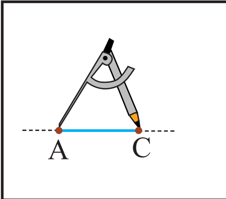
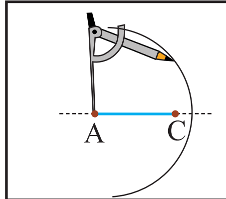
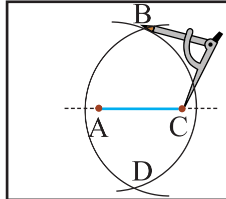
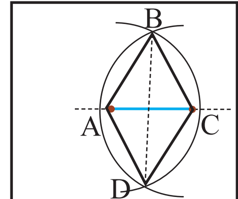
9 Venn diaqramında fiqurların xassələrini uyğun hissədə yerləşdirin. Venn diaqramını böyükölçülü kağız üzərində çəkin. Təqdimat hazırlayın.



10 Elgün tərəflərinin uzunluğu 18 sm olan dördbucaqlı şəklində taxta parçası kəsdi. Bu taxtanın kvadratşəkilli olduğuna əmin olmaq üçün daha hansı ölçüləri yoxlamaq lazımdır?

11 a) Rombun bütün hündürlüklərinin konqruyent olduğunu göstərin.
b) Bucaqlarından biri 120°, kiçik diaqonalı 8 sm olan rombun perimetrini və hündürlüyünü tapın.
c) Diaqonalları 12 sm və 16 sm olan rombun perimetrini və hündürlüyünü tapın.

12 1) Diaqonalına və tərəfinə görə romb qurma addımlarını araşdırın.

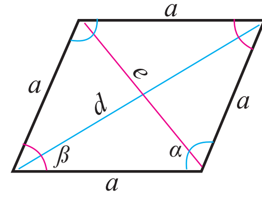
Düz xətt üzərində rombun diaqonalı uzunluqda AC parçası ayırın.	Mərkəzi A nöqtəsində olmaqla radiusu rombun tərəfi uzunluqda olan çevrə qövsü çəkin.	Pərgarın iti ucunu C nöqtəsində yerləşdirməklə son çəkdiyiniz qövsü kəsən eyni radiuslu qövs çəkin.	A, B, C, D nöqtələrini parçalarla birləşdirin.
			

2) 1-ci bənddə qurulmuş ABCD dördbucaqlısının romb olduğunu əsaslandırın.

3) “Rombun diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər” xassəsindən istifadə etməklə diaqonallarının uzunluqları 4 sm və 6 sm olan romb qurun. Qurma addımlarını müzakirə etməklə müəyyənləşdirin.

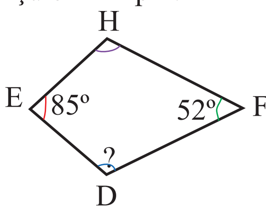
13 Verilən şərtlərə görə romb qurun.

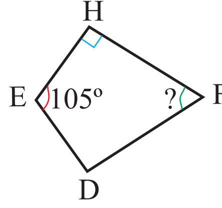
1) $a = 50$ mm, $\alpha = 110^o$ 2) $a = 4$ sm, $\beta = 60^o$
3) $d = 4$ sm, $e = 3$ sm 4) $d = 8$ sm, $e = 6$ sm

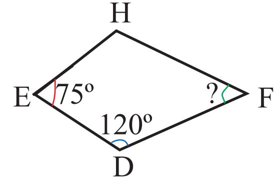


14 **Araşdırma.** Samir romb qurmaq üçün əvvəlcə onun diaqonallarını çəkdi. Samir rombun diaqonallarının qarşılıqlı perpendikulyar olduğunu və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölündüyünü bilir. Qurma zamanı diaqonallardan biri üçün kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünmə şərtinə əməl etməyi unutdu. Lakin alınan fiqurun çərpələng formalı (deltoid) olduğuna çox sevindi. İsbat edin ki, çərpələng formalı dördbucaqlının qarşı bucaqlarından bir cütü bərabərdir.

15 EHFD çərpələng formalı dördbucaqlıdır. Tələb olunan bucaqların dərəcə ölçülərini tapın.

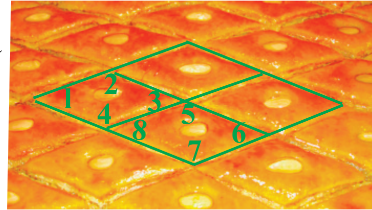






16 Paxlava konqruyent romblar şəklində kəsilir. Paxlava üzərində qeyd olunmuş bucaqlara görə məsələləri həll edin.

a) İsbat edin ki, $\angle 3$ və $\angle 6$ uyğun bucaqlardır.
b) İsbat edin ki, $\angle 5 + \angle 6 = 180^0$

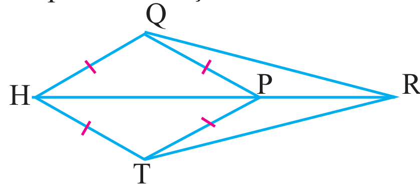


17 a) Bir rombun tərəfi digər rombun tərəfinə konqruyentdirsə, bu romblar konqruyentdirmi?

b) Bir kvadratın tərəfi digər kvadratın tərəfinə konqruyentdirsə, bu kvadratlar konqruyentdirmi?

18 Rəşad kvadratşəkilli 400 m^2 torpaq sahəsində ev tikməyə hazırlaşır. O bu sahənin 1:200 miqyası ilə planını çəkdi. Bu planı siz də çəkin.

19 HQPT rombdur, HP rombun diaqonalıdır. R nöqtəsi HP-nin uzantısı üzərindədir. RQ ≅ RT olduğunu isbat edin.



20 Aşağıdakı təkliflərdən hansı ***həmişə*** doğrudur, hansı ***bəzən*** doğrudur, hansı ***heç vaxt*** doğru deyil?

1) Düzbucaqlı paraleloqramdır.
2) Paraleloqram rombdur.
3) Kvadrat rombdur.
4) Kvadrat düzbucaqlıdır.
5) Romb kvadratdır.
6) Romb düzbucaqlıdır.
7) Düzbucaqlı dördbucaqlıdır.
8) Düzbucaqlı kvadratdır.

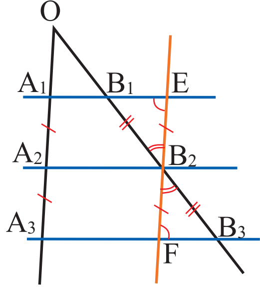
Paraleloqramın xasssələrinin tətbiqi

1 a) Fales teoreminin isbatını nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazmaqla dəftərinizdə tamamlayın.

Fales teoremi. Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bucağın bir tərəfi üzərində konqruyent parçalar ayırırsa, digər tərəf üzərində də konqruyent parçalar ayırır. $A_1A_2 \cong A_2A_3$ olarsa, $B_1B_2 \cong B_2B_3$ olar.

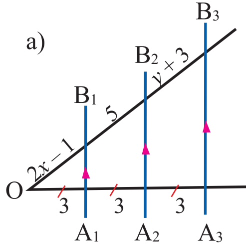
İsbatı. B_2 nöqtəsindən OA_3-ə paralel düz xətt keçirək.

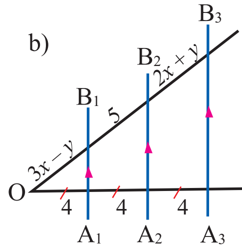
Təklif	Əsası
1. $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$, $A_1A_2 \cong A_2A_3$	1. Verilir.
2. $A_1A_2 \cong EB_2$, $A_2A_3 \cong B_2F$	2. ....
3. $EB_2 \cong B_2F$	3. $A_1A_2 \cong A_2A_3$
4. $\angle E \cong \angle F$	4. ....
5. $\angle EB_2B_1 \cong \angle FB_2B_3$	5. Qarşılıqlı bucaqlar
6. $\Delta EB_2B_1 \cong \Delta FB_2B_3$	6. BTB əlaməti
7. $B_1B_2 \cong B_2B_3$	7. ....

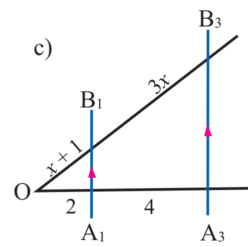


b) Fales teoreminin şərtində bucağın tərəfləri əvəzinə ixtiyari iki düz xətt götürsək, nəticə dəyişərmi?

2 Şəkildə verilənlərə görə məchulları tapın.

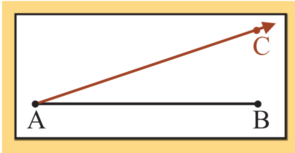




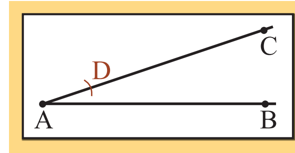


3 **a)** Parçanı konqruyent hissələrə bölmə addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.

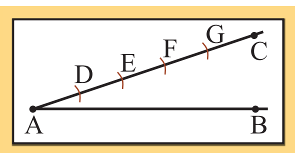
1. AB parçası çəkin. AB parçası ilə iti bucaq əmələ gətirən şüa üzərində hər hansı C nöqtəsi qeyd edin.



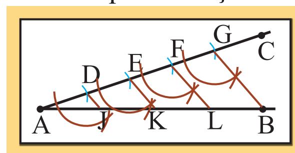
2. Pərgarın iti ucunu A nöqtəsində yerləşdirib AC-ni kəsən qövs çəkin. Kəsişmə nöqtəsini D hərfi ilə işarə edin.



3. Pərgarın qollarını dəyişmədən AC parçasını kəsən yeni qövslər çəkin. Kəsişmə nöqtələrini ardıcıl olaraq E, F, G kimi işarə edin.

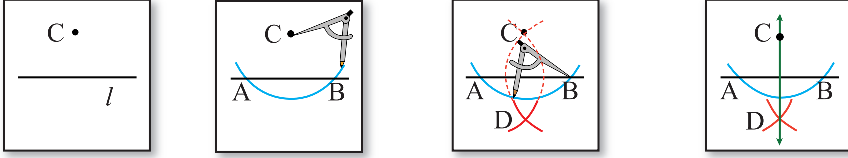


4. GB parçasını çəkin. D, E, F-dən keçən və GB-yə paralel olan düz xətlər qurun. Hansı əsaslara görə AJ , JK , KL , LB parçalarının konqruyent olduqlarını düşünmək olar?



b) Hər hansı AB parçası çəkin və bu parçanı 5 konqruyent hissəyə bölün.

4 **Verilmiş nöqtədən verilmiş düz xəttə perpendikulyarın qurulması** addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.



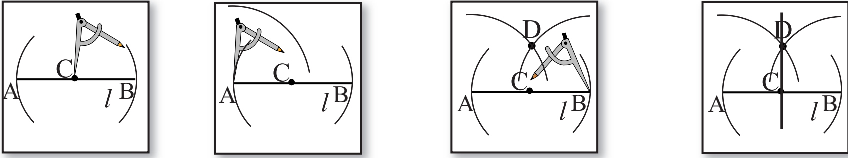
1. *l* düz xəttini çəkin və onun üzərində olmayan C nöqtəsini qeyd edin.

2. Pərgarın iti ucunu C nöqtəsinə yerləşdirib, düz xətti iki nöqtədə kəsən qövs çəkin. Kəsişmə nöqtələrini A və B ilə işarə edin.

3. Pərgarın qollarının vəziyyətini dəyişmədən mərkəzləri A və B nöqtələrində olmaqla eyni radiuslu çevrələr çəkin. Onların C-dən fərqli kəsişmə nöqtəsini D ilə işarə edin.

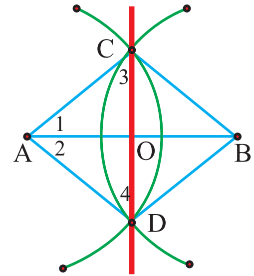
4. C və D nöqtəsindən keçən düz xətt çəkin: CD⊥ AB.

5 a) **Düz xətt üzərindəki nöqtədən verilmiş düz xəttə perpendikulyarın qurulması** addımlarını araşdırın.



b) Düz xətt üzərində verilmiş nöqtədən bu düz xəttə perpendikulyarın qurulmasını **http://www.mathopenref.com/constperplinepoint.html** internet ünvanında izləyin və dəftərinizdə yerinə yetirin.

6 a) Şəkildə verilmiş qurmaya görə ΔACB ≅ ΔBDA və ΔACD ≅ ΔBDC. Bu məlumatlardan istifadə edərək, CD-nin AB parçasının orta perpendikulyarı olduğunu isbat edin.

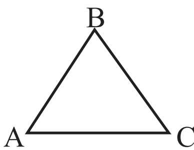


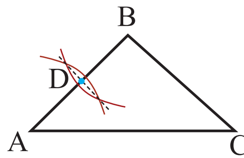
b) **Parçanın orta nöqtəsini qurmaqla üçbucağın medianının qurulması** addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.

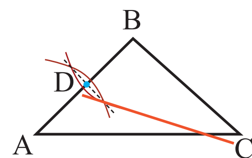
1. ΔABC-ni çəkin.

2. AB tərəfinin orta nöqtəsini qurun və D ilə işarə edin.

3. C və D nöqtələrini birləşdirin. CD parçası ΔABC-nin medianıdır.

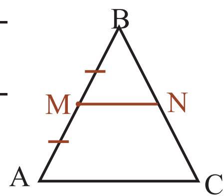






Paraleloqramın xasssələrinin tətbiqi

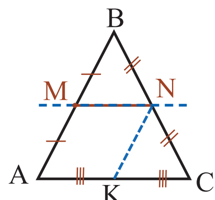
Araşdırma. 1) ΔABC-də AB tərəfinin M orta nöqtəsindən AC-yə paralel çəkin: MN||AC.
2) BN və NC parçalarını ölçün və müqayisə edin. BN = NC bərabərliyinin doğruluğunu hökm etmək olarmı?



Üçbucağın orta xətti

Tərif. Üçbucağın iki tərəfinin orta nöqtələrini birləşdirən parçaya bu üçbucağın orta xətti deyilir.
Teorem. Üçbucağın verilmiş iki tərəfinin ortasını birləşdirən orta xətti üçüncü tərəfə paralel olub, onun yarısına bərabərdir:

$$MN||AC,\ MN = \frac{AC}{2}$$



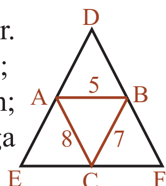
İsbatı. ΔABC-nin orta xətti MN olsun. M nöqtəsindən AC-yə paralel düz xətt çəkək. Fales teoreminə görə o, BC parçasının ortasından keçir, yəni MN orta xətti onun üzərindədir. Deməli, MN orta xətti AC tərəfinə paraleldir. İndi NK orta xəttini çəkək. NK||AB olduğundan AMNK dördbucaqlısı paraleloqramdır. Paraleloqramın xassəsinə görə MN ≅ AK. Fales teoreminə görə AK ≅ KC. Deməli, $MN = \frac{AC}{2}$.
Teorem isbat olundu.

Öyrənmə tapşırıqları

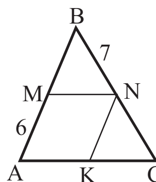
7 Üçbucağın tərəfləri 4 sm, 6 sm və 8 sm-dir. Təpələri bu üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələri olan üçbucağın tərəflərini tapın.

8 a) Perimetri 40 sm olan bərabəryanlı üçbucağın orta xətti 5 sm-dir. Bu üçbucağın tərəflərini tapın.
b) Perimetri 28 sm olan bərabəryanlı üçbucağın orta xətti 4 sm-dir. Bu üçbucağın tərəflərini tapın. Məsələnin neçə həlli var?

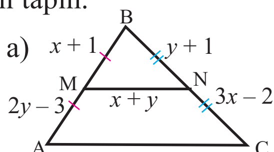
9 A, B, C nöqtələri DEF üçbucağının tərəflərinin orta nöqtələridir.
a) DE, DF, EF tərəflərini tapın; b) ΔDEF-in perimetrini tapın;
c) ΔDEF-in perimetrinin ΔABC-nin perimetrinə nisbətini tapın;
d) Üçbucağın orta xətlərinin onu 4 konqruyent üçbucağa böldüyünü isbat edin.

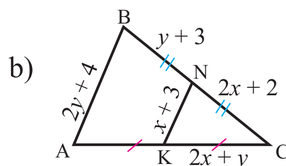


10 M, N, K nöqtələri ΔABC-nin tərəflərinin orta nöqtələridir. AM = 6 sm, BN = 7 sm, ΔABC-nin perimetri 36 sm olarsa, AMNK dördbucaqlısının perimetrini tapın.



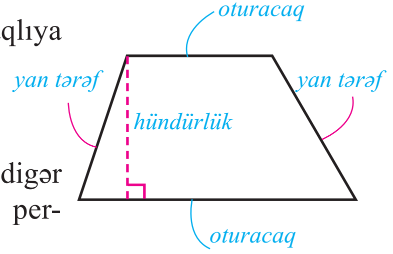
11 Şəkildə verilənlərə görə x, y dəyişənlərinin qiymətlərini və ΔABC-nin perimetrini tapın.

a)


b)


Trapesiya

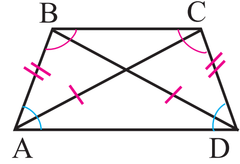
Tərif. Yalnız iki tərəfi paralel olan dördbucaqlıya trapesiya deyilir.
Paralel tərəflər trapesiyanın **oturacaqları**, paralel olmayan tərəflər isə **yan tərəfləri** adlanır.
Trapesiyanın oturacağının hər hansı nöqtəsindən digər oturacağı özündə saxlayan düz xəttə çəkilən perpendikulyara trapesiyanın hündürlüyü deyilir.



Yan tərəfləri konqruyent olan trapesiyaya **bərabəryanlı trapesiya** deyilir.

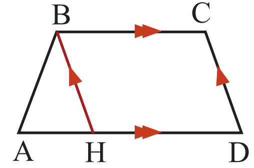
Yan tərəflərindən biri oturacağına perpendikulyar olan trapesiyaya **düzbucaqlı trapesiya** deyilir.

Teorem 1. Bərabəryanlı trapesiyanın oturacaqlarına bitişik bucaqları uyğun olaraq konqruyentdir.
$\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle C$



Teorem 2. Bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalları konqruyentdir. $AC \cong BD$

Teorem 1-in isbatı:
$BH \parallel CD$ xətti çəkək. BCDH paraleloqramdır: $BH \cong CD$. ΔABH bərabəryanlıdır: $\angle A \cong \angle AHB$. Digər tərəfdən uyğun bucaqlar olduqları üçün $\angle AHB \cong \angle D$. Onda $\angle A \cong \angle D$ olur. Trapesiyanın yan tərəflərinə bitişik bucaqların cəmi 180° və $\angle A \cong \angle D$ olduğundan $\angle B \cong \angle C$ alırıq.

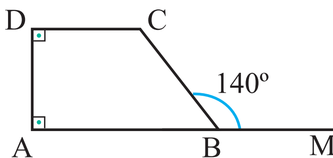


1 **Teorem 2 -** nin isbatını tamamlayın.
Verilir: ABCD bərabəryanlı trapesiyadır. $AB \cong CD$
İsbat edin: $AC \cong BD$

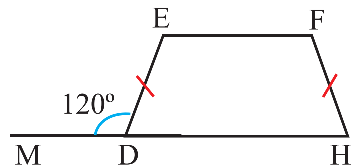
Təklif	Əsası
$AB \cong CD$	Verilir
$\angle A \cong \angle D$	....
$AD \cong DA$	ΔBAD və ΔCDA üçbucaqlarının ortaq tərəfidir
$\Delta BAD \cong \Delta CDA$	Üçbucaqların konqruyentliyinin TBT əlaməti
$AC \cong BD$	....

2 Trapesiyanın daxili bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

1) ABCD trapesiyasının AD yan tərəfi AB oturacağına perpendikulyardır. $\angle CBM = 140°$

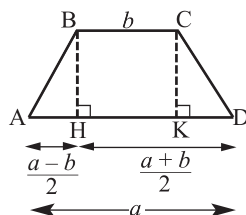


2) DEFH bərabəryanlı trapesiyadır. $\angle EDM = 120°$



3 Verilmiş məsələni və həllini araşdırın.

Məsələ. Bərabəryanlı ABCD trapesiyasında AD = a, BC = b, BH hündürlükdür.



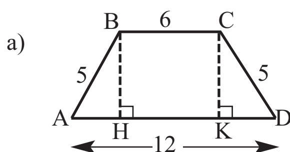
Göstərin ki, $AH = \frac{a-b}{2}$, $HD = \frac{a+b}{2}$

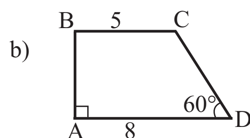
Həlli: CK hündürlüyünü çəkək: CK ⊥ AD.

HBCK dördbucaqlısı düzbucaqlıdır. HK = BC = b. Hipotenuzuna və katetinə görə ΔABH və ΔDCK konqruyentdirlər: $KD = AH = \frac{AD - HK}{2} = \frac{a-b}{2}$.

Onda $HD = AD - AH = a - \frac{a-b}{2} = \frac{a+b}{2}$

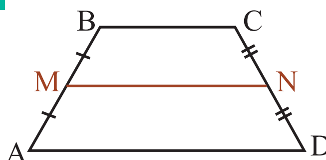
4 Şəkildə verilənlərə görə trapesiyanın hündürlüyünü tapın.

a) 

b) 

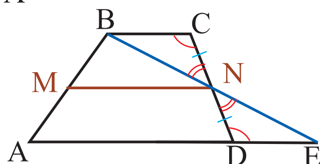
Trapesiyanın orta xətti

Tərif. Trapesiyanın yan tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirən parçaya trapesiyanın orta xətti deyilir.



AM = MB,
CN = ND,
MN trapesiyanın orta xəttidir.

Teorem. Trapesiyanın orta xətti oturacaqlarına paralel olub onların uzunluqları cəminin yarısına bərabərdir.



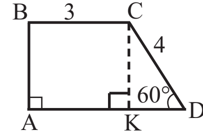
MN||AD, MN||BC,

$MN = \frac{AD + BC}{2}$

İsbatı: B nöqtəsindən və CD-nin orta N nöqtəsindən düz xətt keçirək və onun AD düz xətti ilə kəsişmə nöqtəsini E ilə işarə edək.

Təklif	Əsası
1. CN ≅ ND	1. Qurmaya görə
2. ∠C ≅ ∠EDN	2. Daxili çarpaz bucaqlar
3. ∠CNB ≅ ∠DNE	3. Qarşılıqlı bucaqlar
4. ΔCNB ≅ ΔDNE	4. BTB əlamətinə görə
5. BC ≅ DE, BN ≅ NE,	5. Konqruyent üçbucaqların uyğun tərəfləri
6. MN ∥ AE, $MN = \frac{AE}{2}$	6. MN parçası ΔABE-nin orta xəttidir
7. $MN = \frac{AD + DE}{2}$	7. AE = AD + DE
8. $MN = \frac{AD + BC}{2}$	8. DE ≅ BC

Nümunə. Düzbucaqlı ABCD trapesiyasında BC = 3 sm, CD = 4 sm, ∠D = 60° olduğunu bilərək orta xəttin uzunluğunu tapın.



Həlli: CK ⊥ AD çəkək. ABCK düzbucaqlı olduğu üçün AK = BC = 3. ΔCKD-də ∠KCD = 90° – 60° = 30°

olduğundan $KD = \frac{CD}{2} = 2$.

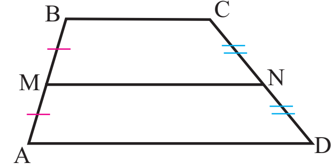
Onda AD = AK + KD = 3 + 2 = 5 olar.

Orta xəttin uzunluğu: $\frac{AD + BC}{2} = \frac{5 + 3}{2} = 4$ sm.

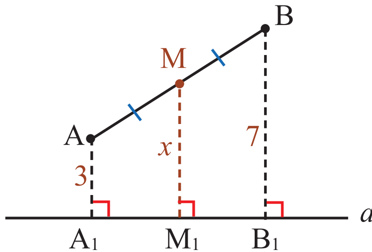
Öyrənmə tapşırıqları.

5 Trapesiyanın oturacaqları 0,6 m və 2,4 m-dir. Orta xəttin uzunluğunu tapın.

6 ABCD trapesiyasında MN orta xətdir.
Tapın:
a) BC = 18 sm, MN = 24 sm olarsa, AD oturacağının uzunluğunu;
b) AD = 16 sm, AB = 10 sm, BC = 12 sm, CD = 14 sm olarsa, AMND və MBCN trapesiyalarının perimetrlərini.

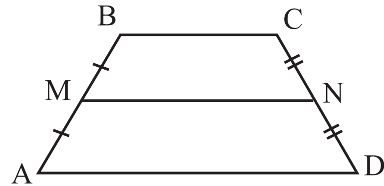


7 a) Parça düz xətti kəsmir. Parçanın uclarının düz xətdən məsafələri 3 sm və 7 sm-dir. Parçanın orta M nöqtəsinin düz xətdən məsafəsini tapın.

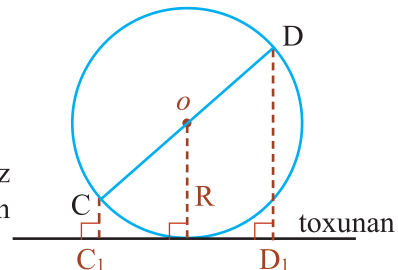


b) Parça düz xətti kəsən halda uyğun şəkli çəkin və məsələni həll edin.

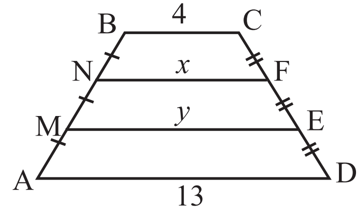
8 Orta xətti MN = 5 sm olan ABCD trapesiyasında BC : AD = 2 : 3 olarsa, onun oturacaqlarını tapın.



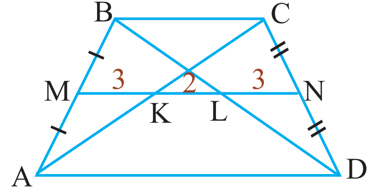
9 Diametrin ucları çevrəyə toxunan düz xətdən 4 sm və 8 sm məsafədədir. Çevrənin radiusunu tapın.



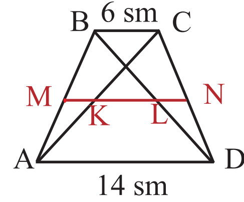
10 ABCD trapesiyasının AB yan tərəfi M və N nöqtələri ilə üç konqruyent parçaya bölünüb və bölgü nöqtələrindən trapesiyanın oturacaqlarına paralel düz xətlər çəkilib. Verilənlərə görə ME və NF parçalarının uzunluqlarını tapın.



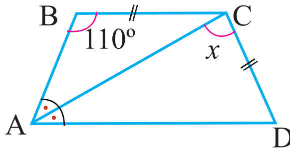
11 MN trapesiyanın orta xəttidir. Şəkildə verilənlərə görə trapesiyanın oturacaqlarını tapın.



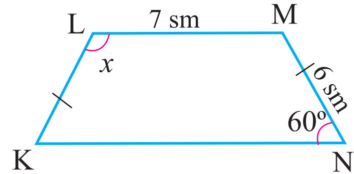
12 Oturacaqları 6 sm və 14 sm olan trapesiyanın orta xəttinin diaqonallar arasında qalan KL parçasının uzunluğunu tapın.



13 **Verilir:** ABCD trapesiya
BC = CD
AC tənböləndir.
Tapın: ∠ACD

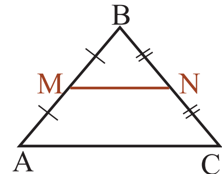


14 **Verilir:** KLMN bərabəryanlı trapesiya ∠KNM = 60°,
LM=7sm, MN=6 sm
Tapın: ∠KLM və trapesiyanın orta xəttini

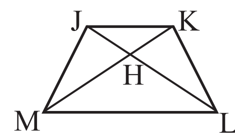


15 Bərabərtərəfli üçbucaq çəkin. Bu üçbucağın orta xəttini çəkdikdə alınan üçbucaq və trapesiya haqqında fikirlərinizi yazın.

16 Δ ABC-də MN orta xətdir.
AB = 10 sm, BC = 12 sm, AC = 14 sm olarsa, orta xəttin bu üçbucaqdan ayırdığı trapesiyanın perimetrini tapın.



17 Nərgizə verilən ev tapşırığı məsələsində JM≅KL olduğu verilmişdir. Nərgiz MJKL trapesiyasında ΔMJL≅ΔLKM olduğunu isbat etməlidir. Bu məsələni siz də həll edin.

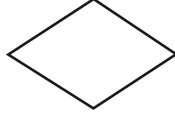


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

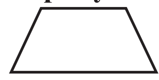
1 Aşağıdakı fiqurları və mümkün simmetriya oxlarını dəftərinizdə çəkin. Hər birinin neçə simmetriya oxu var?

Kvadrat 

Düzbucaqlı 

Romb 

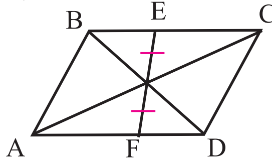
Paraleloqram 

Bərabəryanlı trapesiya 

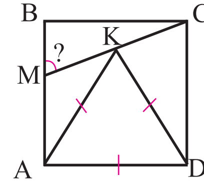
2 Paraleloqramın iki bucağının fərqi: a) 80°; b) 100° olarsa, onun bucaqlarını tapın.

3 Perimetri 28 sm olan paraleloqramın diaqonalları onu 4 üçbucağa ayırır. Bu üçbucaqlardan ikisinin perimetrləri fərqi 2 sm-dir. Paraleloqramın tərəflərini tapın.

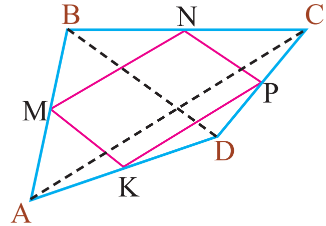
4 İsbat edin ki: 1) paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsindən keçən düz xəttin paraleloqrama aid olan parçası bu nöqtə ilə yarıya bölünür;
2) paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsi paraleloqramın simmetriya mərkəzidir.



5 Şəkildə ABCD kvadrat, ΔAKD bərabərtərəflidir. $\angle BMC$-ni tapın.

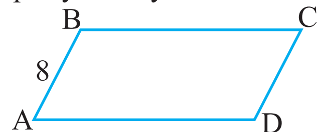


6 ABCD dörbucaqlısında M, N, P, K nöqtələri uyğun tərəflərin orta nöqtələridir.
a) MN və PK parçalarının qarşılıqlı vəziyyəti haqqında hansı fikiri söyləmək olar?
b) MNPK fiqurunu hansı növ dördbucaqlıya aid etmək olar?
c) ABCD dördbucaqlısının diaqonalları AC = 8 sm, BD = 7 sm olarsa, MNPK dördbucaqlısının perimetrini tapın.

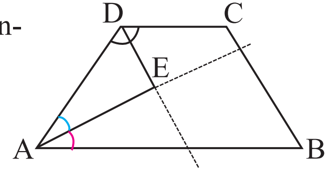


7 İsbat edin ki, düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirsəniz, romb alınar və əksinə, rombun tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirsəniz, düzbucaqlı alınar.

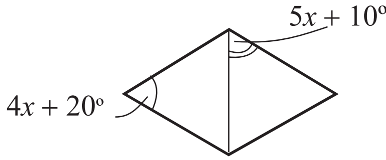
8 Şəkildəki paraleloqram orta xətti 12 sm, yan tərəfinin uzunluğu isə 8 sm olan iki bərabəryanlı konqruyent trapesiyadan quraşdırılmışdır.
1) Paraleloqram üzərində bir xətt çəkməklə bu trapesiyaları ayırın.
2) Ayrılan trapesiyaların perimetrlərini tapın.
3) Paraleloqramın perimetrini tapın.



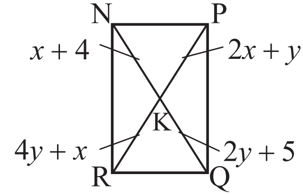
9 ABCD trapesiyasında ∠DAB və ∠CDA-nın tənbölənləri E nöqtəsində kəsişir və DE||CB. DE = 3 sm, AE = 4 sm, AB = 12 sm olarsa, DC-nin uzunluğunu tapın.



10 Şəkildəki rombda verilənlərə görə dəyişəni tapın.



11 Verilənlərə görə RNPQ düzbucaqlısının NQ diaqonalının uzunluğunu tapın.



12 a) Trapesiyanın perimetri 24 sm, yan tərəfləri 4 sm və 5 sm-dir. Bu trapesiyanın orta xəttini tapın.

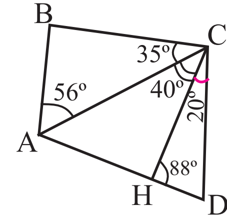
b) Trapesiyanın orta xətti onun böyük oturacağının $\frac{2}{3}$ hissəsinə bərabərdir. Bu trapesiyanın orta xətti onun kiçik oturacağından neçə dəfə böyükdür?

13 Şəklə görə rəngli dairələrin yerinə uyğun müqayisə işarəsini yazın. Fikrinizi əsaslandırın.

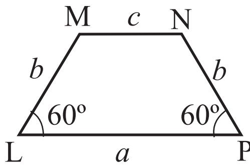
CD ● CH

BC ● AB

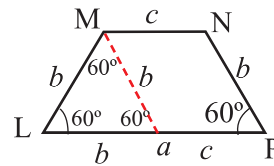
AC ● CD



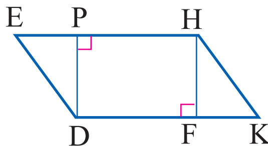
14 LMNP bərabəryanlı trapesiyasında LM + NP = LP + MN olduğuna və şəkil üzərində qeyd edilmiş məlumatlara görə $a : c$ nisbətini tapın.
Göstəriş: M təpəsindən NP tərəfinə paralel olmaqla düz xətt çəkin.



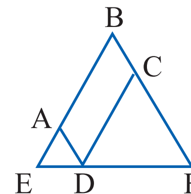
Göstəriş:



15 Verilir: ▱ DEHK, FH ⊥ DK, DP ⊥ EH
İsbat edin: ΔDPE ≅ ΔHFK



16 Verilir: ▱ ABCD, EB ≅ EF
İsbat edin: ∠F ≅ ∠ADC



5

Rasional ifadələr

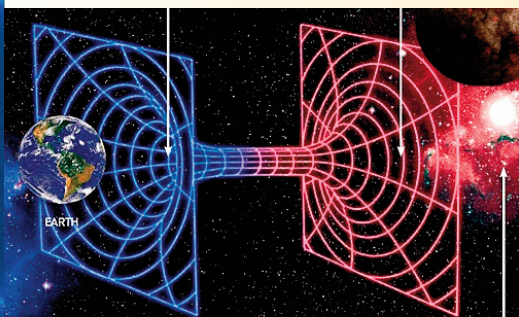
Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- rasional ifadələri sadələşdirməyi;
- rasional ifadələr üzərində əməlləri yerinə yetirməyi;
- rasional ifadələr qurulmasını tələb edən məsələlər həll etməyi;

Rasional ifadələr iqtisadiyyatda, tibdə, nəqliyyatda, kosmik tədqiqatlarda, işıqlandırmada, akustikada və s. kimi müxtəlif sahələrə aid problemlərin həllində geniş istifadə edilir.

Bu maraqlıdır!

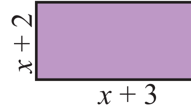
Belçikalı Marsel Tolkovski 21 yaşında ikən brilyantların cilalanması üçün dəqiq riyazi model fikirləşdi. Tolkovski bu modellə elə ölçü nisbətlərini müəyyən etdi ki, daş bu ölçülərə yonulduqda ideal dairəvi formada görünməklə işığı maksimum əksetdirmə keyfiyyətinə - şəffaflığa malik olur. Marsel Tolkovskinin verdiyi riyazi model sayəsində brilyantın cilalanması avtomatlaşdırıldı. İndi Belçika dünyada brilyant emalı sahəsində aparıcı ölkədir.





Araşdırma. Kəmiyyətlərə uyğun ifadələrin oxşar və fərqli cəhətlərini söyləyin.

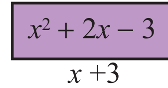
1) Tərəfləri $(x + 2)$ və $(x + 3)$ olan düzbucaqlının sahəsi:



$$(x + 2) \cdot (x + 3) = x^2 + 5x + 6$$

2) Sahəsi $x^2 + 2x - 3$ olan düzbucaqlının uzunluğu $(x + 3)$ olarsa, eni:

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$$



Rasional ifadə

Çoxhədlilərin cəmi, fərqi çoxhədlidir (xüsusi halda birhədlidir). Çoxhədlilərin hasili də çoxhədlidir. Çoxhədlilərin nisbəti isə çoxhədli olmaya da bilər. Məsələn, $(x^4 - 4)$ çoxhədlisinin $(x^2 + 2)$-yə nisbəti çoxhədlidir, çünki elə çoxhədli var ki, onun $(x^2 + 2)$ ilə hasili $(x^4 - 4)$-ə bərabər olur: $(x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2) = x^4 - 4$.
Lakin $(x^4 + 4)$-ün $(x^2 + 2)$ çoxhədlisinə nisbəti isə çoxhədli deyil. Çünki elə çoxhədli yoxdur ki, onun $(x^2 + 2)$ ilə hasili $(x^2 + 4)$-ə bərabər olsun.

Tərif. İki çoxhədlinin nisbətinə rasional ifadə deyilir.

Nümunələr: $(2a^2 + 3ab) : (2a + 1)$; $\frac{2y^3 + y^2 - 1}{4y^2}$; $\frac{3}{x - 5}$

İxtiyari çoxhədlini məxrəci 1 olan kəsr şəklində göstərmək olar. Məsələn,
$3x^2 + x + 4 = \frac{3x^2 + x + 4}{1}$. Yəni çoxhədli də rasional ifadədir.

Rasional ifadələrin cəmi, fərqi, hasili və nisbəti də rasional ifadədir, yəni surət və məxrəci çoxhədli (xüsusi halda birhədli) olan kəsr şəklində göstərilə bilər. Surəti və məxrəci çoxhədli olan kəsrlərə **rasional cəbri kəsrlər** də deyilir.

Dəyişənlərin ifadəni mənalı edən qiymətlərinə dəyişənlərin mümkün qiymətləri (DMQ) deyilir.

Çoxhədli dəyişənin bütün qiymətlərində mənalıdır (yəni dəyişənin istənilən verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini tapmaq mümkündür).
Məxrəcində dəyişən olan kəsrin dəyişənin bəzi qiymətlərində mənası olmaya bilər. Məsələn, $\frac{x + 3}{x - 1}$ ifadəsi $x = 1$ olduqda mənasızdır. Çünki $x = 1$ olduqda məxrəc 0-a bərabər olur.

Sıfıra bölmək olmaz! Ona görə də kəsrin məxrəcində bir və ya bir neçə dəyişən olarsa, bu dəyişənlər məxrəci sıfıra çevirən qiymətlər ala bilməz.

Nümunə: $\frac{3}{x(x - 1)}$ rasional ifadəsində dəyişənin mümkün qiymətlərini tapın.

Həlli: x-in hansı qiymətlərində kəsrin məxrəcinin sıfıra çevrildiyini tapmaq üçün $x(x-1) = 0$ tənliyini həll etmək lazımdır. Bu tənliyin iki kökü var: 0 və 1. Deməli, 0 və 1-dən başqa bütün ədədlər dəyişənin mümkün qiymətləridir.
$\frac{3}{x(x - 1)}$ kəsri üçün DMQ $x \neq 0$ və $x \neq 1$ kimi yazılır.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Bölmə əməlini kəsr xətti ilə əvəz etməklə ifadələri yenidən yazın.
a) $(x^2 + 7) : (x - 2)$ b) $(2x + 5) : (x + 1)$ c) $(5x^2 - 1) : (2x - 3)$

2 Aşağıdakı ifadələrdən çoxhədliləri seçin və dəftərinizdə yazın.

a) $2x^3 - \frac{2}{3}x^2 + x - 7$ b) $\frac{2}{x} - 4x^2 + \frac{1}{2}x + 5$ c) $3x^2 - \frac{1}{4}x + 2$

3 Lətif deyir ki, $\frac{x+6}{3}$ ifadəsi rasional ifadə deyildir, lakin $\frac{3}{x+6}$ ifadəsi rasional ifadədir. Siz necə düşünürsünüz? Hər bir ifadədə DMQ-ni göstərin.

4 İfadələrdə dəyişən hansı ədədi qiyməti ala bilməz?
a) $(x + 3) : x$ b) $(x + 5) : (x - 3)$
c) $(a + 5) : (a - 1)$ d) $(x^2 + 2x + 5) : (2x + 1)$

5 Dəyişən hansı ədədi qiyməti ala bilməz?
a) $\frac{2x+1}{x-2}$ b) $\frac{3x^2-3}{x}$ c) $\frac{a^2+1}{a-1}$ d) $\frac{c^3+8}{c+2}$

6 y -in qiyməti 3; 1; –1 olduqda $\frac{y-3}{y}$ kəsrinin qiymətini tapın.

7 Dəyişənin hansı qiymətində $\frac{x-2}{x-1}$ kəsrinin qiyməti:
a) 2-yə; b) 0-a; c) –1-ə; d) 0,5-ə bərabər olar?

8 Dəyişənin: a) 1; b) –2 qiymətində mənası olmayan rasional ifadə yazın.

9 Qatar ***t*** saatda ***s*** km yol getmişdir. Qatarın ***v*** orta sürətini (km/saat ilə) ***s*** və ***t*** ilə ifadə edin: a) ***t*** = 4; ***s*** = 180; b) ***t*** = 1,5; ***s*** = 120 olduqda ***v***-ni tapın.

10 Durğun sudakı sürəti ***v*** km/saat olan motorlu qayıq çayın axını istiqamətində 3 saat yol getdi. Çayın axın sürəti 2 km/saat olarsa, qayığın bu yolu qayıtmağına nə qədər t vaxtı (saatla) tələb olunar?
a) v = 14 km/saat; b) v = 10 km/saat olarsa, t-ni tapın.

11 Musanın avtomobili magistral yolda hər 1 l benzinlə 12 km, şəhər içində isə 8 km yol qət edir. Avtomobil gün ərzində magistral yolda ***a*** litr, şəhər içində isə ***b*** litr benzin işlətmişdir. Avtomobilin 1 l benzinlə orta hesabla neçə kilometr yol qət etdiyini göstərən ifadəni yazın.

12 Süleymanın akvariumunda qızıl balıqları var. O, akvariumuna 5 papi balığı da atdı. Papi balıqlarının bütün balıqların sayının hansı hissəsini təşkil etdiyini göstərən ifadəni yazın. Süleyman daha sonra akvariumuna 4 neon balığı da atdı. İndi akvariumdakı papi balıqları bütün balıqların sayının hansı hissəsini təşkil edir?



Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Eyniliklə bərabər (ekvivalent) ifadələr

Dəyişənlərinin bütün mümkün qiymətlərində bərabər qiymətlər alan iki ifadəyə eyniliklə bərabər və ya ekvivalent ifadələr deyilir.

Kəsrin surət və məxrəcini sıfırdan fərqli eyni bir ədədə vursaq və ya bölsək, kəsrin qiyməti dəyişməz, yəni $b \neq 0$, $c \neq 0$ olduqda $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ bərabərliyi doğrudur. Bu, verilən kəsri $\frac{c}{c}$ -yə, yəni 1-ə vurmaq deməkdir. Bu isə kəsrin qiymətini dəyişdirmir. Oxşar xassə rasional ifadələr üçün də doğrudur.

Kəsrin surət və məxrəcini sıfırdan fərqli eyni bir ifadəyə vurduqda və ya böldükdə alınan ifadə dəyişənin mümkün qiymətlərində verilənə ekvivalent olur.

Nümunə. $\frac{2}{x}$ və $\frac{2x+2}{x^2+x}$ kəsrlərinin ekvivalent olduqlarını göstərin.

Həlli: **1.** $\frac{2}{x}$ kəsrinin surət və məxrəcini $(x+1)$ ifadəsinə $(x \neq -1)$ vursaq,

$\frac{2}{x} = \frac{2\,(x+1)}{x\,(x+1)} = \frac{2x+2}{x^2+x}$ olar, burada $x \neq 0$ və $x \neq -1$.

2. $\frac{2x+2}{x^2+x}$ kəsrinin surət və məxrəcini $(x+1)$ ifadəsinə $(x \neq -1)$ bölsək,

$\frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2\,(x+1)}{x\,(x+1)} = \frac{2}{x}$ olar, burada $x \neq 0$ və $x \neq -1$.

Diqqət! Ekvivalent ifadələrdə dəyişənin mümkün qiymətləri bərabərliyin sağ və sol tərəfindəki hər iki kəsrə nəzərən müəyyən edilməlidir.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Rəngli xanaların yerinə elə ədədlər və ya ifadələr yazın ki, ifadələr cütü ekvivalent olsun.

a) $\frac{3}{5}, \frac{■}{30}$ c) $\frac{2}{5}, \frac{■}{35x}$

b) $\frac{4}{■}, \frac{20}{35}$ d) $\frac{x+2}{x-3}, \frac{4x+8}{■}$

2 Verilmiş ifadələr cütünün ekvivalent olduğunu yoxlayın. Bu ifadələrdən birinin digərindən necə alındığını izah edin və DMQ-ni göstərin.

a) $\frac{10x}{15x^2}, \frac{2}{3x}$ c) $\frac{2x}{x^2-x}, \frac{2}{x-1}$

b) $\frac{24ax}{18a^2}, \frac{4x}{3a}$ d) $\frac{2(x+1)}{x^2-1}, \frac{2}{x-1}$

3 Verilən kəsrlərin surət və məxrəcini eyni ifadəyə vurmaqla və ya bölməklə ona ekvivalent olan üç kəsr yazın. DMQ-ni göstərin.

a) $\frac{4xy}{6x^2}$ b) $\frac{12x^2y}{18xy}$ c) $\frac{2x}{x^2+x}$ d) $\frac{2x-4}{8x}$

4 $\frac{2x}{x^2-2x} = \frac{2}{x-2}$ Zöhrə deyir ki, bu bərabərlik x-in 2-dən başqa bütün qiymətlərində doğrudur. Siz necə düşünürsünüz?

5 Bir rasional ifadəyə ekvivalent bir neçə ifadə yazmaq mümkündür. Məsələn, $\frac{2x}{3}$ ifadəsinə həm $\frac{10x}{15}$, həm də $x \neq 0$, $x \neq 0{,}5$ olduqda $\frac{4x^3-2x^2}{6x^2-3x}$ ifadəsi ekvivalentdir. Bu ifadələrin $\frac{2x}{3}$ ifadəsindən necə alındığını göstərin.

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Rasional cəbri kəsrlərin ixtisarı

Kəsri ixtisar etmək üçün: 1. Kəsrin surət və məxrəci (mümkündürsə) vuruqlarına ayrılır; 2. Ortaq vuruq müəyyən edilir; 3. Surət və məxrəc ortaq vuruğa bölünür.

Nümunə. Kəsri ixtisar edin: a) $\frac{2x^2+4x}{2x^2}$ b) $\frac{x^2-36}{x^2+6x}$ c) $\frac{1-y}{y^2-1}$

Həlli:

a) $\frac{2x^2+4x}{2x^2}=\frac{\cancel{2x}(x+2)}{\cancel{2x}\cdot x}=\frac{x+2}{x}$, $x\neq 0$,

b) $\frac{x^2-36}{x^2+6x}=\frac{(x-6)\cancel{(x+6)}}{x\cancel{(x+6)}}=\frac{x-6}{x}$, $x\neq -6$, $x\neq 0$

c) $\frac{1-y}{y^2-1}=\frac{(1-y)}{(y+1)(y-1)}=\frac{-\cancel{(y-1)}}{(y+1)\cancel{(y-1)}}=\frac{-1}{y+1}=-\frac{1}{y+1}$, $y\neq\pm 1$.

Diqqət! Kəsrin surətinin (və ya məxrəcinin) işarəsini və kəsrin qarşısındakı işarəni dəyişdikdə, verilən kəsrə ekvivalent kəsr alınır.

Öyrənmə tapşırıqları

6 İfadələri sadələşdirin.

a) $\frac{aby}{abx}$ c) $\frac{21a(b+3)}{14b(b+3)}$

b) $\frac{-6p}{3q}$ d) $\frac{x(y-3)}{5(y-3)}$

7 Surət və məxrəci vuruqlarına ayırıb, kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{y^2-16}{3y+12}$ c) $\frac{x^2+10x+25}{x^2-25}$

b) $\frac{(c+2)^2}{5c^2+10c}$ d) $\frac{3x^2-9yx}{x^2-9y^2}$

8 Sadələşdirin.

a) $\frac{3a-12b}{6ab}$ b) $\frac{15b-10c}{10b}$

c) $\frac{2a+4}{3(a+2)}$ d) $\frac{5xy+15x}{6y+18}$ e) $\frac{10a-10b}{15b-15a}$

9 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{12a^2+8ab}{3ab+2b^2}$ $a=0,5$; $b=0,2$

b) $\frac{x^2-6xy+9y^2}{2x^2-6xy}$ $x=1,5$; $y=-0,5$

10 Dəyişənin mümkün qiymətlərini göstərin və ifadələri sadələşdirin.

a) $\frac{x^2-9}{3x+9}$ b) $\frac{x^2-4}{2x-4}$ c) $\frac{a^2-6a+9}{a^2-9}$ d) $\frac{7y-49}{y^2-49}$

11 $\frac{-x}{-y}$; $\frac{-x}{y}$; $\frac{x}{-y}$; $-\frac{-x}{y}$ ifadələrindən hansı:

a) $\frac{x}{y}$ -ə bərabərdir; b) əks işarə ilə $\frac{x}{y}$ -ə bərabərdir?

12 Hansı rasional ifadənin surət və məxrəcindəki ifadələr eyniliklə bərabər, hansında əks işarə ilə bərabərdir? Kəsrləri sadələşdirin.

a) $\frac{-a+3}{3-a}$ b) $\frac{x^2-1}{1-x^2}$ c) $\frac{y^2-xy-3}{3+xy-y^2}$ d) $\frac{x^2-3+y}{y+x^2-3}$

13 Sadələşdirin. a) $\dfrac{2x + cx - 2y - cy}{4x - 4y}$ b) $\dfrac{x^2 + 2ax + a^2}{a^2 + ax - ac - cx}$

14 Qisməti kəsr şəklində yazın və bu kəsri ixtisar edin.
a) $(4x^2 - a^2) : (2x - a)$ b) $(x^3 - 8) : (x^2 + 2x + 4)$ c) $(x^2 + 3x) : (x^3 + 27)$

15 Sadələşdirin. a) $\dfrac{3a + 36}{12b + ab}$ b) $\dfrac{25 - x^2}{3x + 15}$ c) $\dfrac{2 - 2x}{x^2 - 2x + 1}$

16 Sadələşdirin. a) $\dfrac{(2x - 6)^2}{x - 3}$ b) $\dfrac{(3a + 6)^2}{a + 2}$ c) $\dfrac{4x^2 - 4}{(2x - 2)^2}$

17 Sadələşdirin. a) $\dfrac{a^5 + a^3}{a^4 + a^2}$ b) $\dfrac{b^6 + b^4}{b^4 + b^2}$ c) $\dfrac{y^7 - y^4}{y^2 - y^5}$

Kvadrat üçhədlinin vuruqlara ayrılması və kəsrlərin ixtisarı

Surət və ya məxrəc üçhədli olduqda kəsri ixtisar etmək üçün çoxhədlinin vuruqlara ayrılmasının müxtəlif üsulları tətbiq edilir.
$x^2 + bx + c$ üçhədlisi üçün hasili c-yə, cəmi isə b-yə bərabər olan m və n ədədləri tapmaq mümkün olarsa, bu halda:

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n).$$

Nümunə 1. $\dfrac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x - 3}$ kəsrini ixtisar edin.

Həlli: Əvvəlcə surət və məxrəcdəki üçhədliləri vuruqlarına ayıraq.

$x^2 + 5x + 6$ üçhədlisini vuruqlarına ayırmaq üçün elə iki müsbət ədəd tapmalıyıq ki, hasili 6, cəmi isə 5 olsun. Bu ədədlər 2 və 3-dür: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$.

6-nın vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 6	7
2 və 3	5

$x^2 + 2x - 3$ üçhədlisini vuruqlarına ayırmaq üçün elə iki ədəd tapmalıyıq ki, hasili –3, cəmi isə 2 olsun. Bu ədədlər 3 və –1 olduğundan, $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$.

–3-ün vuruqları	Vuruqların cəmi
–3 və 1	–2
3 və –1	2

Beləliklə alarıq:

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x + 2)\cancel{(x + 3)}}{\cancel{(x + 3)}(x - 1)} = \frac{x + 2}{x - 1},\ x \neq -3,\ x \neq 1$$

$ax^2 + bx + c$ üçhədlisini ($a \neq 0$) vuruqlara ayırmaq üçün elə iki m və n ədədləri tapmaq lazımdır ki, $mn = ac,\ m + n = b$ olsun.

Nümunə 2. $\dfrac{2x^2 + x - 6}{2x - 3}$ kəsrini ixtisar edin.

Həlli: $2x^2 + x - 6$ üçün $mn = 2\cdot(-6) = -12,\ m + n = 1$

–12-nin vuruqları	Vuruqların cəmi
–2 və 6	4
–3 və 4	1

Hasili –12-yə, cəmi 1-ə bərabər olan ədədlər –3 və 4 olduğundan verilmiş kəsrin surətini $2x^2 + x - 6 = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 2x(x + 2) - 3(x + 2) = (x + 2)(2x - 3)$ şəklində yazmaq olar. Onda alarıq:

$$\frac{2x^2 + x - 6}{2x - 3} = \frac{(x + 2)\cancel{(2x - 3)}}{\cancel{2x - 3}} = x + 2 \qquad x \neq \frac{3}{2}$$

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Öyrənmə tapşırıqları

18 Surət və məxrəci vuruqlarına ayırın və ifadələri sadələşdirin.

a) $\dfrac{x^2 - 7x + 12}{4x^2 - 12x}$ b) $\dfrac{x^2 - x - 6}{2x - 6}$ c) $\dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 12}$

d) $\dfrac{2x^2 + 5x - 3}{4x - 2}$ e) $\dfrac{3x^2 - x - 2}{x - 1}$ f) $\dfrac{4x^2 + 5x - 6}{x^2 - 2x - 8}$

19 Çoxhədlinin vuruqlara ayrılmasının müxtəlif üsullarını tətbiq etməklə kəsrləri ixtisar edin.

a) $\dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2x + 1}$ b) $\dfrac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 2x - 8}$ c) $\dfrac{x^2 - 6x + 9 - y^2}{x^2 - 3x + xy}$

20 Sadələşdirin və DMQ-ni qeyd edin.

a) $\dfrac{(x + 4)^2 - 4(x + 4) + 4}{x^2 - 4}$ b) $\dfrac{(x + 2)^2 - 2(x + 2) - 8}{x^2 - 16}$

21 Tapşırığın həllində ən azı bir səhv var. Tapşırığı yenidən yerinə yetirməklə bu səhvləri tapın.

$$\frac{6x^2 - x - 1}{9x^2 - 1} = \frac{(x^2 + 1) - (3x - 1)}{(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{2x^2 + 1}{3x + 1}, \quad x \neq -\frac{1}{3}$$

22 Aşağıdakı kəsrləri $12a^2b$ məxrəcinə gətirin.

a) $\dfrac{5b}{6a}$ c) $\dfrac{2a}{3b}$

b) $\dfrac{3}{4ab}$ d) $\dfrac{5b}{12}$

Nümunə. $\dfrac{3b}{4a}$ kəsrini $12\,a^2b$ məxrəcinə gətirək.

$12\,a^2b = 3 \cdot 4 \cdot a \cdot a \cdot b$ olduğundan verilmiş kəsrin surət və məxrəcini $3ab$-yə (tamamlayıcı vuruğuna) vuraq: $\dfrac{3b \cdot 3ab}{4a \cdot 3ab} = \dfrac{9ab^2}{12\,a^2b}$

23 a) $\dfrac{7x}{6y}$ kəsrini məxrəci $12x^2y^3$ olan kəsr şəklində yazın;

b) $\dfrac{4}{x - y}$ kəsrini məxrəci $y - x$ olan kəsr şəklində yazın;

c) $\dfrac{a}{a - 1}$ kəsrini məxrəci $a^2 - 1$ olan kəsr şəklində yazın.

24 Sadələşdirin.

a) $\dfrac{2x - 2}{x^2 + 9x - 10}$ b) $\dfrac{y^2 - 6y + 8}{y^2 + 3y - 10}$ c) $\dfrac{2x^2 + 2x - 12}{4x^2 + 12x}$ d) $\dfrac{3x - 6}{2x^2 + x - 10}$

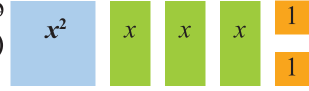
25 $\dfrac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$ və $(x + 5)$ ifadələrinin ekvivalentliyini göstərin. Bu ekvivalentlik üçün hansı şərt ödənilməlidir?

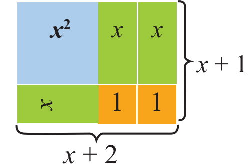
Tətbiq tapşırıqları

26 Üçhədliləri cəbr kartlarının köməyi ilə vuruqlarına ayırın və rasional ifadələri sadələşdirin.

a) $\dfrac{x^2+4x+3}{x+1}$ b) $\dfrac{x^2+5x+6}{x+2}$ c) $\dfrac{x^2+7x+6}{x+1}$

Nümunə: $\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$ Verilmiş cəbr kartlarını elə yerləşdirək ki, bir tərəfi $(x+1)$ olan düzbucaqlı alınsın:





Düzbucaqlının o biri tərəfi $(x+2)$ olur.
Deməli, $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$,

$$\frac{x^2+3x+2}{x+1}=\frac{\cancel{(x+1)}(x+2)}{\cancel{x+1}}=x+2$$

27 Düzbucaqlının sahəsi (x^2+5x+4) kvadrat vahid, eni isə $(x+1)$ vahid olarsa, perimetrini göstərən ifadəni yazın.

28 Kvadrat formalı vərəq üzərində mümkün qədər böyük radiuslu dairə çəkin. Kvadratın tərəfini $2x$ qəbul edin.
a) Kvadratın və dairənin sahələrinin nisbətini göstərən rasional ifadəni yazın.
b) Dairə kağızın təxminən neçə faizini tutur? Cavabınızı ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

29 Torbada ***n*** sayda qırmızı kürə, ***m*** sayda ağ kürə var. Torbaya bütün kürələrin 2 misli qədər sarı kürə əlavə edildi. Torbadan təsadüfən bir kürə çıxarsanız, onun: a) qırmızı; b) ağ; c) sarı rəngli olması ehtimalını göstərən rasional ifadəni yazın və mümkün olduğu halda sadələşdirin.

30 Rasional ifadənin qurulmasını tələb edən iki məsələ yazın. Məsələlər sahə, hərəkət , ehtimala və s. aid ola bilər.

Yaradıcı tətbiq. Rulondakı kovrolitin uzunluğunu necə hesablamaq olar?

31 Rulonlardakı kovrolitin uzunluğunu müəyyənetmə tapşırığını aşağıdakı addımlarla yerinə yetirin.



1. Kovrolitin büküldüyü silindr formalı kartonun oturacağının radiusunu r, kovrolit rulonun (bütün rulonun) radiusunu R qəbul edin. Rulonun dairəvi üzünün kovrolitli hissəsinin (rulonun en kəsiyinin) sahəsini göstərən ifadəni yazın.

2. Kovrolitin qalınlığını d, bir rulondakı kovrolitin uzunluğunu l qəbul edin. Uzunluğu kovrolitin uzunluğuna, eni isə kovrolitin qalınlığına bərabər olan düzbucaqlının sahəsini tapın.

3. Qalınlığı d olan kovrolitin uzunluğunu (l) göstərən ifadəni yazın.
d, l, R, r arasında hansı asılılıq var?

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi qaydaları adi kəsrlərin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi qaydaları ilə eynidir.

Rasional ifadələrin vurulması. $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$, burada A, B, C, D hər hansı çoxhədlilərdir.

Nümunə 1. $\frac{8ab}{5cd} \cdot \frac{6cx}{7ay} = \frac{8ab \cdot 6cx}{5cd \cdot 7ay} = \frac{48bx}{35dy}$

Rasional ifadələrin bölünməsi.
Kəsri kəsrə bölmək üçün bölünəni bölənin tərsi olan kəsrə vurmaq lazımdır:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

Bu qayda bölünən və ya bölən çoxhədli olduğu halda da doğrudur.

Nümunə 2. $\frac{x-2}{x+1} : \frac{x^2-4}{x^2+x} = \frac{x-2}{x+1} \cdot \frac{x^2+x}{x^2-4} = \frac{(x-2) \cdot x \cdot (x+1)}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{x}{x+2}$

Rasional ifadələrin qüvvətə yüksəldilməsi: $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$

Nümunə 3. $\left(\frac{2x^2}{y}\right)^3 = \frac{(2x^2)^3}{y^3} = \frac{2^3(x^2)^3}{y^3} = \frac{8x^6}{y^3}$

Öyrənmə tapşırıqları

1 Vurma əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{9a}{8b} \cdot \frac{4b}{3}$ b) $\frac{6b^2}{15} \cdot \frac{10}{3b^2}$ c) $\frac{x^2}{21c} \cdot \frac{14c}{xb}$ d) $\frac{9a}{6b} \cdot 12b$

2 Bölmə əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{5a}{4b} : \frac{25a^2}{8}$ b) $\frac{3ab}{4xy^2} : \left(-\frac{21ab}{10x^2y}\right)$ c) $\left(-\frac{6x^2}{m^3n}\right) : \left(-\frac{x}{3mn^2}\right)$

3 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{2ab}{3x} \cdot \frac{6x^2y}{4ax^2} \cdot \frac{6a}{15b}$ b) $\frac{12m^2n^2}{35p^2} \cdot \frac{14n^2}{m^3} \cdot \frac{5mp}{21n^6}$ c) $\frac{3x}{5y^2} : \frac{9x^2}{2y} : \frac{3x}{5y}$

4 Qüvvətə yüksəldin. a) $\left(\frac{x}{2a}\right)^2$ b) $\left(\frac{3a^2}{b}\right)^3$ c) $\left(\frac{2n^2}{a^3}\right)^{-2}$

5 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\left(\frac{8x}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{ab}{4x}\right)^3$ b) $\left(\frac{9y}{c^2}\right)^2 : \left(\frac{c}{3y}\right)^{-3}$ c) $\left(\frac{2x^2}{3y}\right)^2 : \left(\frac{4x^3}{3y^2}\right)^2$

6 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $-\frac{5x}{16a^2b} \cdot 12ab^2$ b) $\frac{11a^4}{6b^2} \cdot \frac{5a}{6b^3} : \frac{11b^3}{12a^3}$ c) $-\frac{3x^2}{5y^3} : \frac{9x^3}{2y^2} \cdot \frac{5y}{3x}$

7 Vurma əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{x^2-2x}{y}\cdot\frac{y^2}{x}$ b) $\frac{a-b}{ab}\cdot\frac{3ab}{ab-b^2}$ c) $(3x-15y)\cdot\frac{4}{x^2-25y^2}$

d) $\frac{a}{a^2-4}\cdot(a^2-4a+4)$ e) $\frac{c^2-16}{15bc}\cdot\frac{5b}{c+4}$ f) $\frac{(x+3)^2}{2x-4}\cdot\frac{x^2-4}{3x+9}$

8 Bölmə əməlini yerinə yetirin.

$(10x-15y):\frac{(2x-3y)^2}{2x}$ | $\frac{a^2-3ab}{3b}:(7a-21b)$ | $(a^2-4b^2):\frac{5a-10b}{a}$

9 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{b-a}{a}\cdot\frac{3a}{a^2-b^2}$ b) $\frac{a^2-1}{a-b}\cdot\frac{3a-3b}{a^2+a}$ c) $\frac{6a}{x^2-x}:\frac{3ax}{2x-2}$

d) $\frac{(a+2)^2}{a^2-9}\cdot\frac{2a-6}{2a+4}$ e) $\frac{c^2+2c}{c^2-1}:\frac{2c+4}{3c-3}$ f) $\frac{(x+1)^2}{2x+4}:\frac{x^2-1}{3x+6}$

10 Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini hesablayın.

a) $\frac{(x+1)^2}{2x+4}\cdot\frac{4x+8}{x^2-1}$ $x=1{,}5$ olduqda; b) $\frac{c^2+3c}{c^2-4}:\frac{2c+6}{c-2}$ $c=-1{,}5$ olduqda.

11 Sadələşdirin.

a) $\frac{x-1}{x^2-x+1}\cdot\frac{x^3+1}{x^2-1}$ | b) $\frac{x+1}{x^2+x+1}:\frac{x^2+2x+1}{x^3-1}$ | c) $\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}:\frac{a^2+ab+b^2}{2a+2b}$

12 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{2a-8}{3a+3}:\frac{2a^2-4a-16}{a+1}$ | b) $\frac{2x+4}{x^2-7x+10}\cdot\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$ | c) $\frac{a^3+b^3}{-3a+3b}\cdot\frac{a^2-b^2}{ab-a^2-b^2}$

13 a) $\frac{2}{x}$ kəsrini iki kəsrin hasili şəklində yazın.

b) $\frac{x^2}{x^2-9}$ kəsrinin $\frac{x}{x-3}$ kəsrinə nisbətini göstərən ifadəni yazın.

14 Sadələşdirin.

1) $(x-5):\frac{x^2-11x+30}{x^2+7x+12}\cdot\frac{x-6}{x+4}$ 2) $\frac{a^2+11a}{a-4}:(a^2+6a)\cdot\frac{a^2-4a}{a+11}$

15 Nümunəni araşdırın. İfadələri sadələşdirin. Dəyişənin mümkün qiymətlərini qeyd edin. Dəyişənin ilkin ifadənin məxrəcini sıfıra çevirən qiymətləri ilə sadələşmiş ifadənin məxrəcini sıfıra çevirən qiymətləri eynidirmi?

a) $\dfrac{2x^2-10x}{x+1}\cdot\dfrac{x+2}{3x^2-15x}$ b) $\dfrac{x^2-14x+48}{x^2-6x}:(x^2-8x)$

Nümunə: $\dfrac{x^2-16}{x^2-9}:\dfrac{x^2-8x+16}{x^2-4x+3}=\dfrac{(x-4)(x+4)}{(x-3)(x+3)}:\dfrac{(x-4)^2}{(x-1)(x-3)}=$

$=\dfrac{\cancel{(x-4)}(x+4)(x-1)\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)\cancel{(x-4)}(x-4)}=\dfrac{(x+4)(x-1)}{(x+3)(x-4)}$, $(x\neq\pm3,\ x\neq4,\ x\neq1)$

Tətbiq tapşırıqları

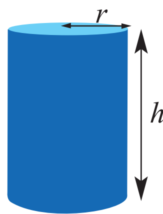
16 Gülnazın otağının sahəsi (x^2+3x+2) kvadrat vahiddir. Bir qutu boya (x^2+2x+1) kvadrat vahid sahəyə çatır. Bu otağın döşəməsini boyamaq üçün lazım olan boya qutularının sayını göstərən rasional ifadəni yazın.

17 Taxtalar qalınlıqlarına görə çeşidlənərək bloklarla üst-üstə yığılmışdır. Taxtalarının sayı $(2n+1)$ olan blokun hündürlüyünü $\dfrac{4n^2-1}{n+2}$ ifadəsi ilə göstərmək olarsa, bu blokdakı taxtaların qalınlığına uyğun ifadəni yazın.



18 Silindr formalı qabın tam səthinin sahəsi $S=2\pi r^2+2\pi rh$, həcmi isə $V=\pi r^2h$ düsturu ilə tapılır. ***r*** qabın oturacağının radiusu, ***h*** isə onun hündürlüyüdür.

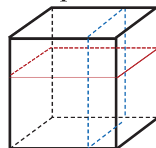
Verilmiş nazik metal təbəqədən hazırlanmış qabın tutumu çox olduqca daha sərfəli sayılır. r və h-ın verilmiş qiymətlərində silindr formalı qabın hazırlanmasına sərf olunan metal təbəqənin sahəsini və qabların həcmlərini tapın, müqayisə edin. Hansı daha sərfəlidir:



a) $r=12$ sm, $h=16$ sm ölçülü qab;
b) $r=16$ sm, $h=5$ sm ölçülü qab?

19 Heykəltəraş tili x olan kubşəkilli mərmər blokun əvvəlcə üst tərəfindən $\dfrac{1}{2}$ m qalınlığında, sonra isə yan tərəfindən $\dfrac{2}{3}$ m qalınlığında təbəqə kəsdi.

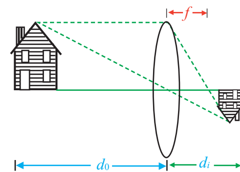
1) Qalan mərmər blokun həcmini göstərən rasional ifadəni yazın.
2) Qalan mərmər blokun kütləsi 65 kq olarsa, mərmər blokun ilkin kütləsini göstərən ifadəni yazın.



Rational ifadələrin toplanması və çıxılması







Fotoaparatla şəkil çəkərkən şəklin dəqiq olması üçün fokus məsafəsinin (obyektdən gələn paralel işıq şüalarının linzadan keçərək toplandığı fokus nöqtəsindən linzaya qədər olan məsafə) düzgün seçilməsi vacibdir.

Bu məsafəni $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i}$ düsturu ilə hesablamaq olar.

Burada f -fokus məsafəsi, d_0 -obyektdən fotoaparatın linzasına qədər məsafə, d_i -fotoaparatın linzasından lentə qədər olan məsafədir.

Təsəvvür edin ki, sizin şəklini çəkmək istədiyiniz obyektdən fotoaparatın linzasına qədər məsafə 50 sm, linzadan lentə qədər məsafə 8 sm-dir. Bu halda fokus məsafəsi nə qədər olacaq?

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması qaydaları adi kəsrlərin toplanması və çıxılması qaydalarına oxşardır.

Məxrəcləri eyni olan rasional ifadələrin toplanması və çıxılması:

$$\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{C}} \pm \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{C}} = \frac{\mathbf{A \pm B}}{\mathbf{C}}$$, burada A, B, C hər hansı çoxhədlilərdir.

Nümunə 1. $\frac{x^2-7}{x-2} + \frac{3}{x-2}$ cəmini tapın.

$$\frac{x^2-7}{x-2} + \frac{3}{x-2} = \frac{x^2-7+3}{x-2} = \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}} = x+2, \quad x \neq 2$$

Məxrəcləri müxtəlif olan rasional ifadələrin toplanması və çıxılması:

$$\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}} \pm \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{D}} = \frac{\mathbf{AD}}{\mathbf{BD}} \pm \frac{\mathbf{BC}}{\mathbf{BD}} = \frac{\mathbf{AD \pm BC}}{\mathbf{BD}}$$, burada A, B, C, D hər hansı çoxhədlilərdir.

Nümunə 2. $\frac{x}{x-4} - \frac{4}{x+4}$ fərqini tapın.

Həlli: Birinci kəsrin surət və məxrəcini $(x+4)$-ə, ikinci kəsrin surət və məxrəcini isə $(x-4)$ -ə vurmaqla ortaq məxrəcə gətirək, daha sonra çıxmanı yerinə yetirək.

$$\frac{x}{x-4} - \frac{4}{x+4} = \frac{x(x+4)}{(x-4)(x+4)} - \frac{4(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \frac{x(x+4)-4(x-4)}{(x-4)(x+4)} =$$

$$= \frac{x^2+4x-4x+16}{x^2-4^2} = \frac{x^2+16}{x^2-16}, \quad x \neq \pm 4$$

Öyrənmə tapşırıqları

1 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a}{3} + \frac{b}{3}$ b) $\frac{x}{6} + \frac{a-x}{6}$ c) $\frac{a+c}{a} + \frac{a-c}{a}$ d) $\frac{x+3}{y} + \frac{2-x}{y}$

2 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a-2}{8}+\frac{2a+5}{8}-\frac{3-a}{8}$ b) $\frac{3x-2y}{2x}+\frac{5x-3y}{2x}-\frac{x-5y}{2x}$

3 Sadələşdirin.

a) $\frac{16}{x-4}-\frac{x^2}{x-4}$ b) $\frac{25}{b+5}-\frac{b^2}{b+5}$ c) $\frac{y-3}{y^2-64}+\frac{11}{y^2-64}$

d) $\frac{a}{a^2-9}-\frac{3}{a^2-9}$ e) $\frac{x^2+4}{x+2}+\frac{4x}{x+2}$ f) $\frac{a^2-6a}{a-3}+\frac{9}{a-3}$

4 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{x^2+1}{x-2}-\frac{5}{x-2}$, $x=98$ olduqda; b) $\frac{a-7}{a^2-9}+\frac{4-2a}{a^2-9}$, $a=3{,}1$ olduqda.

5 Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

a) $\frac{2y}{y-1}+\frac{2}{1-y}$ b) $\frac{a^2-8a}{a-4}-\frac{16}{4-a}$ c) $\frac{x^2}{(x-2)^2}-\frac{4}{(2-x)^2}$

6 İsbat edin ki, DMQ-də ifadənin qiyməti dəyişənin qiymətindən asılı deyildir.

a) $\frac{3x+1}{2x-3}+\frac{x+4}{3-2x}$ b) $\frac{5x-8}{4x-8}-\frac{3x-8}{8-4x}$ c) $\frac{a^2+1}{a^2-1}+\frac{2}{1-a^2}$

7 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a}{2}+\frac{a}{3}$ b) $\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$ c) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ d) $\frac{8b+y}{4b}-\frac{6y+b}{3y}$

e) $3a-\frac{a}{3}$ f) $\frac{x-2}{2}-x+\frac{x+2}{2}$ g) $\frac{a^2+c}{a}-a$

h) $p-\frac{p^2-1}{p}$ i) $\frac{(a-b)^2}{a}+4b$ k) $a+b-\frac{a^2+b^2}{a+b}$

8 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x+2}{x}$ b) $\frac{a}{a+1}+\frac{a}{a-1}$ c) $\frac{y}{y-2}-\frac{y}{y+2}$

9 a) İki ədədin cəmi 20, bu ədədlərə tərs olan ədədlərin cəmi isə $\frac{5}{24}$-dir. Bu ədədlərin hasilini tapın.

b) x və $x+2$ ardıcıl cüt ədədlərdir. Bu ədədlərə tərs olan ədədlərin fərqi $\frac{1}{12}$ olarsa, verilmiş ədədlərin hasilini tapın.

Ən sadə ortaq məxrəcin tapılması

Məxrəcləri müxtəlif olan kəsrləri topladıqda və çıxdıqda çox vaxt kəsrlərin məxrəclərindəki ifadələrin hasilindən daha sadə ortaq məxrəc tapmaq mümkün olur. Məxrəcləri müxtəlif olan kəsrlər üçün ən sadə ortaq məxrəc taparkən əvvəlcə hər bir kəsrin məxrəcini (əgər mümkünsə) vuruqlara ayırmaq lazımdır.
Ən sadə ortaq məxrəc hər bir kəsrin məxrəcindəki əmsalların ən kiçik ortaq bölünəni və hər bir vuruq ən böyük qüvvət üstü ilə götürülməklə məxrəclərdəki müxtəlif vuruqların hasilinə bərabərdir.

Nümunə 1. $\frac{7x}{15y^2}$ və $\frac{y}{18xy}$ kəsrlərini toplayın.

Həlli: $15y^2 = 3\cdot 5y^2$; $18xy = 2\cdot 3^2\cdot x\cdot y$ Ən sadə ortaq məxrəc: $2\cdot 3^2\cdot 5\cdot x\cdot y^2 = 90xy^2$

Kəsrlərin hər birini məxrəci 90 xy^2 olan ekvivalent kəsrlər şəklində yazaq və toplamanı yerinə yetirək.

$$\frac{7x}{15y^2} + \frac{y}{18xy} = \frac{7x\cdot 6x}{15y^2\cdot 6x} + \frac{y\cdot 5y}{18xy\cdot 5y} = \frac{42x^2}{90xy^2} + \frac{5y^2}{90xy^2} = \frac{42x^2+5y^2}{90xy^2}$$

Nümunə 2. $\frac{x+12}{4x-16}$ və $\frac{x+4}{2x-8}$ kəsrlərinin fərqini tapın.
Həlli:

$$\frac{x+12}{4x-16} - \frac{x+4}{2x-8} = \frac{x+12}{4(x-4)} - \frac{x+4}{2(x-4)} = \frac{x+12}{4(x-4)} - \frac{2(x+4)}{2\cdot 2(x-4)}$$

məxrəcləri vuruqlarına ayıraq *ən sadə ortaq məxrəc: 4(x – 4)*

$$= \frac{(x+12)-2(x+4)}{4(x-4)} = \frac{x+12-2x-8}{4(x-4)} = \frac{-x+4}{4(x-4)} = \frac{-(x-4)}{4(x-4)} = -\frac{1}{4}$$

ortaq məxrəcə gətirək və suratdakı mötərizələri açaq *oxşar hədləri islah edək* *kəsri ixtisar edək*

10 Kəsrlər üçün ən sadə ortaq məxrəci yazın.

$\frac{1}{6a^2b}$ və $\frac{1}{4ab^3}$ | $\frac{1}{x^2-2x}$ və $\frac{1}{(x-2)^2}$ | $\frac{2}{a^2-a}$ və $\frac{1}{a^2-1}$

11 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{5a-3}{3a} + \frac{a+2}{2a}$ b) $\frac{x+6}{14x} + \frac{2x-9}{21x}$ c) $\frac{2b+1}{4b} - \frac{3b-2}{6b}$

12 Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

$\frac{b}{a^2} + \frac{1}{a}$ | $\frac{5a-3b}{a^2b} + \frac{4a-5b}{ab^2}$ | $\frac{2xy-1}{2x^3} - \frac{3y+4}{3x^2}$ | $\frac{b}{2x} - \frac{b}{x^2}$

13 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x}{3(a-1)} - \frac{x}{4(a-1)}$ b) $\frac{a}{2(a+2)} - \frac{a}{4(a+2)}$ c) $\frac{3x}{2(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)}$

d) $\frac{b}{a(a-b)} - \frac{a}{b(a-b)}$ e) $\frac{x}{2x+2} - \frac{x}{3x+3}$ f) $\frac{x}{5x-10} + \frac{x}{3x-6}$

14 Sadələşdirin.

a) $\frac{x+5}{5x-25} - \frac{3x+5}{x^2-25}$ b) $\frac{y-8}{4y-16} + \frac{4}{y^2-4y}$ c) $\frac{b-6}{4-b^2} + \frac{2}{2b-b^2}$

15 Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

a) $\frac{a^2-9}{3a-9} - \frac{(a+3)^2}{3a+9}$ b) $\frac{(y+5)^2}{y^2+5y} + \frac{(y-5)^2}{y^2-5y}$ c) $\frac{y^2+4y+4}{y^2-4} - \frac{y^2-4}{y^2+4y+4}$

16 Sadələşdirin.

a) $\frac{1}{x^2+xy} + \frac{1}{xy+y^2}$ b) $\frac{1}{x^2-xy} - \frac{1}{xy-y^2}$ c) $\frac{a+6}{a^2-4} - \frac{2}{a^2+2a}$

17 Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini hesablayın.

a) $\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x-1}{x^2+x}$ $x=3$ olduqda; b) $\frac{2}{c^2-4} - \frac{1}{c^2-2c}$ $c=0,5$ olduqda.

18 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{4}{x+1} - \frac{3}{x-1} + \frac{8}{x^2-1}$ b) $\frac{a}{a-2} - \frac{1}{a+2} + \frac{a^2}{4-a^2}$ c) $\frac{4k-12}{k^2+k-12} + \frac{k}{k+4}$

d) $\frac{2}{x^2-3x} - \frac{1}{x^2+3x} - \frac{x+1}{x^2-9}$ e) $\frac{2}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x} - \frac{x+3}{x^2-1}$

19 Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

a) $\frac{a}{a^2-9} - \frac{3}{9-a^2}$ b) $\frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a}$ c) $\frac{10a-12}{2a-6} + \frac{6a}{6-2a}$

d) $\frac{b-16}{2b-12} - \frac{-3b+8}{2b-12}$ e) $\frac{15x}{5x+1} + \frac{-3}{-1-5x}$ f) $\frac{2}{x+7} - \frac{-5}{x+7}$

20 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{3}{x^2} + \frac{5}{x}$ b) $\frac{7}{6a^2} + \frac{5}{3a}$ c) $\frac{x^2-1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x-1}$ d) $\frac{18}{y^2-9} + \frac{3}{3-y}$

e) $\frac{3a+3}{6-3a} - \frac{a+2}{a^2-4}$ f) $\frac{1-x}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x+1}$ g) $\frac{x+1}{(x-1)^2} + \frac{x+4}{x^2+3x-4}$

21 a) Dəyişəni n ilə işarə edərək, birinin $n=-1$, digərinin isə $n=2$ qiymətində mənası olmayan iki rasional ifadə yazın və onları toplayın.

b) Dəyişəni n ilə işarə edərək, $n=-1$ və $n=2$ qiymətlərində mənası olmayan iki müxtəlif rasional ifadə yazın və onların fərqini tapın.

22 İsbat edin ki, DMQ-də ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyildir.

a) $\frac{4x+5}{2x-1}+\frac{6x+4}{1-2x}$ b) $\frac{5x+1}{x-4}+\frac{x+17}{4-x}$ c) $\frac{3x+5}{2x+2}+\frac{4x+1}{3x+3}$

23 $\frac{a \pm b}{c}=\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$ eyniliyindən istifadə edərək, verilmiş ifadəni iki rasional ifadənin cəmi və ya fərqi şəklində göstərin.

a) $\frac{a+3}{b}$ b) $\frac{x^2-3}{x}$ c) $\frac{12a+x}{6ax}$

Tətbiq tapşırıqları

24 Fermer yeni doğulmuş buzovların kütləsinin az olmasından narahatdır. O, hər bir buzovun kütləsini həftədə m kiloqram artırmaq məqsədilə onları xüsusi rejimlə bəsləməyə başladı. Lakin fermer bu rejimlə buzovların kütləsinin həftədə $(m+2)$ kq artdığını müşahidə etdi. Fermer müəyyən müddətdən sonra buzovların kütlə artımını orta hesabla 20 kq-a çatdırmaq istəyir. Bu məlumatlara görə aşağıdakı məsələləri həll edin.

1) $\frac{20}{m}$ və $\frac{20}{m+2}$ kəsrləri hansı məlumatı ifadə edir?

2) Fermerin məqsədinə çatmaq üçün planlaşdırdığı müddət ilə faktiki müddətin (həftə saylarının) fərqini göstərən ifadəni yazın və sadələşdirin.

25 Qədim Misirdə yalnız surəti vahid olan $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$ kəsrlərindən istifadə edirdilər. Digər kəsrləri isə bu kəsrlərin köməyilə ifadə edirdilər.

Məsələn, $\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ kimi. Aşağıdakı ifadələri də sadələşdirdikdə surəti vahidə bərabər olan rasional ifadə alınmalıdır. Bunu yoxlayın.

a) $\frac{5x+6}{10x^2+12x}-\frac{2x}{8x^2}$ b) $\frac{3x-2}{9x^2-6x}+\frac{4x}{24x^2}$ c) $\frac{2x+1}{4x^2+2x}-\frac{3x}{9x^2}$

26 Verilənlərə görə fiqurların perimetrini göstərən ifadəni yazın.

27 Düzbucaqlının: a) uzunluğuna; b) perimetrinə uyğun ifadəni yazın.

28 a) $\frac{a-b}{b}=3$ olarsa, $\frac{a^2-b^2}{b^2}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

b) $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=4$ olarsa, $\frac{6ab}{2a+b}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

29 a) k-nın neçə tam qiymətində $\dfrac{2k^2 - 3k + 6}{k}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəddir?

b) m-in neçə tam qiymətində $\dfrac{4m - 8}{m^2 - 3m + 2}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəddir?

30 Kalkulyatorun iş prinsipinin düzgünlüyünə əmin olmaq üçün müxtəlif alqoritmlərdən istifadə edilir. Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ekvivalent ifadələrin qiymətləri yoxlanılır.
Verilən ifadələr cütündə ikinci ifadənin birinciyə ekvivalent olduğunu isbat edin.

1) $\dfrac{A}{B} + \dfrac{C}{D}$; $\dfrac{\dfrac{AD}{B} + C}{D}$ 2) $AB + DG + EF$; $\left[\dfrac{\left(\dfrac{AB}{D} + G\right)D}{F} + E\right]F$

31 1) Samir, Gülər və Orxan $\dfrac{x^2 + 7x - 25}{x - 5}$ ifadəsini çoxhədli ilə kəsrin cəmi və ya fərqi şəklində göstərmək istəyirlər. Onlardan hansının cavabı doğrudur?

Samir: $(x + 5) + \dfrac{7x}{x + 5}$

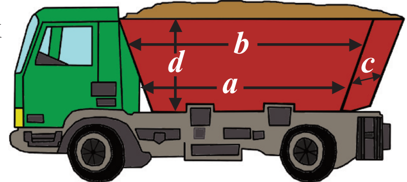
Gülər: $(x + 12) + \dfrac{35}{x - 5}$

Orxan: $(x + 8) + \dfrac{4x + 15}{x - 5}$

2) Siz isə $\dfrac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$ ifadəsini çoxhədli ilə kəsrin cəmi və ya fərqi şəklində göstərin.

32 A-dan B-yə qədər yolun s km-i yoxuş, $2s$ km-i enişdir. Piyadanın yoxuşdakı sürəti v km/saat, enişdəki sürəti isə $2v$ km/saatdır. Piyada A-dan B-yə gedib qayıtmağa nə qədər t vaxtı (saatla) sərf edər?

33 Yeni tikiləcək bina üçün inşaat sahəsindəki tullantılar təmizlənməli və sahə təməl qoyulması üçün hazırlanmalıdır. Tullantılar şəkildə göstərildiyi kimi bir yük maşını ilə daşınmalıdır. Maşının yük tutumunu $V = \dfrac{d(a + b)}{2} \cdot c$ düsturu ilə hesablamaq olar.



1) Yük maşınının texniki sənədlərində ölçülər $a = 10$ feet, $b = 17$ feet, $c = 4$ feet, $d = 3{,}5$ feet kimi qeyd edilmişdir. 1 feet ≈ 0,3 m (feet ABŞ və bir sıra Avropa ölkələrində istifadə edilən uzunluq vahididir) olduğunu nəzərə alaraq, maşının yük tutumunu kubmetrlə ifadə edin.
2) Əgər bu sahədə 40 kub metr tullantı varsa, bir yük maşını neçə reysə bu sahəni təmizləyə bilər?

Rasional ifadələr üzərində əməllər

Rasional ifadələr üzərində müxtəlif əməllərə aid nümunələrə baxaq.

Nümunə 1. Əməlləri yerinə yetirin: $x+1-\frac{1}{x+3}\cdot\frac{x^2-9}{x}$

Həlli: *1. Vurmanı yerinə yetirək*

$$\frac{1}{x+3}\cdot\frac{x^2-9}{x}=\frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)\cdot x}=\frac{x-3}{x}$$

2. Alınan nəticəni $x+1$ ikihədlisindən çıxaq

$$x+1-\frac{x-3}{x}=\frac{x(x+1)-(x-3)}{x}=\frac{x^2+3}{x}$$

Nümunə 2. Sadələşdirin: $\dfrac{\frac{x^2y^2}{a}}{\frac{x^2y}{a^3}}$

Həlli:

$$\frac{\frac{x^2y^2}{a}}{\frac{x^2y}{a^3}}=\frac{x^2y^2}{a}:\frac{x^2y}{a^3}=\frac{x^2y^2}{a}\cdot\frac{a^3}{x^2y}=\frac{x^2y^2}{a}\cdot\frac{a^3}{x^2y}=a^2y$$

Bölmə əməli ilə ifadə edək — *Bölməni yerinə yetirək* — *İxtisar edək*

Öyrənmə tapşırıqları

1 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\left(\frac{b}{c}-\frac{c}{b}\right)\cdot\frac{bc}{b-c}$ b) $\frac{3a-18}{a^2-25}\cdot\left(1-\frac{1}{6-a}\right)$

c) $\left(\frac{a}{a+1}+1\right):\frac{2a}{a+1}$ d) $\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}\right):\frac{2ab}{a^2-b^2}$

e) $\frac{1-2x}{2x+1}+\frac{x^2+3x}{4x^2-1}:\frac{3+x}{4x-2}$ f) $\frac{2x-y}{xy}-\frac{1}{x+y}\cdot\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)$

2 Kəsrlərin surət və məxrəcini eyni ifadəyə vurmaqla sadələşdirin.

a) $\dfrac{\frac{m+n}{5}}{\frac{m^2-n^2}{5}}$ b) $\dfrac{1-\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}$ c) $\dfrac{\frac{2a-b}{b}+1}{\frac{2a+b}{b}-1}$ d) $\dfrac{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}}$

3 İsbat edin ki, dəyişənin mümkün qiymətlərində ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyildir.

$\left(\frac{2}{n}+1\right)\cdot\left(n+\frac{4}{n}-2\right):\left(\frac{8}{n^2}+n\right)$ $\frac{2}{mn}:\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right)^2-\frac{m^2+n^2}{(m-n)^2}$

4 Rasional ifadələri sadələşdirin.

a) $\dfrac{(x+y)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)}{(x-y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)}$ b) $\dfrac{\frac{n-3}{n+3}+\frac{n+3}{n-3}}{\frac{4n}{n^2-9}}$ c) $\dfrac{\frac{1}{x-1}+\frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1}-\frac{x+2}{x^2-x}}$

5 Sadələşdirin.

a) $\dfrac{1-\dfrac{9}{t}}{1-\dfrac{81}{t^2}}$ b) $\dfrac{1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}}$ c) $\dfrac{x+4+\dfrac{9}{x-2}}{x+6+\dfrac{15}{x-2}}$

6 Rasional ifadələri sadələşdirin.

a) $\dfrac{2-\dfrac{6}{x}}{1-\dfrac{9}{x^2}}$ b) $\dfrac{\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{t}}{\dfrac{t}{t+6}-\dfrac{1}{t}}$ c) $\dfrac{\dfrac{3}{m}-\dfrac{3}{2m+3}}{\dfrac{3}{m^2}+\dfrac{1}{2m+3}}$ d) $\dfrac{\dfrac{1}{x+4}+\dfrac{1}{x-4}}{\dfrac{x}{x^2-16}+\dfrac{1}{x+4}}$

7 İfadələrdən hansının qiyməti dəyişəndən asılı deyildir?

a) $\dfrac{a}{1-\dfrac{3}{a}}+\dfrac{a}{\dfrac{3}{a}-1}$ b) $\dfrac{a-\dfrac{3}{2}}{b}-\dfrac{a+\dfrac{2}{3}}{b}$ c) $\dfrac{\dfrac{1}{2}+2a}{b-1}+\dfrac{2a+\dfrac{1}{2}}{1-b}$

Tətbiq tapşırıqları

8 Kəsr şəklində göstərin.

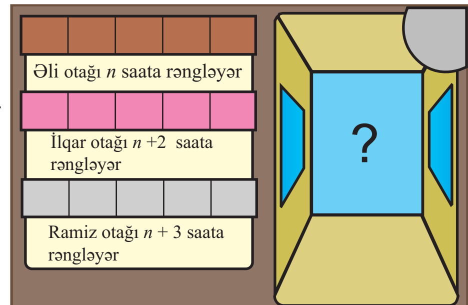
a) $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}}$ b) $2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{x}}}$ c) $3-\dfrac{2}{3-\dfrac{2}{3-\dfrac{2}{x}}}$

9 $y=\dfrac{2\pi}{d}$ və $x=dr$ olarsa, y dəyişənini π, r, x dəyişənləri ilə ifadə edin.

10 Əli, İlqar və Ramiz bir otağı nə qədər vaxtda rəngləyə bildiklərini şəkildə göstərildiyi kimi təqdim etmişlər.

a) Onların hər hansı ikisi birlikdə işlədikdə otağı rəngləməyə sərf etdikləri vaxtı göstərən ifadələri yazın. Bütün mümkün variantlara baxın.

b) $n=3$ olduqda onlardan hansı ikisi birlikdə bu otağı 2 saatda rəngləyə bilər?



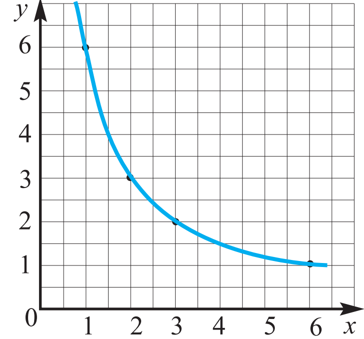
11 Dəyişənin kvadrat kökü daxil olan ifadələrin sadələşdirilməsi yeni dəyişən daxil etməklə rasional ifadələrin sadələşdirilməsinə gətirilə bilər.
$\sqrt{x}=z$ əvəz etməklə verilmiş ifadəni sadələşdirin.

a) $\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ b) $\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ c) $\left(\dfrac{a+\sqrt{x}}{a-\sqrt{x}}+\dfrac{a-\sqrt{x}}{a+\sqrt{x}}\right)\cdot\dfrac{a-\sqrt{x}}{a^2+x}$

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Sahəsi 6 sm^2-ə bərabər olan düzbucaqlının tərəfləri arasındakı asılılığı araşdıraq. Uzunluğu x sm, eni y sm qəbul etməklə bu asılılığı $y = \frac{6}{x}$ şəklində yazaq. Verilmiş məsələdə x və y uzunluq ölçülərini ifadə etdiyi üçün yalnız müsbət qiymətlər alır. x-ə qiymətlər verməklə y-in uyğun qiymətlərini tapıb cədvəl tərtib edək. Cədvəldən görünür ki, x-in qiyməti neçə dəfə artırsa, y-in qiyməti bir o qədər dəfə azalır. Yəni y dəyişəni x dəyişəni ilə tərs mütənasibdir.

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1



Koordinat müstəvisində koordinatları cədvəldə verilmiş nöqtələri qeyd edək və bu nöqtələri şəkildə göstərildiyi kimi səlis əyri ilə birləşdirək.

Qrafik üzərində götürülmüş istənilən nöqtənin absisi ilə ordinatının (düzbucaqlının eni və uzunluğunun) hasili sabit qalır və bu halda 6-ya (düzbucaqlının sahəsinə) bərabər olur.

Nümunə 1. x və y dəyişənləri tərs mütənasib asılı olaraq dəyişir. $x = 4$ olduqda, $y = 7$ olur. Bu asılılığı düsturla yazın.

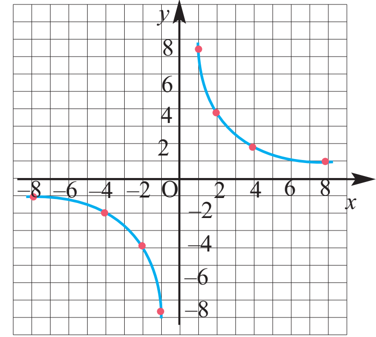
Həlli: Tərs mütənasib asılı dəyişənlərin uyğun qiymətlərinin hasili sabit qalır, bu sabiti k ilə işarə edək: $xy = k$. Verilənləri nəzərə alsaq, $k = 4 \cdot 7 = 28$ olduğundan, uyğun asılılığı $y = \frac{28}{x}$ düsturu ilə ifadə etmək olar.

Dəyişənlərin həm müsbət, həm də mənfi qiymətlər aldığı $y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən funksiyalara baxaq.

Nümunə 2. $y = \frac{8}{x}$ funksiyasının qiymətlər cədvəlini tərtib edin və qrafikini qurun.

Həlli:

x	–8	–4	–2	–1	0	1	2	4	8
y	–1	–2	–4	–8	təyin olunmayıb	8	4	2	1



Tərif: $y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən funksiyaya tərs mütənasiblik funksiyası deyilir.
Burada x sərbəst dəyişən, k sıfırdan fərqli ədəddir.
$y = \frac{k}{x}$ funksiyası sıfırdan fərqli bütün ədədlər çoxluğunda təyin olunub: $x \neq 0$.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir. Əgər A($a;b$) nöqtəsi $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərindədirsə, B($-a;-b$) nöqtəsi də bu qrafikin üzərindədir. $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki **hiperbola** adlanır. Hiperbola iki budaqdan ibarətdir.
$k > 0$ olduqda x və y eyniişarəli olduğundan hiperbolanın budaqları I və III rüblərdə, $k < 0$ olduqda isə x və y əksişarəli olduğundan II və IV rüblərdə yerləşir.
Qrafik üzərindəki nöqtənin absisi mütləq qiymətcə nə qədər böyük olarsa, həmin nöqtə absis oxuna daha yaxın olur.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Öyrənmə tapşırıqları

1 $y = \frac{4}{x}$ funksiyasına uyğun cədvəl tərtib edin və qrafikini qurun.

2 $y = \frac{-8}{x}$ funksiyasının qrafikini qurun. Qrafikə görə:

a) x-in 4; 2,5; –2,5-ə bərabər qiymətlərinə uyğun y-in qiymətlərini;
b) y-in 8; –2 qiymətlərində x-in uyğun qiymətlərini tapın.

3 x və y dəyişənləri tərs mütənasib asılıdır.
a) $y = 24$ olduqda $x = 8$ olur, $x = 6$ olduqda y-i tapın.
b) $y = 2{,}7$ olduqda $x = 8{,}1$ olur, $y = 0{,}9$ olduqda x-i tapın.
c) $x = \frac{1}{2}$ olduqda $y = 16$ olur, $y = 32$ olduqda x-i tapın.

4 A(3; 4) nöqtəsinin $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərində yerləşdiyini bilərək, k-nı tapın və funksiyanın qrafikini qurun.

5 A(6; 2) nöqtəsi $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərindədir. B(□; 4), C(–4; □), D (0,5; □) nöqtələrinin də bu qrafikin üzərində yerləşdiyini bilərək, rəngli xanalara uyğun koordinatları yazın.

6 Aşağıdakı qrafiklərdən hansı düz, hansı tərs mütənasiblik funksiyasının qrafikidir?

a) b)

7 Hansı düz, hansı tərs mütənasib asılılıqdır, hansı isə heç birinə aid deyil?

a) $y = 5x$ b) $y = \frac{2}{x}$ c) $y = \frac{1}{2}x$

d) $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{x}$ e) $y = \frac{1}{3}x + 3$

8 Eyni koordinat müstəvisində $y = \frac{6}{x}$ və $y = 7 - x$ funksiyalarının qrafiklərini qurun və qrafiklərin kəsişmə nöqtələrini tapın.

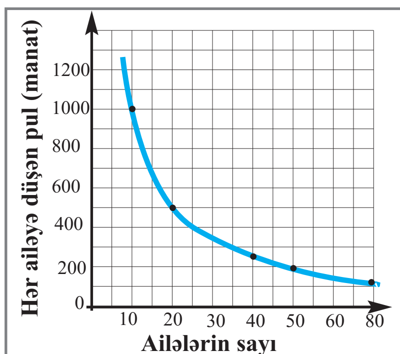
9 a) x və y tərs mütənasib asılıdır, $x = 5$ olduqda $y = 40$ olur. $x = 8$ olduqda y-i tapın. İki kəmiyyət arasındakı asılılığı düsturla yazın.
b) x və y düz mütənasib asılıdır. $x = 5$ olduqda $y = 10$ olur. $x = 20$ olduqda y-i tapın. İki kəmiyyət arasındakı asılılığı düsturla yazın.

Tətbiq tapşırıqları

10 İki nəfər tarazlıq taxtası üzərində dayanmışlar. Kütləsi 50 kq olan şəxs taxtanın üzərində tarazlıq mərkəzindən 1,5 m məsafədədir. Kütləsi 60 kq olan şəxs tarazlıq mərkəzindən hansı məsafədə dayansa, tarazlıq təmin edilər?

11 Mağazanın vitrin doldurma və bəzəmə işlərini 8 saat ərzində 6 işçi yerinə yetirir.
1) Bu iş üçün bu gün 6 saat ayrılmışdır. Neçə əlavə işçiyə ehtiyac vardır?
2) İşçilərdən 2 nəfəri bu gün işə gəlməmişdir. Qalan işçilər bu işi neçə saata yerinə yetirərlər?
3) 6 işçi 4 saat birlikdə işlədikdən sonra qalan işi neçə nəfər 3 saatda yerinə yetirər?

12 Sakinlər qəsəbələrindəki futbol meydançasını təmir etdirmək qərarına gəldilər. Təmir xərcləri üçün 10 000 manat vəsait lazımdır. Nə qədər çox sakin bu plana dəstək verərsə, hər bir ailəyə düşən xərc daha az olar.
Bu asılılığın şəkildə verilmiş qrafikinə görə tapşırıqları yerinə yetirin.
1) Tədbirdə: a) 10 ailə; b) 20 ailə iştirak edərsə, hər bir ailə neçə manat verməlidir?
2)Hər ailə: a) 400 manat; b) 200 manat ödəmək istəsə, tələb edilən vəsaitin yığılması üçün neçə ailə iştirak etməlidir?
3)Qrafik üzərində qeyd edilmiş nöqtələrə uyğun məlumatları cədvəllə təqdim edin. Uyğun tərs mütənasib asılılığı yazın.
4) (5;2000) nöqtəsinin koordinatlarına uyğun məlumatı təqdim edin.



13 Tərs mütənasib asılılığa aid məsələləri həll edin.

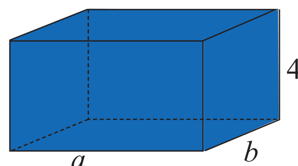
a) Fermadakı mövcud yem ehtiyatı 60 inəyə 10 gün çatar. Fermer 10 inək satdı. Yem indi neçə günə çatar?

b) Sürücü iki məntəqə arasındakı yolu 60 km/saat sürətlə 7 saata qət edə bilər. Lakin o, düşündü ki, 75 km/saat sürətlə hərəkət edərsə, ən azı bir saat yarım vaxta qənaət edər. Sürücünün təxmini doğrudurmu?

c) Düzbucaqlı şəklindəki bağın eni 14 m, uzunluğu 60 m-dir. Sahəsi eyni olan digər bağın uzunluğu 42 m olarsa, eni neçə metr olar?

14 Hansı asılılıq tərs mütənasib asılılıqdır?
1) Məktəb şənliyində şagirdlərə 200 manatlıq hədiyyələr alınması planlaşdırılır. Hədiyyələrin sayı onların qiymətindən asılıdır.
2) Nailə institutda nahara gündə 2 manat xərcləyir. Nailənin aylıq xərci dərs günlərinin sayından asılıdır.

15 Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi 8 kub vahiddir. Şəkildə verilənlərə görə b-nin a-dan asılılığını düsturla yazın.



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 Hansı şərtlər daxilində rasional ifadənin mənası var?

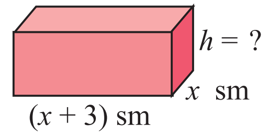
a) $\dfrac{2(x-1)}{x^2-x}$ b) $\dfrac{2d(d+1)}{(d+1)(d-4)}$ c) $\dfrac{a^2+ab+b^2}{a^2-b^2}$

2 A və B çay limanları bir-birindən s km məsafədədir. Bunların arasında durğun suda sürəti v km/saat olan kater hərəkət edir. Çayın axın sürəti 5 km/saat olarsa, katerin A-dan B-yə və əksinə getməsi üçün nə qədər t vaxtı (saatla) tələb olunar?
a) $s = 60$; $v = 25$; b) $s = 120$; $v = 35$ olduqda t-ni tapın.

3 Elə iki rasional ifadə yazın ki, dəyişənin: a) –2; b) –4 və 2 qiymətlərində bu ifadələrin mənası olmasın.

4 Məxrəcində a dəyişəni olan elə rasional ifadə tərtib edin ki, a-nın bütün qiymətlərində mənası olsun.

5 Düzbucaqlı paralelepipedin oturacağının ölçüləri şəkildə göstərildiyi kimidir. Onun həcminin $(x^3 + 5x^2 + 6x)$ sm³ olduğunu bilərək hündürlüyünü tapın.



6 Fərhadgilin riyaziyyat müəllimi kəsrlər üzərində əməlləri yerinə yetirərkən şagirdlərin səhvlərini aşağıdakı kimi ümumiləşdirmişdir. Hər bir hal üçün səhvləri müəyyən edin, düzəldin və izah edin.

a) $\dfrac{a}{b} - \dfrac{b}{a} = \dfrac{a-b}{ab}$ b) $\dfrac{ac+bc}{c+cd} = \dfrac{a+b}{d}$ c) $\dfrac{1}{b-a} = \dfrac{-1}{a+b}$

d) $\dfrac{1}{1-\dfrac{a}{b}} = \dfrac{1}{a-b}$ e) $\dfrac{c}{5} - \dfrac{4-b}{5} = \dfrac{c-4-b}{5}$

7 $a^2 - 2a - 6 = 0$ olduğunu bilərək, $\dfrac{a^3+8}{2a+4}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

8 $a = -3$, $b = 0{,}5$ olduqda $\dfrac{6-ab^2}{3+b^2} + \dfrac{2b^2-3a}{3+b^2}$ ifadəsinin qiymətini tapın. Tapşırıqda artıq verilən varmı?

9 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\dfrac{x^2-x-6}{4x+4} \cdot \dfrac{x+1}{x^2-6x+9}$ b) $\dfrac{2d+8}{d^2+5d+6} : \dfrac{d+4}{d^2-4}$

c) $\dfrac{x^3+5x^2-x-5}{x^2-25} : (x+1)$ d) $\dfrac{n^3-m^3}{n^2-m^2} \cdot \dfrac{n^2+2nm+m^2}{n^2+nm+m^2}$

10 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\dfrac{3}{2x^2+2x} + \dfrac{2x-1}{x^2-1} - \dfrac{2}{x}$ b) $\dfrac{12}{a^2-9} - \dfrac{3}{a+3} + \dfrac{2}{3-a}$

11 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{k^2-4}{k^2-2k} - \frac{k^2-4}{k^2+2k}$ b) $\frac{m^2-1}{(m+1)^2} - \frac{m^2-1}{(m-1)^2}$ c) $\frac{a}{a^2+2a} + \frac{a}{a^2-2a}$

d) $a - \frac{a^2-1}{a}$ e) $\frac{a^2}{a+1} - a+1$ f) $\frac{-3}{a-6} - \frac{-18}{a^2-6a}$

12 Sadələşdirin.

a) $\frac{x+1}{x+2} - \frac{x^2-4}{x^2+2x} : \frac{x^2-4x+4}{x^2+x}$ b) $\frac{2-x}{x-4} + \frac{x^2-2x-3}{x^2-x-6} \cdot \frac{x^2+2x}{x^2-4x}$

13 $\frac{5}{x^2+x-6} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3}$ eyniliyindən a və b-ni tapın.

14 Samir və Fidan ədəd oxu üzərində verilmiş iki ədədə uyğun nöqtələrdən eyni məsafədə yerləşən nöqtəyə uyğun ədədi tapmağın yollarını axtarırlar. Nəhayət, onlar bunun ədədi ortanı tapmaqla mümkün olduğunu aşkar etdilər. Bu fikrin doğruluğunu müxtəlif nümunələr üzərində göstərin. Ədəd oxu üzərində $\frac{4}{x}$ və $\frac{5}{2x}$ kəsrlərindən eyni məsafədə olan kəsri yazın.

15 Sadələşdirin.

a) $\frac{a^3+a^7}{a^{-3}+a^{-7}}$ b) $\frac{x+1}{x-1-2x^{-1}}$

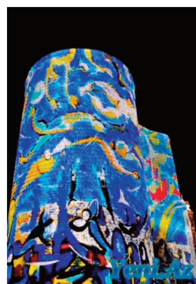
c) $(a^{-1}-b^{-1})\cdot(a-b)^{-1}$ d) $(a-b)^{-2}\cdot(a^{-2}-b^{-2})$

e) $\left(1+\frac{2}{k(k+3)}\right)\cdot\left(\frac{k+1}{k+3}\right)^{-1}$ f) $\left(1+\frac{1}{n(n+2)}\right)^{-1} : \frac{n+2}{n+1}$

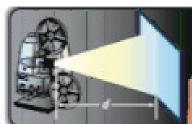
16 240 kq çiyələyi eyni sürətlə işləyən 15 işçi 4 saata yığır. 160 kq çiyələyi 8 saatda yığmaq üçün həmin sürətlə işləyən neçə işçi lazımdır?

17 k və b-nin hansı qimətlərində $y=\frac{k}{x}$ hiperbolası və $y=kx+b$ düz xətti: a) A(2;1); b) B(–1;2) nöqtəsindən keçir?

18 **Heydər Əliyev Fondunun təşəbbüsü ilə Bakıda keçirilən "Qız Qalası" Üçüncü Beynəlxalq İncəsənət Festivalında video-mapping texnologiyası ilə Qız Qalasının üzərində rəngarəng görüntülər əks etdirildi. Abidənin üzərinə 7 müxtəlif nöqtədən 30 proyektor vasitəsi ilə proyeksiyalar salındı.**



Proyektorla işıqlandırma zamanı ekrandakı işığın intensivliyi ekrandan işıq mənbəyinə qədər olan məsafənin kvadratı ilə tərs mütənasibdir: $I=\frac{k}{d^2}$. Burada k sabit kəmiyyətdir, d məsafəni göstərir. A və B proyektorları Qız qalasını eyni intesivlikdə işıqlandırır. A ekrandan 5 m, B isə 8 m məsafədədir. A proyektoru üçün $k=27$ vahid olarsa, B üçün k əmsalını müəyyən edin.



6 Fiqurların sahəsi

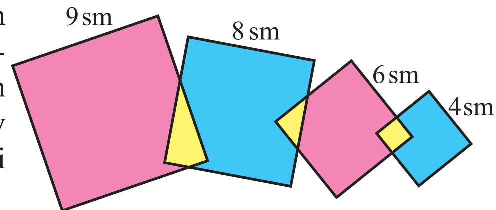
Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- üçbucaqların və dördbucaqlıların sahəsini hesablama düsturlarını;
- sahə düsturlarının tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi;
- mürəkkəb fiqurları daha sadə fiqurlara bölməklə onların sahəsini hesablamağı.

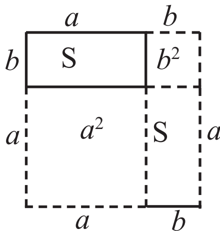
Sahə aksiomları

Sahənin varlığı aksiomu. Hər bir sadə fiqurun seçilmiş ölçü vahidi ilə ifadə olunmuş müsbət sahəsi var.
Sahələrin bərabərliyi aksiomu. Konqruyent fiqurların sahələri bərabərdir.
Sahələrin toplanması aksiomu. Fiqur ortaq daxili nöqtəsi olmayan fiqurlara ayrılarsa, onun sahəsi ayrıldığı fiqurların sahələri cəminə bərabərdir.
Sahə vahidi aksiomu. Tərəfi a olan kvadratın sahəsi a^2-na bərabərdir.

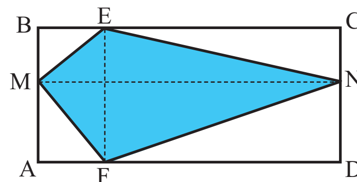
1 Şəkildə tərəfləri 9 sm, 8 sm, 6 sm və 4 sm olan kvadratlar təsvir olunub. Qırmızı rəngli hissələrin sahələri cəmi 95 sm^2 olarsa, göy rəngli hissələrin sahələri cəmini tapın.



2 Tərəfləri a və b olan düzbucaqlının sahəsini $S = ab$ düsturu ilə hesablandığını şəklə görə əsaslandırın.



3 ABCD düzbucaqlı, MN || AD, EF || AB olarsa isbat edin ki, MENF dördbucaqlısının sahəsi ABCD düzbucaqlısının sahəsinin yarısına bərabərdir.

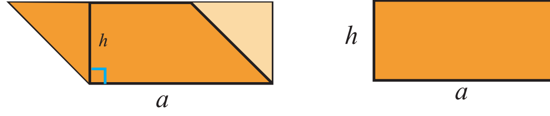


4 Düzbucaqlı tərəflərinə paralel xətlərlə dörd hissəyə bölünüb. Üç hissənin sahələri 18, 24, 30 olarsa, 4-cü hissənin sahəsini tapın.

18	24
30	?

Paraleloqramın sahəsi

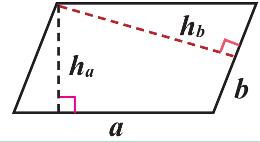
Praktik məşğələ. Kağız üzərində paraleloqram və onun hündürlüyünü çəkin. Paraleloqramı hündürlüyü boyu bir tərəfdən göstərilən qaydada kəsin və sağ tərəfinə yapışdırın. Alınan fiqur haqqında fikirlərinizi söyləyin. Düzbucaqlının sahəsi düsturunu yazın. Paraleloqramın sahəsi haqqında fikirlərinizi ümumiləşdirin.



Paraleloqramın sahəsi, uzunluğu bu paraleloqramın tərəfinə, eni isə paraleloqramın həmin tərəfinə çəkilmiş hündürlüyünə bərabər olan düzbucaqlının sahəsinə bərabərdir.

Paraleloqramın sahəsi

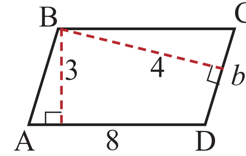
Paraleloqramın sahəsi onun tərəfi ilə bu tərəfə çəkilən hündürlüyünün hasilinə bərabərdir: $S = ah_a$ və ya $S = bh_b$



Nümunə. Şəkildə verilənlərə görə ABCD paraleloqramının sahəsini və perimetrini tapın.

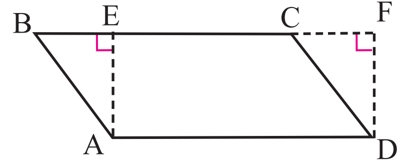
Həlli: Paraleloqramın sahə düsturuna görə tapırıq: $S = 8 \cdot 3 = 24$ (kv. vahid). Digər tərəfdən $S = b \cdot 4$ olduğundan $b = S : 4 = 24 : 4 = 6$ olur.

Paraleloqramın perimetri: $P = 2 \cdot (8 + 6) = 28$.



Öyrənmə tapşırıqları.

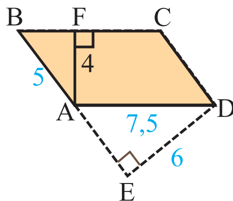
1 Şəklə görə isbat edin ki, ABCD paraleloqramının sahəsi AEFD düzbucaqlısının sahəsinə bərabərdir. **Göstəriş:** Δ ABE və ΔDCF-in konqruyentliyindən və sahə aksiomlarından istifadə edin.

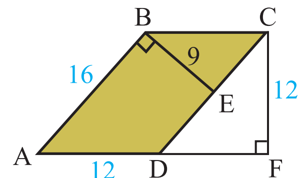


2 Damalı vərəqdə tərəfi 6 vahid, bu tərəfə çəkilmiş hündürlüyü 4 vahid olan 3 müxtəlif paraleloqram çəkin. Sahələrini müqayisə edin.

3 1) ABCD paraleloqramının sahəsini tapmaq üçün AB tərəfinin uzunluğunun hansı hündürlüyə hasilini hesablamalısınız?

2) Şəkildə verilənlərə görə ABCD paraleloqramının sahəsini iki üsulla tapın.

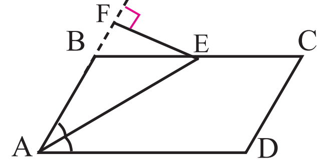




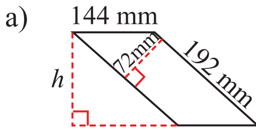
4 Paraleloqramın sahəsi 48 sm^2, diaqonalların kəsişmə nöqtəsindən tərəflərə qədər məsafələr 2 sm və 3 sm-dir. Paraleloqramın tərəflərinin uzunluqlarını və perimetrini tapın.

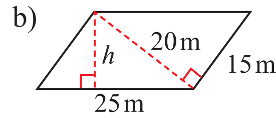
5 Paraleloqramın tərəfləri 15 sm və 12 sm-dir. Paraleloqramın hündürlüklərindən biri 10 sm olarsa, ikinci hündürlüyünü tapın. Məsələnin neçə həlli var?

6 AE parçası ∠A-nın tənbölənidir. EF = 12 sm, AD = 24 sm-dir. Paraleloqramın sahəsini tapın.

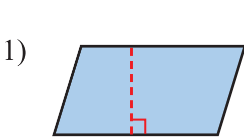


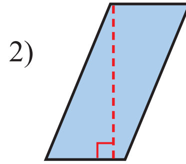
7 Paraleloqramın h ilə işarə edilmiş hündürlüyünü tapın.

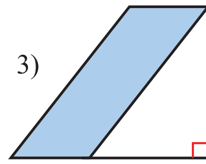
a) 

b) 

8 Uyğun ölçmələri yerinə yetirməklə şəkildəki paraleloqramların sahələrini hesablayın. Hansı paraleloqramın sahəsi daha böyükdür?

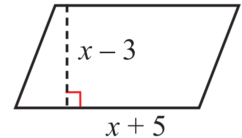
1) 

2) 

3) 

9 Hansı kvadrat üçhədli şəkildəki paraleloqramın sahəsini ifadə edir?

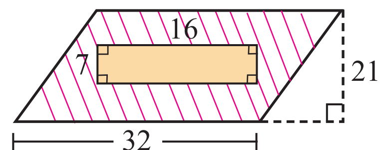
1) $x^2 + 2x - 15$ 2) $x^2 - 2x + 15$ 3) $2x^2 - x + 15$



10 Düzbucaqlının bir tərəfinin uzunluğu $(2x + 3)$ vahid, sahəsi $(2x^2 + 7x + 6)$ kvadrat vahiddir. Düzbucaqlının perimetrini x dəyişəni ilə ifadə edin.

11 Tərəfləri 12 mm və 16 mm olan paraleloqramın hündürlüklərindən biri 14 mm-dir. Bu hansı tərəfə çəkilmiş hündürlükdür? Paraleloqramın sahəsini tapın.

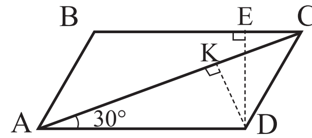
12 Verilənlərə görə ştrixlənmiş hissənin sahəsini hesablayın.



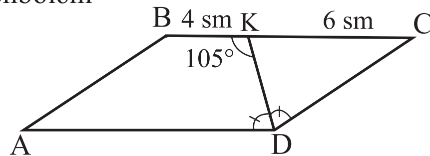
13 **Araşdırma.** Perimetri 12 m olan düzbucaqlı verilir.
1) Düzbucaqlının perimetrini $2x + 2y = 12$ yazın və bu bərabərlikdən y-i tapın. Sahənin $S = xy$ düsturunda y-i yerinə yazın və sadələşdirin.
2) Alınmış ifadədə ikihədlinin tam kvadratını ayırın.
3) Ən böyük sahəyə uyğun düzbucaqlının ölçülərini tapın.
4) Sahəsi 5 m^2 olan düzbucaqlının mümkün ölçülərini necə təyin etmək olar?

14 a) Perimetri 20 vahid, sahəsi 24 kvadrat vahid olan; b) perimetri 72 vahid, sahəsi 288 kvadrat vahid olan düzbucaqlının ölçülərini tapın.

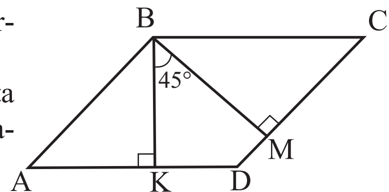
15 **Verilir:** ABCD paraleloqramı
$DE \perp BC$, $DE = 8$ m, $DK \perp AC$, $DK = 5$ m,
$\angle CAD = 30°$
Tapın: Paraleloqramın sahəsini



16 ABCD paraleloqramında $\angle D$-nin tənböləni BC tərəfini K nöqtəsində kəsir.
$\angle BKD = 105°$, $BK = 4$ sm,
$KC = 6$ sm olarsa, paraleloqramın:
a) perimetrini;
b) bucaqlarını;
c) sahəsini tapın.

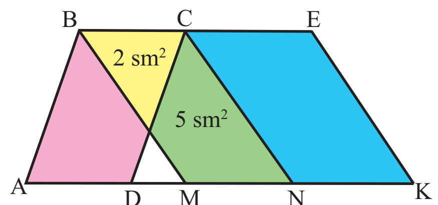


17 ABCD paraleloqramında BK və BM hündürlükləri arasındakı bucaq 45°-dir.
$AK : KD = 3 : 2$ və KBCD trapesiyasının orta xətti 7 mm olarsa, paraleloqramın sahəsini tapın.



18 ABCD paraleloqramının perimetri 64 sm, hündürlükləri 7 sm və 9 sm-dir. Paraleloqramın sahəsini tapın.

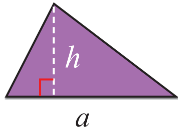
19 Şəkildə $BE \parallel AK$, $AB \parallel CD$, $BM \parallel CN \parallel EK$,
$MN : NK = 2 : 3$, sarı rəngli sahə
2 sm^2, yaşıl rəngli sahə 5 sm^2-dir.
a) ABCD paraleloqramının;
b) NCEK paraleloqramının sahəsini tapın.

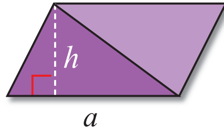


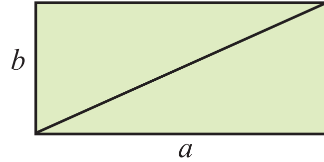
Üçbucağın sahəsi

Praktik məşğələ1. 1. Damalı kağız üzərində üçbucaq çəkin və kəsin. Bu üçbucağı kağız üzərinə qoyun və daha bir konqruyent üçbucaq kəsin. Üçbucaqları başqa bir kağızın üzərinə şəkildə göstərilən qaydada yapışdırın. Hansı fiqur alındı? Üçbucağın sahəsi ilə paraleloqramın sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin və yazın.

2. Düzbucaqlı çəkin və diaqonalı boyu onu iki üçbucağa ayırın. Üçbucaqların konqruyentliyini üst-üstə qoymaqla və həndəsi mühakimələrlə isbat edin. Üçbucağın sahəsi ilə düzbucaqlının sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin.

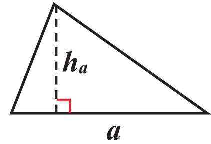






Üçbucağın sahəsi

Üçbucağın sahəsi onun tərəfi ilə bu tərəfə çəkilən hündürlüyü hasilinin yarısına bərabərdir. $\mathbf{S = \frac{1}{2} a h_a}$

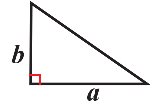


Tərəfləri *a, b, c,* onlara çəkilən hündürlükləri uyğun olaraq h_a, h_b, h_c ilə işarə etsək:

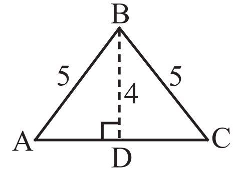
$$\mathbf{S = \frac{1}{2} a h_a} \qquad \mathbf{S = \frac{1}{2} b h_b} \qquad \mathbf{S = \frac{1}{2} c h_c}$$

Düzbucaqlı üçbucağın sahəsi katetləri hasilinin yarısına bərabərdir.

$$\mathbf{S = \frac{1}{2} ab}$$



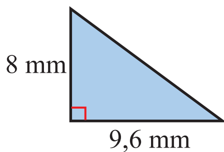
Nümunə. Yan tərəfləri 5 sm, oturacağa çəkilmiş hündürlüyü 4 sm olan bərabəryanlı üçbucağın sahəsini tapın.

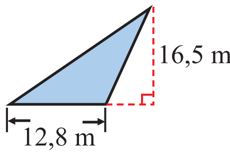


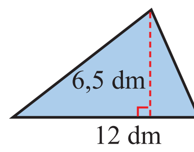
Həlli: Yan tərəfləri 5 sm olan bərabəryanlı ΔABC-də BD hündürlüyü çəkək: BD ⊥ AC. Şərtə görə BD = 4 sm.
BD hündürlüyü ΔABC-ni iki konqruyent düzbucaqlı üçbucağa ayırır. ΔABD-dən Pifaqor teoreminə görə tapırıq:
$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (sm). Onda AC = 6 sm olur.
Üçbucağın sahəsi: $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$ sm²

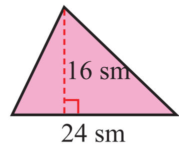
Öyrənmə tapşırıqları.

1 Şəkildə verilənlərə görə hər bir üçbucağın sahəsini tapın.



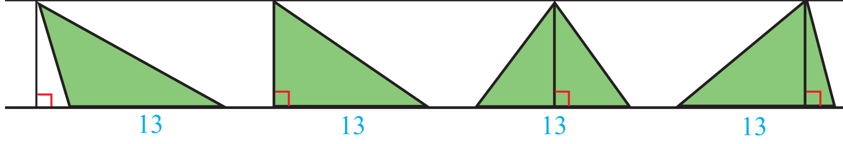






2 Sahəsi 24 sm² olan üçbucağın hündürlüyü 8 sm-dir. Bu hündürlüyün çəkildiyi tərəfi tapın.

3 **Araşdırma.** Sahəsi 52 sm^2, tərəfi 13 sm olan üçbucaqda bu tərəfə çəkilmiş hündürlüyü tapın. Bu hündürlüyə və tərəfə uyğun müxtəlif üçbucaqlar şəkildə verilmişdir. Bu ölçülərə uyğun korbucaqlı və ya itibucaqlı olmaqla daha bir neçə üçbucaq çəkin.



4 **Açıq tipli sual.**

a) Katetlərindən biri 8 sm, sahəsi 24 sm^2 olan düzbucaqlı üçbucaq çəkin.

b) Tərəfi 8 sm, sahəsi isə 24 sm^2-dən kiçik olan bir neçə üçbucaq çəkin.

c) Bir tərəfi 4 sm, digər tərəflərindən biri 3 sm olan bir neçə üçbucaq çəkin və sahələrini müqayisə edin. Bu üçbucaqların sahəsi hansı ən böyük qiyməti ala bilər?

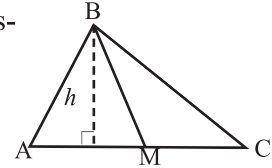
5 1) Δ ABC-nin oturacağı 4 vahid, hündürlüyü 8 vahiddir. Δ DEF-in oturacağı və hündürlüyü uyğun olaraq 2 dəfə böyükdür. Bu üçbucaqların sahələrinin nisbətini yazın.

2) ΔABC-nin oturacağı 15 vahid, hündürlüyü 12 vahiddir. Δ DEF-in oturacağı və hündürlüyü bundan 3 dəfə kiçikdir. Bu üçbucaqların sahələrinin nisbətini yazın.

6 ΔABM-in və ΔCBM-in sahələrini tapın. Sahələrin nisbətini AM : MC nisbəti ilə müqayisə edin.

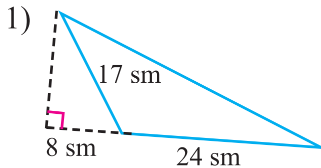
a) $h = 5$, $AC = 8$, $AM = 6$

b) $h = 7$, $AC = 10$, $AM = 5$

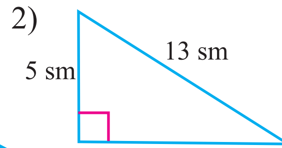


7 Üçbucaqların sahəsini tapın.

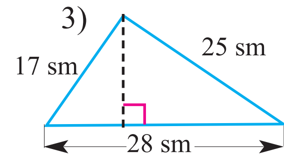
1)



2)



3)



Üçbucağın sahəsi üçün Heron düsturu

Tərəfləri *a, b, c* olan üçbucağın sahəsi üçün $\mathbf{S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$ düsturu doğrudur. Bu düstura Heron düsturu deyilir. Burada *p* üçbucağın yarımperimetridir: $p = \dfrac{a+b+c}{2}$

Nümunə. Tərəfləri 13 sm,14 sm,15sm olan üçbucağın sahəsini tapın.

Həlli: $a = 13$ sm, $b = 14$ sm, $c = 15$sm olduğundan $p = \dfrac{13+14+15}{2} = 21$.

Heron düsturuna görə

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} =$$
$$= \sqrt{21\cdot 8\cdot 7\cdot 6} = \sqrt{3\cdot 7\cdot 2\cdot 4\cdot 7\cdot 2\cdot 3} = 3\cdot 7\cdot 2\cdot 2 = 84\ (sm^2)$$

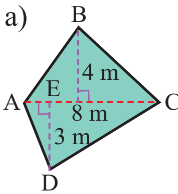
8 Tərəfləri a) 26 sm, 30 sm, 28 sm; b)10 sm,13 sm,13sm; c) 6 mm, 25 mm, 29 mm olan üçbucağın sahəsini tapın.

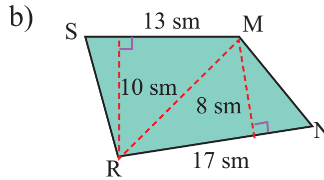
9 Tərəfləri 10 m,10 m,16 m olan bərabəryanlı üçbucağın hündürlüklərini tapın.

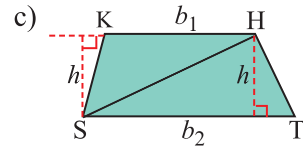
10 Tərəfləri 8 sm, 10 sm, diaqonallarından biri isə 6 sm olan paraleloqramın sahəsini və hündürlüklərini tapın.

11 1) Bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini tapın: a) P = 24 sm; b) $a = 5$ sm.
2) Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini hesablamaq üçün düstur yazın.
3) Tərəfləri 20 sm və 35 sm olan üçbucağın sahəsi ən çoxu neçə kvadrat santimetr ola bilər?
4) Katetləri 15 sm və 20 sm olan düzbucaqlı üçbucağın sahəsini və hipotenuza çəkilmiş hündürlüyünü tapın. Sahəsi bu üçbucağın sahəsinə bərabər olan bərabəryanlı üçbucaq qurun.

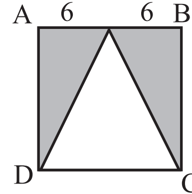
12 Dördbucaqlıların sahəsini üçbucaqlara bölməklə hesablayın.

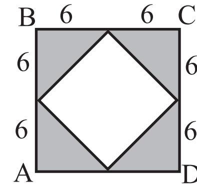
a) 

b) 

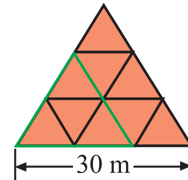
c) 

13 Verilənlərə görə ABCD kvadratında:
a) boz hissənin sahəsini tapın;
b) ağ hissənin sahəsini tapın.

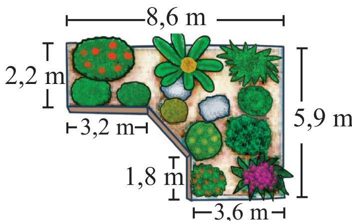




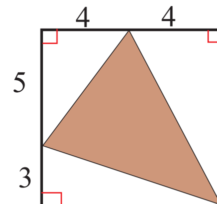
14 Şəkildə verilən model konqruyent bərabərtərəfli üçbucaqlardan təşkil olunmuşdur.
a) Böyük üçbucağın sahəsini tapın.
b) Kiçik üçbucaqlardan birinin sahəsini tapın.
c) Yaşıl karandaşla çəkilmiş üçbucağın sahəsini tapın.



15 Bağın planını yenidən çəkin və sahəsini tapın.

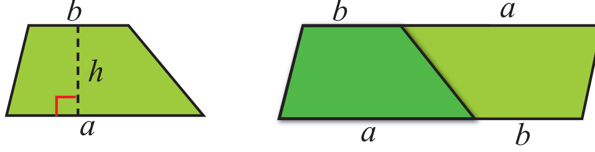


16 Şəkildə verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsini tapın.



Trapesiyanın sahəsi

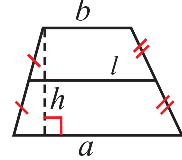
Praktik məşğələ. Kağız üzərində trapesiya çəkin və kəsin. Bu trapesiyanı kağız üzərinə qoyun və daha bir konqruyent trapesiya kəsin. Trapesiyaları başqa bir kağızın üzərinə şəkildə göstərilən qaydada yapışdırın. Hansı fiqur alındı? Trapesiyanın sahəsi ilə paraleloqramın sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin və yazın.



Trapesiyanın sahəsi

Trapesiyanın sahəsi oturacaqları cəminin yarısı ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir.

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



Trapesiyanın sahəsi orta xəttinin uzunluğu ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir:

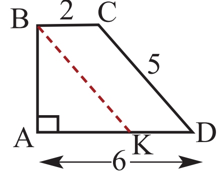
$$S = lh$$

Nümunə. Şəkildə verilənlərə görə düzbucaqlı trapesiyanın sahəsini tapın.

Həlli: ABCD trapesiyasının B təpəsindən CD tərəfinə paralel BK xətti çəkək. BCDK paraleloqram olduğundan qarşı tərəfləri konqruyentdir. Deməli, KD = 2, BK = 5. Onda AK = 4 olar. ΔABK-dan Pifaqor teoreminə görə tapırıq:

$AB = \sqrt{BK^2 - AK^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

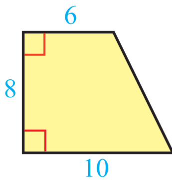
Trapesiyanın sahəsi: $S = \dfrac{6+2}{2} \cdot 3 = 12$



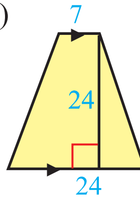
Öyrənmə tapşırıqları

1 Şəkildə verilənlərə görə trapesiyaların sahəsini tapın.

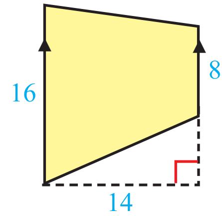
1)



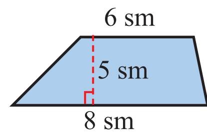
2)



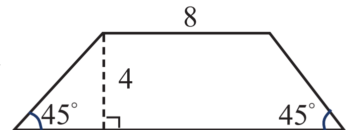
3)



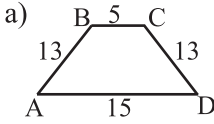
2 Verilən şərtlərə görə trapesiyanın sahəsinin dəyişməsini araşdırın:
1) Alt oturacağı iki dəfə artarsa;
2) Üst oturacağı iki dəfə artarsa;
3) Hündürlüyü iki dəfə artarsa;
4) Hər iki oturacağı və hündürlüyü iki dəfə artarsa.

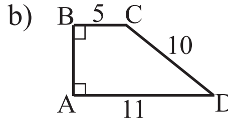


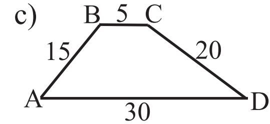
3 Şəkildə verilənlərə görə trapesiyanın perimetrini və sahəsini tapın.



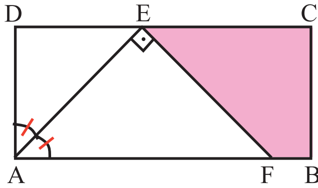
4 Şəkildə verilənlərə görə ABCD trapesiyasının sahəsini tapın.

a) 

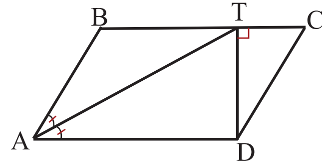
b) 

c) 

5 **Verilir:** ABCD düzbucaqlısı
AB = 15 sm, AD = 4 sm,
∠DAE ≅ ∠EAF
Tapın: FBCE trapesiyasının sahəsini

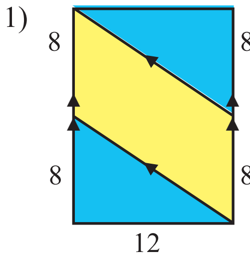


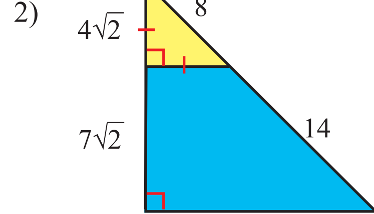
6 **Verilir:** ABCD paraleloqramı
∠BAT ≅ ∠DAT, DT ⊥ BC,
TC = 3 sm, CD = 5 sm
Tapın: ATCD trapesiyasının sahəsini



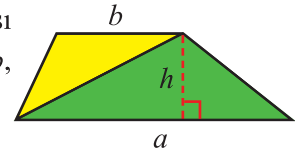
7 Oturacaqları 8 sm və 12 sm olan bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalları perpendikulyardır. Bu trapesiyanın sahəsini tapın.

8 Mavi və sarı hissələrin sahələrini hesablayın.

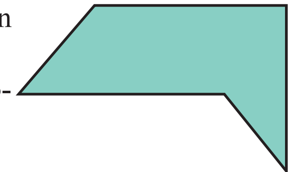
1) 

2) 

9 Üçbucağın sahə düsturundan və sahələrin toplanması aksiomundan istifadə etməklə oturacaqları *a* və *b*, hündürlüyü *h* olan trapesiyanın sahəsi üçün $S = \frac{1}{2}(a + b)h$ düsturunu isbat edin.

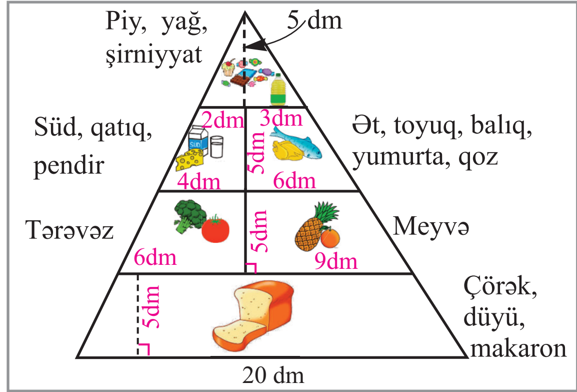


10 Xətkeşlə lazımi ölçmələr aparın. Şəkildəki fiqurun sahəsini müxtəlif üsullarla hesablayın.
Bir düz xətlə: a) iki trapesiyaya bölün; b) paraleloqram və üçbucağa bölün.

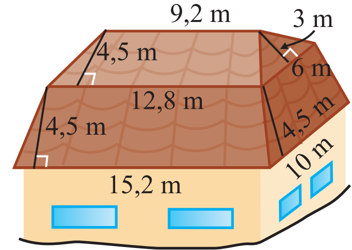


11 Aşağıdakı təklifləri şəkil üzərində göstərməklə əsaslandırın.
1) Bərabəryanlı trapesiyanın sahəsini 2 konqruyent trapesiyanın sahələri cəmi ilə ifadə etmək mümkündür.
2) Trapesiyanın sahəsini bir düzbucaqlının və iki düzbucaqlı üçbucağın sahələri cəmi kimi ifadə etmək mümkündür.

12 Piramidaşəkilli vitrinə ərzaqlar qruplarla düzülmüşdür. Verilənlərə görə:
a) yağlar, şirniyyatlar;
b) meyvələr;
c) çörək, düyü, makaron yerləşən hissələrin sahələrini tapın.



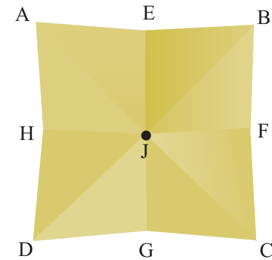
13 **Kiçik layihə işi**.Şəkildəki evin damını örtmək üçün neçə kvadrat metr dam örtüyü materialı lazımdır?



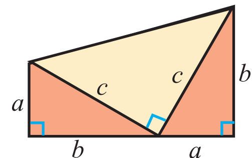
1) Bir dam örtüyü lövhəsinin sahəsi 2,8 m^2 və bir lövhənin qiyməti 8,6 manat olarsa, şəkildəki dam örtüyünə neçə manat pul xərclənər? Materialın təqribən 10%-nin itkiyə getdiyini nəzərə alın və lövhələrin sayını tam ədədə yuvarlaqlaşdırın.

2) Dam örtüyünü iki usta bir ayda quraşdırmağa söz vermişdilər. Lakin 20 gün ərzində işin yalnız dörddə bir hissəsini görə bildilər. İşi vaxtında qurtarmaq məqsədi ilə ev sahibi eyni sürətlə çalışan daha 2 ustanın işə qoşulmasına qərar verdi. Qalan işi 4 usta neçə günə yerinə yetirər?
3) Bir ay ərzində dam örtüyü materialları birinci dəfə 3,6%, ikinci dəfə isə 4,8% bahalaşdı. Dam örtüyünü son qiymət artımından sonra alan müştəri neçə faiz artıq pul xərcləyər?

14 Şəkildə ABCD kvadratşəkilli kağız vərəq verilmişdir. H, E, F, G kvadratın tərəflərinin orta nöqtələridir. AB = 8 vahid olarsa,
a) ABFH düzbucaqlısının;
b) ABFJ trapesiyasının;
c) AEJ üçbucağının sahəsini tapın.



15 Pifaqor teoreminin çoxlu sayda isbatları mövcuddur. Bunlardan biri ABŞ-ın prezidenti olmuş Ceyms Harfildə məxsusdur. İsbatın verilmiş planını araşdırın və isbatı dəftərinizdə yazın.
1) Trapesiyanın sahəsini a və b dəyişənləri ilə ifadə etmişdir. 2) Üç düzbucaqlı üçbucağın sahəsini a, b, c dəyişənləri ilə ifadə etmişdir. 3) Sahələrin bərabərliyi aksiomuna görə 1 və 2-dən alınan nəticələrin bərabərliyini yazmış və sadələşdirmişdir.

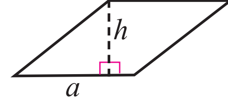


Rombun sahəsi

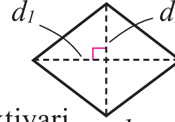
Praktik məşğələ. Romb və çərpələng formalı fiqurun diaqonalını çəkin. Alınan üçbucaqların konqruyent olduqlarını diaqonalboyu kəsib, üst-üstə qoymaqla göstərin. Romb və çərpələngin sahəsi ilə üçbucağın sahəsi arasındakı əlaqəni araşdırın.

Rombun sahəsi

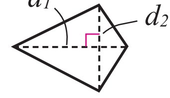
1. Rombun sahəsi onun tərəfi ilə hündürlüyünün hasilinə bərabərdir: $S = ah$
Qeyd edək ki, rombun hündürlükləri bərabərdir.



2. Rombun sahəsi diaqonalları hasilinin yarısına bərabərdir: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

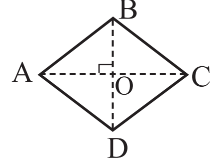


3. Diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyar olan ixtiyari qabarıq dördbucaqlının sahəsi diaqonalları hasilinin yarısına bərabərdir: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$



Nümunə. Diaqonalları 6 və 8 olan rombun sahəsini və hündürlüyünü tapın.

Həlli: Diaqonalları AC = 8, BD = 6 olan ABCD rombu çəkək.



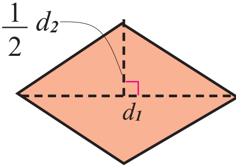
Rombun sahə düsturuna görə $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$.

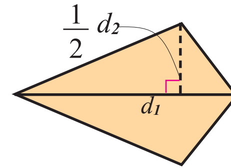
AO = AC : 2 = 4, BO = BD : 2 = 3 olduğundan ΔAOB-dən Pifaqor teoreminə görə rombun tərəfini tapaq:

$AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$. Sahəsi 24, tərəfi 5 olan rombun hündürlüyü $S = ah$ düsturundan tapılır: $h = S : a = 24 : 5 = 4{,}8$

1 Aşağıdakı plana görə romb və çərpələng formalı fiqurların sahəsi üçün $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$ düsturunu isbat edin.

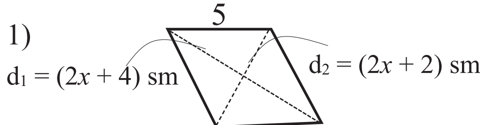
İsbat üçün plan. 1. Rombun və çərpələngin diaqonalının onları iki konqruyent üçbucağa ayırdığını isbat edin. 2. İki üçbucağın sahəsini toplayın.



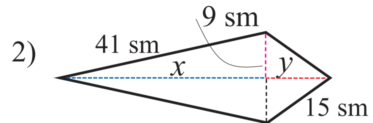


2 Şəkildə verilənlərə görə rombun və çərpələngin sahəsini tapın.

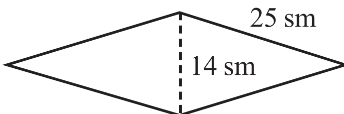
1)



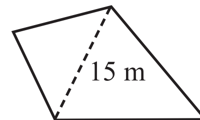
2)



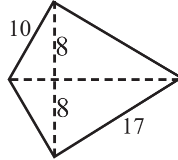
3 1) Rombun sahəsini tapın.



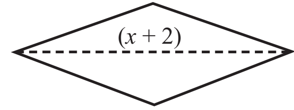
2) Çərpələngin sahəsi 180 m^2-dır. Digər diaqonalını tapın.



4 1) Şəkildə verilənlərə görə çərpələng formalı fiqurun sahəsini tapın.

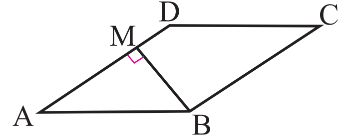


2) Rombun sahəsi $(4x^2 + 8x)$ kvadrat vahiddir. Digər diaqonalını x dəyişəni ilə ifadə edin.

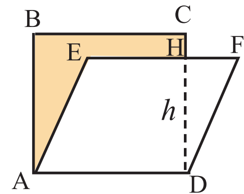


5 Rombun hündürlüyü 6 sm-dir. Hündürlük çəkildiyi AD tərəfini AM:MD = 4 : 1 nisbətində bölür. Rombun sahəsini tapın.

Göstəriş: $AM = 4x$ və $MD = x$ kimi yazın və tərəfi tapmaq üçün AMB düzbucaqlı üçbucağından istifadə edin.

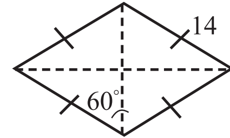


6 ABCD sahəsi 625 sm^2 olan kvadrat, AEFD isə sahəsi 500 sm^2 olan rombdur. Rəngli hissənin sahəsini tapın.
Göstəriş: Əvvəlcə rombun hündürlüyünü tapmaqla ΔDHF-in sahəsini tapın.



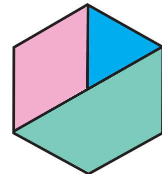
7 1) ABCD düzbucaqlısının sahəsi 60 sm^2-dır. Təpələri bu düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrində olan rombun sahəsini tapın.
2) Perimetri 80 sm, diaqonallarından biri 24 sm olan rombun sahəsini tapın.

8 Şəkildə verilənlərə görə rombun perimetrini və sahəsini tapın.

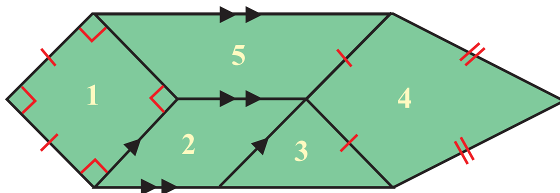


9 1) Sahəsi 9,6 m^2, diaqonallarından birinin uzunluğu 3,2 m olan rombun perimetrini tapın.
2) Sahəsi 54 sm^2, diaqonalları nisbəti 3:4 kimi olan rombun diaqonallarının uzunluqlarını tapın.

10 Xətkeşlə lazımi ölçmələri 1 mm dəqiqliklə aparmaqla şəkildəki fiqurun müxtəlif rəngli hissələrinin sahələrini və bütün fiqurun sahəsini tapın.



11 Fiqurun nömrələnmiş hissələrinə uyğun düsturları seçin.



A) $S = a^2$

B) $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

C) $S = \frac{1}{2} ah$

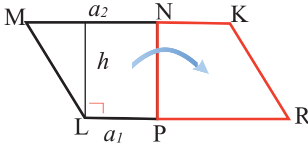
D) $S = \frac{1}{2} h(a_1 + a_2)$

E) $S = ah$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

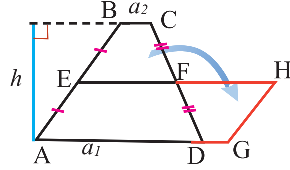
1 Verilir: LMNP trapesiyadır.
LMNP ≅ KRPN

İsbat edin: $S_{LMNP} = \frac{1}{2}h(a_1 + a_2)$



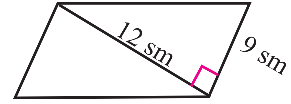
2 Verilir: ABCD trapesiyadır.
EBCF ≅ HGDF

İsbat edin: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}h(a_1 + a_2)$

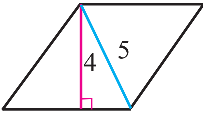


3 Rasim dayı bağında pomidor əkdiyi 15m × 25 m-lik düzbucaqlı formadakı sahəni xüsusi lövhələrlə hasara almışdır. Rasim dayı hasar üçün yeni lövhələr almadan pomidor əkilən sahəni genişləndirərək kvadrat formalı etmək istəyir. Bu halda pomidor əkilən hissənin sahəsi neçə kvadrat metr böyüyəcək?

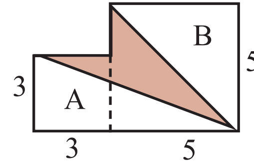
4 Paraleloqramın diaqonalı tərəfi ilə düz bucaq əmələ gətirir. Şəkildə verilənlərə görə paraleloqramın sahəsini tapın.



5 Şəkildə verilənlərə görə rombun sahəsini tapın.

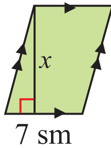


6 Rəngli hissənin sahəsini hesablayın. A və B fiqurları kvadratdır.

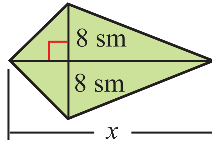


7 Verilənlərə görə x-i tapın.

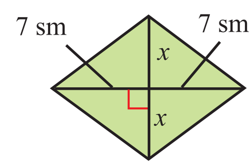
a) $S = 63$ sm²



b) $S = 168$ sm²



c) $S = 56$ sm²



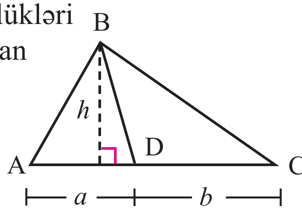
8 1) Hündürlüyü h olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini tapın.
2) Hipotenuzu 13 sm, sahəsi 30 sm² olan düzbucaqlı üçbucağın katetlərini tapın.
3) İtibucaqlı üçbucağın bir tərəfinə çəkilmiş hündürlük bu tərəfi 3 sm və 9 sm uzunluğunda parçalara ayırır. Hündürlük 7 sm olarsa, bu üçbucağın sahəsini tapın.

9 İsbat edin ki, üçbucağın tərəfləri hündürlükləri ilə tərs mütənasibdir, yəni:

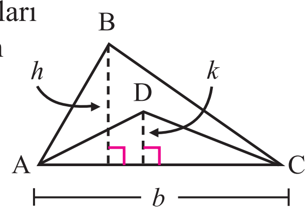
$$a : b : c = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c}.$$

10 **Araşdırma.** İki üçbucağın sahələri nisbətini müxtəlif hallar üçün araşdırın. Hər bir hal üçün ümumiləşdirilmiş nəticə və düstur yazın.

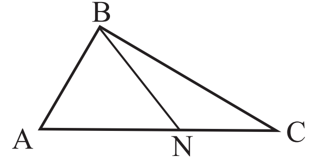
1)Hündürlükləri bərabər olan



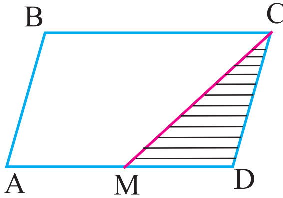
2) Oturacaqları bərabər olan



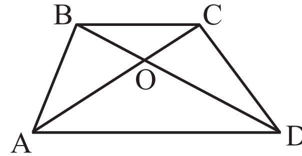
11 1) $S_{\Delta ABC} = 90$ sm^2, AN : NC = 3 : 2 olduğuna görə ΔABN-nin sahəsini tapın.
2) $S_{\Delta ABC} = 60$ sm^2, BN median olarsa, ΔABN-nin sahəsini tapın.



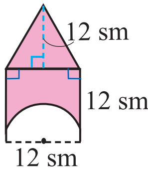
12 **Verilir:** ABCD paraleloqram.
AM = MD; $S_{\Delta CMD} = 8$ mm^2
Tapın: S_{ABCD}

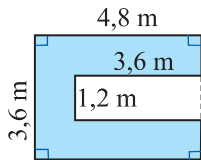


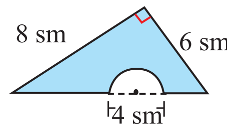
13 **Verilir:** ABCD trapesiya
$S_{\Delta BOC} = 2$ sm^2, $S_{\Delta ABO} = 4$ sm^2
Tapın: S_{ABCD}

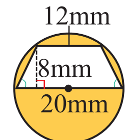


14 Verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsini tapın.

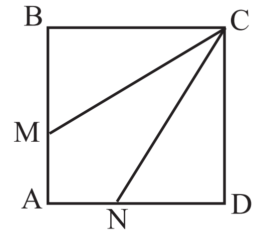




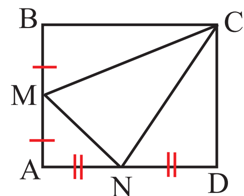




15 Tərəfi 3 sm olan kvadrat CM və CN konqruyent parçaları ilə sahələri bərabər olan 3 hissəyə ayrılmışdır. CM parçasının uzunluğunu tapın.



16 ABCD düzbucaqlısının sahəsi 72 kvadrat vahiddir. M və N nöqtələri düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtəsidir. Δ CMN-nin sahəsini tapın. **Göstəriş:** $S_{\Delta CMN} = S_{ABCD} - S_{\Delta MBC} - S_{\Delta NCD} - S_{\Delta AMN}$ -dən istifadə edin. AD = a, AB = b işarələyib, sahələri ab hasili ilə ifadə edin.

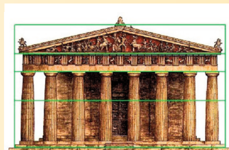


7 Rasional tənliklər

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- rasional tənlikləri və rasional tənlik qurmaqla müxtəlif məsələləri həll etməyi;

Bu maraqlıdır!



Qızıl nisbət haqqında əsrlər boyu sənət və arxitektura baxımından ən gözəl nisbət kimi bəhs edilmişdir. Parfenon memarlığının, həmçinin bir çox başqa sənət əsərlərinin gözəlliyinin qızıl nisbətdə gizləndiyi təsbit edilmişdir.

Evklid "Başlanğıclar" əsərində qızıl nisbət haqqında izahında parçanı a və b uzunluqda ($a > b$) elə iki kiçik parçaya ayırmağı təklif edir ki, $a + b$-nin a-ya nisbəti, a-nın b-yə nisbətinə bərabər olsun.

a b

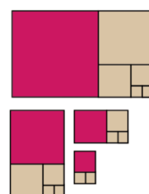
$a + b$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

$\frac{a}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$ bərabərliyində $\frac{a}{b} = \varphi$ qəbul etsək, $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$ tənliyi alınar. Hər iki tərəfini φ ədədinə vurmaqla bu tənliyin həlli $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$ tənliyinin həllinə gətirilir və onun müsbət kökü $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}618034...$ irrasional ədədidir.   işarələməsi b.e.ə. V əsrdə yaşamış heykəltaraş Fidinin şərəfinə qəbul edilmişdir.

Hər dəfə məxrəcdə φ-nin yerinə $1 + \frac{1}{\varphi}$ yazmaqla φ ədədini sonsuz zəncirvari kəsr şəklində ifadə etmək olar.

$$= 1 + \frac{1}{\varphi} \qquad = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}} \qquad = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{...}}}$$



Bu həndəsi olaraq tərəfləri qızıl nisbətdə olan düzbucaqlıdan hər dəfə kvadrat ayırmaqla alınan kiçik düzbucaqlının tərəflərinin də qızıl nisbətdə olduğunu göstərir.

Rasional tənliklər

Tənliyin sağ və sol tərəfi rasional ifadələr olarsa, belə tənliyə rasional tənlik deyilir. Bir çox məsələlərdə məxrəcə məchul daxil olan rasional tənlikləri həll etmək lazım gəlir. Bu halda tənlikdəki dəyişənlərin ala biləcəyi mümkün qiymətlərini (DMQ-ni) müəyyən etmək lazımdır.

Nümunə 1. $\frac{1}{x-3} = 2$ tənliyini həll edin.

Həlli: Verilmiş tənlikdə DMQ $x \neq 3$. Odur ki, $x \neq 3$ qəbul etməklə tənliyin hər iki tərəfini $(x-3)$ ifadəsinə vuraq.

$\frac{(x-3)}{x-3} = 2(x-3)$, buradan alırıq: $1 = 2(x-3)$, $2x = 7$, $x = 3{,}5$

Bunu verilmiş tənlikdə yerinə yazırıq: $\frac{1}{3{,}5-3} = \frac{1}{0{,}5} = 2$, $2 = 2$

Deməli, $x = 3{,}5$ verilmiş tənliyin köküdür. Verilmiş tənliyin başqa kökləri yoxdur.

Nümunə 2. $\frac{12}{x+5} = \frac{4}{x+2}$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada DMQ $x \neq -5$, $x \neq -2$. Tənasübün xassəsindən istifadə etməklə alarıq:

$$12(x+2) = 4(x+5)$$

$$12x + 24 = 4x + 20, \quad 8x = -4, \quad x = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}, \; x = -0{,}5$$

Nümunə 3. $\frac{x^2-3x}{x-2} = \frac{2}{2-x}$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada $x \neq 2$ olmaldır.

Tənliyi $\frac{x^2-3x}{x-2} = \frac{-2}{x-2}$ şəklində yazıb, hər iki tərəfi $(x-2)$ ortaq məxrəcinə vuraq: $x^2 - 3x = -2$

Buradan $x^2 - 3x + 2 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$

Yoxlamaqla görürük ki, $x = 2$ ədədi verilmiş tənliyi ödəyə bilməz, çünki kəsrin məxrəci "0"-a çevrilir. Deməli, verilmiş tənliyin kökü yalnız $x = 1$ olur.

Diqqət! Məxrəcə məchul daxil olan rasional tənliyi həll etdikdən sonra kökləri yoxlamaq lazımdır.

Nümunə 4. $\frac{x+5}{x-1} - \frac{x+1}{x-3} = \frac{-8}{(x-1)(x-3)}$ tənliyini həll edin.

Həlli: DMQ $x \neq 1$, $x \neq 3$ olmaqla verilmiş tənliyin hər iki tərəfini $(x-1)(x-3)$ ortaq məxrəcinə vuraq.

$$(x-1)(x-3) \cdot \frac{x+5}{x-1} - (x-1)(x-3) \cdot \frac{x+1}{x-3} = \frac{-8(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-3)}$$ *Bərabərliyin xassəsinə görə*

$$(x+5)(x-3) - (x+1)(x-1) = -8$$ *İxtisardan sonra*

$$2x - 6 = 0$$ *Mötərizələri açıb, oxşar hədləri islah etməklə*

$$x = 3$$

$x = 3$ qiymətini tənlikdə yazdıqda mənasız ifadələr alınır (kəsrin məxrəci "0"-a çevrilir). Deməli, verilmiş tənliyin kökü yoxdur.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Tənasübün xassəsindən istifadə etməklə tənlikləri həll edin.

a) $\frac{4}{a} = \frac{3}{a-2}$

b) $\frac{x}{x+1} = \frac{x-6}{x-1}$

c) $\frac{10}{2x-3} = x-1$

d) $\frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}$

e) $\frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}$

f) $\frac{3}{3n-1} = \frac{2}{2n-1}$

2 Tənliyi həll edin.

a) $\frac{x^2}{x^2-4} = \frac{5x-6}{x^2-4}$

b) $\frac{x^2-6x}{x-5} = \frac{5}{5-x}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{4}{x} = \frac{x}{12}$

d) $\frac{m-1}{m+1} - \frac{2m}{m-1} = -1$

e) $\frac{2n}{n-1} + \frac{n-5}{n^2-1} = 1$

f) $\frac{a}{3a+6} - \frac{a}{5a+10} = \frac{2}{5}$

3 Tənliyi həll edin.

a) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2t} + \frac{2}{t^2} = 0$

b) $\frac{1}{t-2} + \frac{1}{t+2} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} = \frac{1}{2}$

d) $\frac{5z-7}{2z-2} - \frac{3z+2}{z+1} = 0$

4 Tənliyi həll edin.

a) $x = \frac{4}{x} - \frac{x}{9} + 2$

b) $(1 + \frac{1}{x})^2 = \frac{9}{x^2}$

5 a) Ədədin tərsi kvadratından 8 dəfə böyükdür. Bu ədədi tapın.

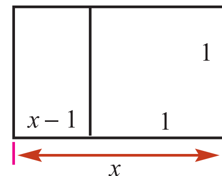
b) Bir ədədlə onun tərsinin cəmi $\frac{10}{3}$ -a bərabərdir. Bu ədədi tapın.

c) İxtisarolunmaz adi kəsrin məxrəci onun surətindən 3 vahid böyükdür. Bu kəsrin surətinə 7, məxrəcinə 5 əlavə etsək, kəsr $\frac{1}{2}$ qədər artar. Bu kəsri tapın.

6 Dəyişənin hansı qiymətlərində: a) $\frac{x^2+2x}{x+6}$ ifadəsinin qiyməti 1-ə bərabərdir;

b) $\frac{6}{x-3}$ və $\frac{x+1}{x+3}$ kəsrlərinin fərqi onların hasilinə bərabərdir?

7 "Qızıl düzbucaqlıdan" ən böyük kvadrat kəsib götürdükdə qalan kiçik düzbucaqlının tərəfləri nisbəti verilmiş düzbucaqlının tərəfləri nisbətinə bərabər olur. Eni bir vahid olan qızıl düzbucaqlının uzunluğunu tapın.



Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Nisbət, faiz məsələləri

1 Əhmədgil indiyə qədər rəqib komandalar ilə keçirdikləri 20 oyundan 8-də qalib gəlmişlər. Onlar bu komandalar ilə keçirilən oyunların neçəsində dalbadal qalib gəlməlidirlər ki, 75 %-lik uduş nəticəsinə nail olsunlar?

Həll üçün plan. 1. Qələbə qazanılan oyunların sayının bütün oyunların sayına nisbəti: $\frac{8}{20}$

2. Daha x sayda oyun keçirilərsə və bu oyunlarda dalbadal qələbə qazanılarsa, qalibiyyətlə bitən oyunların sayının bütün oyunların sayına nisbəti: $\frac{8+x}{20+x}$

3. Tənlik: $\frac{8+x}{20+x} = 0{,}75$

2 Aliyə keçirdiyi 20 tennis oyunundan 12-də qalib gəlmişdir. Aliyə növbəti neçə oyunu dalbadal uduzsa, onun qələbələri 50% təşkil edər?

3 Sinifdə 8 oğlan, 18 qız var. Sinfə bir neçə oğlan qəbul edildi. Təsadüfən seçilən şagirdin oğlan olması ehtimalı $\frac{1}{3}$ - dir. Sinfə neçə oğlan qəbul edilmişdir?

4 10 ton şirənin 60%-i xalis meyvə ekstraktıdır. Bu şirənin 75%-nin meyvə ekstraktı olması üçün nə qədər ekstrakt əlavə edilməlidir?

5 10%-li 40 q duz məhluluna nə qədər duz əlavə etmək lazımdır ki, 20%-li məhlul alınsın.

6 30%-li və 10%-li iki duz məhlulu var. 1 kq 10%-li məhlula neçə kiloqram 30%-li məhlul əlavə edilsə, 22%-li məhlul alınar?

Həndəsə məsələləri

7 1) Düzbucaqlının tərəflərindən biri digərindən 14 sm böyükdür və diaqonalı 34 sm-ə bərabərdir. Düzbucaqlının tərəflərini tapın.

2) Düzbucaqlı üçbucaqda katetlərdən biri hipotenuzdan 3 sm, o biri isə 6 sm kiçikdir. Hipotenuzu tapın.

3) Uzunluğu enindən 7 sm böyük olan düzbucaqlının sahəsi 60 sm^2-ə bərabərdir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.

8 Uzunluğu 8 m, eni 4 m olan düzbucaqlı şəklində bağ sahəsinin kənarına perimetri boyu, bərabər enlikdə güllük salınmışdır. Güllüyün və bağın sahəsi birlikdə 165 m^2-dır. Güllüyün enini tapın.

x

9 Ölçüləri 2 m × 4 m olan düzbucaqlı şəklində sahənin enini və uzunluğunu eyni ölçüdə artırdıqda onun sahəsi 3 dəfə artdı. Yeni sahənin ölçülərini tapın.

10 Oturacağının uzunluğu hündürlüyündən 20 sm çox olan üçbucağın sahəsi 78 sm^2-dır. Üçbucağın oturacağını tapın.

İş məsələləri

Məsələ. İki fəhlə birgə işləməklə işi 12 günə yerinə yetirir. Ayrılıqda bütün işi yerinə yetirmək üçün onlardan birinə digərindən 10 gün çox vaxt tələb olunur. Hər fəhlə ayrılıqda bu işi neçə günə yerinə yetirə bilər?

Həlli: Tutaq ki, 2-ci fəhlə işi x günə yerinə yetirər. Onda, 1-ci fəhlə işi $(x + 10)$ günə yerinə yetirər.

1-ci fəhlə 1 gündə işin $\frac{1}{x+10}$ hissəsini, 2-ci fəhlə 1 gündə işin $\frac{1}{x}$ hissəsini, ikisi birlikdə 1 gündə işin $\frac{1}{x+10} + \frac{1}{x}$ hissəsini yerinə yetirər.

Şərtə görə fəhlələr birlikdə bir gündə işin $\frac{1}{12}$ hissəsini yerinə yetirirlər.

Buradan $\frac{1}{x+10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$. Tənliyin hər iki tərəfini $12x(x + 10)$-a vuraq.

$12x + 12(x + 10) = (x + 10) \cdot x$

Sadələşdirdikdən sonra $x^2 - 14x - 120 = 0$ kvadrat tənliyini alırıq. Bu tənliyin iki kökü var: $x_1 = 20$ və $x_2 = -6$. Lakin $x > 0$ olmalıdır: $x = 20$, $x + 10 = 30$

Cavab: 2-ci fəhlə işi 20 günə, 1-ci fəhlə 30 günə yerinə yetirər.

---

11 Fərid müəyyən işi təklikdə 3 saata, Kamran ilə birlikdə isə 2 saata yerinə yetirir. Kamran bu işi təklikdə neçə saata yerinə yetirər?

12 İki briqada birlikdə işləyərək təmir işini 6 günə qurtardı. Bu işi təklikdə görmək üçün briqadalardan birinə o birindən 5 gün çox vaxt lazım olarsa, hər briqada bu işi neçə günə görər?

13 İki traktorçu birlikdə sahəni 4 saata şumlayır. Bu işi təklikdə yerinə yetirmək üçün traktorçulardan birinə o birindən 6 saat çox vaxt lazım gəlirsə, onların hər biri bu sahəni neçə saata şumlayar?

14 Bir boru hovuzu o birindən 2 dəfə tez doldurur. Borular birlikdə hovuzu 4 saata doldurursa, hər boru təklikdə hovuzu neçə saata doldurar?

15 Bir boru hovuzu ikincidən 3 saat tez doldurur. Əgər əvvəlcə ancaq birinci boru 1 saat, sonra ancaq ikinci boru 4 saat işləsə, hovuz dolar. Hər iki boru birlikdə işləsə, hovuzu neçə saata doldurar?

16 İki işçi birlikdə işləməklə iki saat ərzində yeni məlumatları hazırlayaraq e-mail ilə istifadəçilərə göndərdilər. Bu işçilər tək işləsələr, onlardan biri işi digərindən 3 saat tez qurtarar. Hər işçi tək işləsə, bu işi neçə saata yerinə yetirər?

17 İki kompüterdə şirkətin işçilərinin maaşları 3 saat ərzində hesablanır. Bu kompüterlər ayrılıqda işləsələr, yeni proqram təminatlı kompüterdə bu işi digərindən 3 saat tez qurtarmaq olar. Hər kompüterdə bu işi neçə saata görmək mümkündür? Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Hərəkətə aid məsələlər

Məsələ. 480 km uzunluqda yolun 80 km-i torpaq, qalanı asfaltdır. Avtomobil torpaq yolu asfalt yola nisbətən saatda 40 km az sürətlə qət etdi. Bütün yola sərf olunan zaman cəmi 7 saat olarsa, avtomobil yolun torpaq hissəsini neçə saata qət edər?

1-ci üsul:

Həlli:

Yol	Gedilən yol (km)	Sürət km/saat:	Zaman (saat)	Yol = sürət × zaman
Torpaq yol	80	v	t	$vt = 80$
Asfalt yol	400	$v + 40$	$7 - t$	$(v + 40)(7 - t) = 400$

Cədvəlin 2-ci sətrindən: $v = \dfrac{80}{t}$

Cədvəlin 3-cü sətrindən: $v + 40 = \dfrac{400}{7-t}$, $v = \dfrac{120 + 40t}{7-t}$

Buradan $\dfrac{80}{t} = \dfrac{120 + 40t}{7-t}$ rasional tənliyini alarıq.

Bu tənliyin hər iki tərəfini 40-a bölək: $\dfrac{2}{t} = \dfrac{3+t}{7-t}$

Tənasübün xassəsini tətbiq edək: $t^2 + 5t - 14 = 0$; $t_1 = 2$; $t_2 = -7$.

$t_2 = -7$ məsələnin şərtinə ziddir. **Cavab:** Torpaq yol 2 saata qət edilib.

2-ci üsul: Avtomobil asfalt yolu $\dfrac{400}{v+40}$ saata, torpaq yolu $\dfrac{80}{v}$ saata qət edər.

Avtomobilin bütün yola 7 saat sərf etdiyini nəzərə alaraq aşağıdakı tənliyi yaza bilərik: $\dfrac{400}{v+40} + \dfrac{80}{v} = 7$ Bu tənliyi həll etməklə $v = 40$ km/saat taparıq. Torpaq yol 80 : 40 = 2 saata qət edilər.

---

18 Avtomobil v km/saat sürətlə A şəhərindən B şəhərinə 10 saata gəlmişdir. Avtomobil yolun birinci yarısını $\dfrac{v}{2}$ sürətilə, ikinci yarısını isə $\dfrac{v}{3}$ sürətilə hərəkət edərsə, A şəhərindən B şəhərinə nə qədər vaxta gələr?

19 A şəhərindən B şəhərinə yola düşən avtomobil 2 saat getdikdən sonra sürətini saatda 10 km artıraraq qalan yolu 4 saata qət etdi. A və B şəhərləri arasındakı məsafənin 460 km olduğunu bilərək, avtomobilin ilk 2 saatdakı sürətini tapın.

20 Xizəkçilərdən biri 20 km məsafəni o birindən 20 dəqiqə tez başa vurdu. Xizəkçilərdən birinin sürətinin o birindən 2 km/saat çox olduğunu bilərək, hər xizəkçinin sürətini tapın.

21 Qatar 600 km məsafənin $\dfrac{1}{4}$-ni getdikdən sonra 1 saat 30 dəqiqə dayandı. Sonuncu stansiyaya vaxtında çatmaq üçün sürəti 15 km/saat artırdı. Qatar yolda neçə saat olmuşdur?

Məsələ. Motorlu qayıq çay axını ilə 27 km və axına qarşı 6 km gedərək, bütün yola 2 saat vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 3 km/saat olarsa, qayığın durğun sudakı sürətini tapın.
Həlli: Qayığın durğun suda sürəti x km/saat olsun. Onda qayığın axın istiqamətində sürəti $(x + 3)$ km/saat, axına qarşı sürəti isə $(x - 3)$ km/saat olar.

Qayıq çay axını ilə 27 km məsafəni $\frac{27}{x+3}$ saata, axına qarşı 6 km məsafəni

isə $\frac{6}{x-3}$ saat getmişdir. Deməli, bütün yola sərf edilən vaxt

$\left(\frac{27}{x+3} + \frac{6}{x-3}\right)$ saata bərabər olar.

Məsələnin şərtinə görə qayıq bütün yola 2 saat vaxt sərf etmişdir. Deməli,

$$\frac{27}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 2.$$

Bu tənliyi həll edib onun köklərinin $x_1 = 1{,}5$ və $x_2 = 15$ olduğunu tapırıq. Məsələnin şərtinə görə durğun sudakı sürət çayın axın sürətindən böyük olmalıdır. Bu şərti $x_1 = 1{,}5$ kökü ödəmir, $x_2 = 15$ isə ödəyir.
Cavab: 15 km/saat.

22 Elşən idmanın avarçəkmə növü ilə məşğul olur. O avarlı qayıqla 15 km çay axını ilə və 4 km göldə gedərək bütün yola 2 saat vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 2 km/saat olarsa, qayığın durğun sudakı sürətini tapın.

23 Turist motorlu qayıqla 25 km çay yuxarı getmiş və çay aşağı salla hərəkət etmişdir. Turist qayıqla sala nisbətən yolda 10 saat az olmuşdur. Qayığın durğun suda sürəti 12 km/saat olarsa, çayın axın sürətini tapın.

24 Eyni vaxtda körpüdən axın istiqamətində kater və sal yola düşdü. Kater 30 km getdikdən sonra geri döndü və 21 km gedərək salla rastlaşdı. Çayın axın sürəti 3 km/saat olarsa, katerin durğun sudakı sürətini tapın.

25 Qayıq çay axını ilə 48 km yolu müəyyən müddətə getdi. Bu yolu geri qayıtmağa isə bundan 1,6 saat çox vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 4 km/saat-dır.
1) Qayığın durğun sudakı sürətini tapın.
2) Qayıq bu yolu gedib-qayıtmağa neçə saat sərf etmişdir?

26 Turist avarlı qayıqla çayın axını istiqamətində 20 km üzüb, sonra geri qayıtdı. O, bütün yola 7 saat sərf etdi. Qayığın durğun sudakı sürətinin 7 km/saat olduğunu bilərək, çayın axın sürətini tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 Tənliyi həll edin.

a) $\frac{x-3}{x} = \frac{x-3}{x-6}$ b) $\frac{4}{a} = \frac{3}{a-2}$ c) $\frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{6}{1-x^2}$

d) $\frac{5}{4} + \frac{3y}{2} = \frac{7y}{6}$ e) $\frac{3}{x} = \frac{1}{x-2}$ f) $\frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{20}{x^2-4}$

2 Mobil operator şirkəti ayda 10 manat abunə haqqı olmaqla istənilən ölkəyə 1 dəqiqəlik danışığın qiymətinin 50 qəpik olduğunu elan etdi. Bir ay ərzində x dəqiqə danışıq aparmış müştəri üçün, bir dəqiqə danışıq haqqı orta hesabla neçəyə başa gəlir? Uyğun ifadəni yazın. Müştəriyə bir dəqiqəlik danışıq 60 qəpiyə başa gəlmişsə, bu müştəri neçə dəqiqə danışmışdır?

3 Tənliyi həll edin.

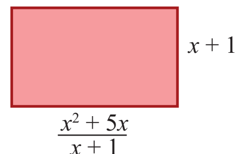
$\frac{x^2}{x^2+x} = \frac{x-6}{x-1}$ $\frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} = \frac{1}{y}$ $\frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y}$

$\frac{3x-3}{x^2-1} + \frac{2}{x} = 2$ $\frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1$ $\frac{4x}{2x+3} - \frac{2x}{2x-3} = 1$

$\frac{4}{x^2-9} + \frac{x+1}{x-3} = 1$ $\frac{2n}{n-1} + \frac{n-5}{n^2-1} = 1$ $\frac{x}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$

4 Rəhilə və Sona birlikdə işləsələr, evi 2 saata səliqəyə salarlar. Sona tək işləsə, bu işi Rəhilədən 3 saat tez görər. Rəhilə təklikdə bu işi neçə saata görər?

5 Düzbucaqlının verilən ölçülərinə görə tapşırıqları yerinə yetirin.



1) Düzbucaqlının uzunluğu və eninin fərqini göstərən rasional ifadəni yazın.
2) Düzbucaqlının sahəsini göstərən ifadəni yazın.
3) Düzbucaqlının perimetri 20 vahid olarsa, x dəyişəninin qiymətini tapın.

6 Qutuda eyni ölçülü 30 qara, n sayda ağ kürə var. Təsadüfən götürülən bir kürənin ağ olması ehtimalı $\frac{2}{5}$ olarsa, n-i tapın.

7 5%-li 40 qram duz məhluluna nə qədər su əlavə etmək lazımdır ki, 4%-li məhlul alınsın?

8 **Ömər Xəyyam məsələsi.** Tənliyi müxtəlif üsullarla həll edin.

$$\frac{1}{x^2} + 2\cdot\frac{1}{x} = 1\frac{1}{4}$$

9 Mustafa dağın yamacına çıxır və geri qayıdır. Yamaca qalxan yolun uzunluğu 2 km-dir. Yamaca v km/saat sürətlə qalxan Mustafa yamacdan saatda 2 km çox sürətlə endi.
1) Mustafanın bu səyahətə sərf etdiyi ümumi vaxta uyğun ifadəni yazın.
2) $v = 3$ km/saat olarsa, bu səyahətə nə qədər vaxt sərf edilər?
3) Bu səyahətə sərf edilən vaxt 50 dəqiqədirsə, Mustafa yamacı hansı sürətlə qalxmışdır?

10 Tənliyi həll edin.
Göstəriş. Kvadrat üçhədlini vuruqlara ayırma üsulundan istifadə edin.

1) $\frac{x^2 - x - 6}{x + 2} + \frac{x^3 + x^2}{x} = -3$ 2) $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3} + \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = x^2 - 3$

3) $\frac{3}{x^2 - 9} - \frac{1}{x^2 - 6x + 9} = \frac{3}{2x^2 + 6x}$ 4) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 2x - 3}$

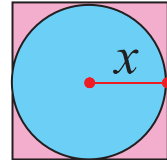
11 Bir boru benzin çənini n saata, digər boru isə bu çəni m saata doldurur. Bu iki boru birlikdə işləsə, çən neçə saata dolar?

12 Səhralarda bitən bitkilər gövdələrinə topladıqları suyu qənaətlə işlədirlər. Su bitkinin səthindən buxarlanır. Bitkinin səthinin sahəsinin bitkidə olan su həcminə nisbəti nə qədər böyük olarsa, onun səhrada yaşama ehtimalı bir o qədər az olar. Kaktusların "varil kaktus" adlanan növü təxminən kürə formasındadır. Kürə səthinin sahəsi $S = 4\pi r^2$, həcmi isə $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ düsturu ilə hesablanır.
1) Varil kaktusun səthinin sahəsinin onun yığdığı su həcminə olan nisbətini müəyyən edin.
2) Kaktusun səhrada yaşaması üçün hansı daha əlverişlidir: $r = 12$ sm, yoxsa $r = 8$ sm olduqda?





13 Şəkildəki dairənin sahəsinin kvadratın sahəsinə olan nisbətini yazın.



14 a) $x^2 + (n - 1)x - n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2-dir. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$ olduğunu bilərək n-i tapın və tənliyi həll edin.

b) $x^2 - (n - 2)x + n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2-dir. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{5}{2}$ olduğunu bilərək n-i tapın və tənliyi həll edin. Məsələnin neçə həlli var?

8

Fiqurların oxşarlığı

Siz bu bölmədədə öyrənəcəksiniz:

- oxşar üçbucaqların xassələrini;
- oxşar dördbucaqlıların xassələrini;
- üçbucaqların oxşarlıq əlamətlərindən istifadə etməklə məsələlər həll etməyi;

Nisbət, tənasüb, miqyas

Tənasübün xassələri

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, $ad = bc$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

1 Əgər $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, tamamlayın:

a) $\frac{a+2b}{b} = \frac{\square}{\square}$ b) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{\square}{\square}$ c) $\frac{a+b}{c+d} = \frac{\square}{\square}$

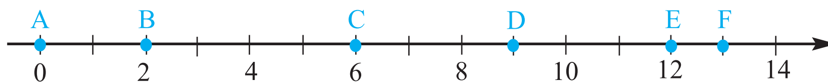
2 Nisbətləri sadələşdirin.

1) $\frac{3\ \text{m}}{12\ \text{km}}$ 2) $\frac{60\ \text{sm}}{1\ \text{m}}$ 3) $\frac{350\ \text{q}}{1\ \text{kq}}$ 4) $\frac{20\ \text{kq}}{4\ \text{q}}$

3 Hansı doğrudur?

1) $\frac{c}{8} = \frac{d}{12}$ olarsa, $\frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ olar; 2) $\frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ olarsa, $\frac{b+4}{4} = \frac{c+4}{5}$ olar.

4 Ədəd oxu üzərində qeyd edilmiş nöqtələr arasındakı məsafələrin nisbətini tapın.



1) $\frac{AB}{CD}$ 2) $\frac{BD}{CF}$ 3) $\frac{BF}{AD}$ 4) $\frac{CF}{AB}$ 5) $\frac{FD}{EC}$

5 Avtomobil istehsalı zavodunda sınaqdan keçirilmiş 400 avtomobildən dördündə nasazlıq aşkar edilmişdir. Sınaqdan keçiriləcək 2000 avtomobildən neçəsinin nasaz ola biləcəyi haqqında proqnoz verin.

6 Ötürmə nisbəti aparıcı çarxın dişlərinin sayının aparılan çarxın dişlərinin sayına olan nisbəti ilə ölçülür. Ötürmə nisbəti 5 : 2, aparıcı çarxın dişlərinin sayı 60 olarsa, aparılan çarxın dişlərinin sayını tapın.



7 Bucaqlarının dərəcə ölçülərinin nisbəti 2:3:4 kimi olan üçbucağın ən böyük bucağı ilə ən kiçik bucağının fərqi neçə dərəcədir?

8 Dəvəquşu 60 dəqiqədə 55 km qaçır. Dəvəquşu həmin sürətlə 22 km yolu neçə dəqiqəyə qaçar?

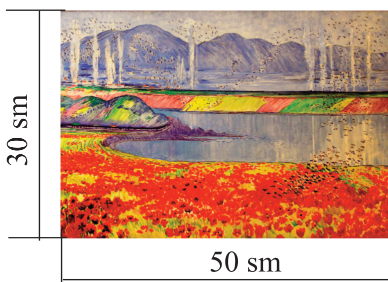
9 1) Alpinist qrupunda qızların sayı oğlanların sayının $\frac{3}{8}$ hissəsidir. Qrupda oğlanların sayı 20 nəfər çoxdursa, qızların sayını tapın.

2) Dilarənin pulunun $\frac{2}{3}$ hissəsi Cavidin pulunun $\frac{1}{2}$ hissəsi qədərdir. Dilarənin pulunun Cavidin puluna olan nisbətini tapın.

3) Lalənin kitablarının sayının Muradın kitablarının sayına olan nisbəti 1 : 2 kimi idi. Lalə daha 12 kitab aldıqdan sonra bu nisbət 2 : 1 kimi oldu.
a) Muradın neçə kitabı var? b) Murad indi daha 4 kitab alsa, bu nisbət necə dəyişər?

10 Samir satdığı hər kitabdan 40 qəpik pul qazanır, satdığı hər 50 kitabdan isə qazancına 4 manat əlavə edilir. Samir 775 kitab satarsa, neçə manat qazanar?

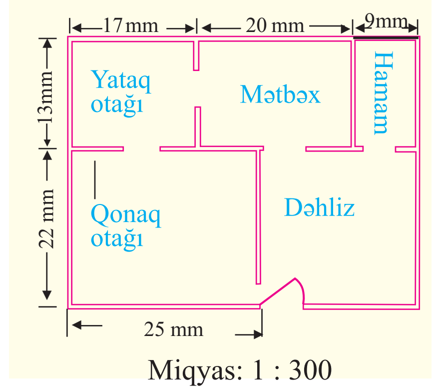
11 Mağazada Səttar Bəhlulzadənin "Torpağın arzusu" (Azərbaycan Milli İncəsənət Muzeyində saxlanılır) əsərinin şəkildə göstərilən ölçülərdə reproduksiyası satılır. Bu əsərin orijinalının eni 1,5 m-dirsə, uzunluğu neçə metrdir?



12 **"Sizə məktub var" fləşmobunda gənclər Azərbaycanın ərazi bütövlüyü uğrunda gedən döyüşlərdə göstərdiyi misilsiz igidliyə görə Milli Qəhrəman adına layiq görülmüş Mübariz İbrahimovun ata-anasına yazdığı son məktubu vətəndaşlara payladılar. Fləşmob iştirakçıları qəhrəman əsgərin vida məktubunu oxuyub, onun Şəhidlər xiyabanındakı qəbrini ziyarətə yollandılar.**

Fləşmob iştirakçılarının $\frac{2}{3}$ hissəsi 16-25 yaşlı gənclər idi. Daha 55 nəfər gənc də bu dəstəyə qoşulduqda gənclərin sayının bütün iştirakçıların sayına nisbəti 5 : 7 kimi oldu. Fləşmob iştirakçılarının neçə nəfəri gənclər oldu?

13 Şəkildə mənzilin planı verilmişdir. Plandakı hər 1 sm reallıqda 3 m-ə uyğundur. Bütün otaqların həqiqi ölçülərini tənasüb qurmaqla tapın. Nümunə üçün qonaq otağının ölçüləri tapılmışdır.



Miqyas: 1 : 300

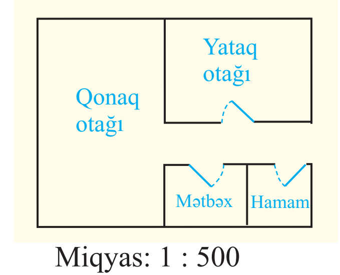
Qonaq otağının plana görə uzunluğu 2,5 sm, eni 2,2 sm-dir.
Otağın həqiqi ölçülərini(metrlə) uyğun olaraq x və y ilə işarə edək. Hər 1 sm-in reallıqda 3 m-ə uyğun olduğu əsasında tənasüb quraq və həll edək.

$$\frac{1}{3} = \frac{2,5}{x}; \quad x = 7,5 \text{ (m)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2,2}{y}; \quad y = 6,6 \text{ (m)}$$

Otağın həqiqi ölçüləri aşağıdakı kimi olar:
7,5 m × 6,6 m

14 Xətkeşlə ölçmələr aparmaqla hər bir otağın şəkildəki ölçülərini müəyyən edin və miqyasa görə həqiqi ölçülərini tapın. Şəkildə hər 1sm reallıqda 5 m-ə uyğun gəlir.

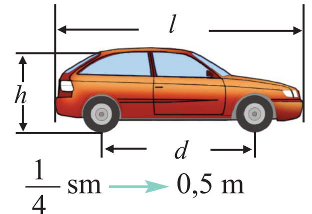


Miqyas: 1 : 500

15 Aşağıdakı sahələri miqyas qəbul etməklə çəkin. Miqyası düzgün tətbiq etdiyinizi təkrar ölçmələr və hesablamalarla yoxlayın.
1) Ölçüləri 1,6 m × 3,2 m olan bilyard stolunun
2) Ölçüləri 28 m × 15 m olan basketbol meydançasının
3) Ölçüləri 18,2 m × 1,7 m olan bouling cığırlarının
4) Ölçüləri 64 m × 100 m olan futbol meydançasının.

16 Qəzet dizayneri ölçüləri 6 sm × 9 sm olan fotoşəkli çap üçün eni 4 sm olmaqla kiçiltsə, uzunluğu neçə santimetr olmalıdır?

17 Xətkeşlə ölçmələr aparmaqla avtomobilin şəkildə qeyd olunmuş ölçülərini müəyyən edin və miqyasa görə həqiqi ölçülərini tapın.

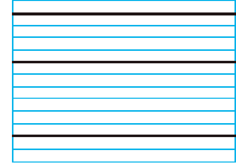


$\frac{1}{4}$ sm → 0,5 m

18 1) Xəritədə iki şəhər arasındakı məsafə 23,2 sm olarsa, bu şəhərlər arasındakı məsafə həqiqətdə neçə kilometrdir? Xəritə üzərində hər 2,5 sm məsafə 15 km-ə uyğundur.
2) Leyla bir heykəlin kiçildilmiş modelini çəkir. Şəkildə modelin hündürlüyü 18,4 sm-dir. Leyla şəkli 1: 85 miqyası ilə çəkmişsə, heykəlin həqiqi hündürlüyü neçə metrdir?

Mütənasib parçalar

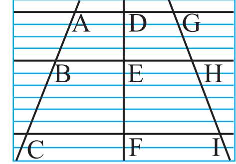
Praktik məşğələ. Mütənasib parçalar.



1. Dəftərinizdə bir-birinə paralel olan 3 düz xətt çəkin.
2. Bu paralel xətlərin hər birinin 3 kəsənini çəkin.
3. AB, BC, AC, DE, EF, DF, GH, HI və GI parçalarını ölçün.
4. Aşağıdakı nisbətlər qrupunu yazın və hesablayın.

1) $\frac{AB}{BC}, \frac{DE}{EF}, \frac{GH}{HI}$ 2) $\frac{AB}{AC}, \frac{DE}{DF}, \frac{GH}{GI}$

3) $\frac{BC}{AC}, \frac{EF}{DF}, \frac{HI}{GI}$



5. Nəticələrə görə paralel xətlərin kəsənləri mütənasib parçalara böldüyünü söyləmək olarmı?

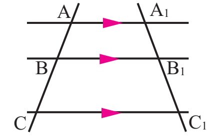
Mütənasib parçalar

Verilmiş iki parçanın nisbəti onların uzunluqları nisbətinə deyilir.

AB, CD, A_1B_1, C_1D_1 parçaları üçün $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$ olarsa, deyirlər ki, AB və CD parçaları A_1B_1 və C_1D_1 parçaları ilə mütənasibdir.

Teorem. Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bucağın tərəfləri üzərində mütənasib parçalar ayırır.

$AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ olarsa, $\frac{AB}{BC} = \frac{A_1B_1}{B_1C_1}$

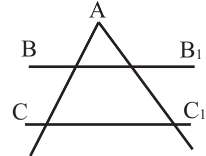


Bu teoremə Fales teoreminin ümumiləşməsi də deyilir.

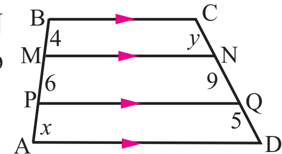
Teoremin tərsi də doğrudur.

Tərs teorem. Bucağın tərəfləri üzərində təpədən başlamaqla mütənasib parçalar ayıran kəsənlər paraleldir.

$\frac{AB}{BC} = \frac{AB_1}{B_1C_1}$ olarsa, $BB_1 \parallel CC_1$



Nümunə. ABCD trapesiyasında oturacaqlara paralel MN və PQ xətləri çəkilmişdir. Şəkildə verilənlərə görə məchulları tapın.



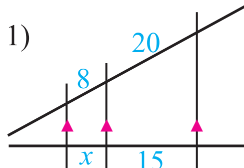
Həlli: Mütənasib parçalar haqqında teoremə görə alırıq:

$\frac{x}{6} = \frac{5}{9}$ və $\frac{y}{9} = \frac{4}{6}$. Buradan $x = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$, $y = \frac{36}{6} = 6$.

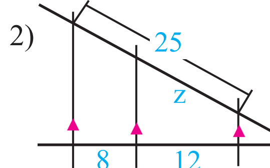
Öyrənmə tapşırıqları

1 Verilənlərə görə məchulu tapın.

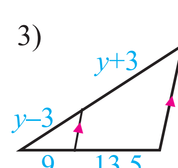
1)



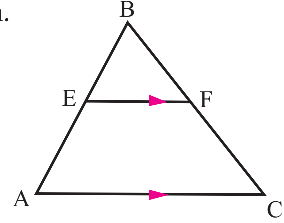
2)



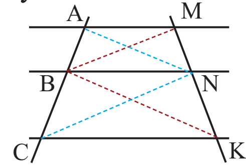
3)



2 ΔABC-də $EF \parallel AC$ olduğuna görə tələb olunanı tapın.
a) $AB = 64$ sm, $BF : FC = 5 : 3$ olarsa, $BE = ?$
b) $AE = 18$ sm, $BC : BF = 3 : 2$ olarsa, $AB = ?$
c) $BE = 12$ sm, $AE : FC = 4 : 5$ olarsa, $BF = ?$



3 Mütənasib parçalar haqqında teoremin isbatını tamamlayın.
Verilir: $AM \parallel BN \parallel CK$

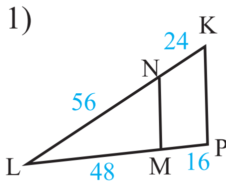


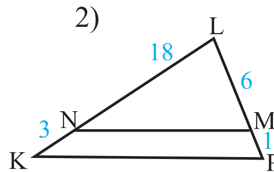
İsbat edin: $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NK}$

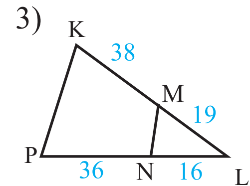
İsbatı: NA, NC, BM, BK xətləri çəkək.

Təklif	Əsası
1. $\frac{S_{ANB}}{S_{CNB}} = \frac{AB}{BC}$	1. ΔANB və ΔCNB-nin N təpəsindən çəkilən hündürlükləri eynidir.
2. $\frac{S_{MBN}}{S_{KBN}} = \frac{MN}{NK}$	2. ΔMBN və ΔKBN-nin B təpəsindən çəkilən hündürlükləri eynidir.
3. $S_{ANB} = S_{MBN}$	3. ΔANB və ΔMBN-nın BN tərəfləri ortaqdır və bu tərəfə çəkilən hündürlükləri konqruyentdir.
4. $S_{CNB} = S_{KBN}$	4. ΔCNB və ΔKBN-nin BN tərəfləri ortaqdır və bu tərəfə çəkilən hündürlükləri konqruyentdir.
5. $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NK}$	5. ....

4 Hansı şəkildə verilənlərə görə $MN \parallel PK$ olduğunu söyləmək olar?

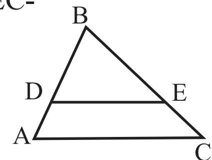
1)


2)


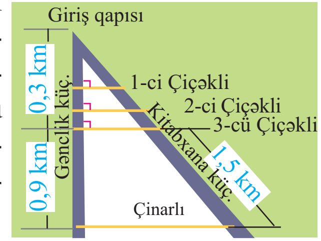
3)


5 ΔABC-də $AB = 15$, $BD = 10$ vahiddir. BE-nin uzunluğu EC-dən 2 dəfə böyükdür.

$\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$ olduğunu göstərməklə $DE \parallel AC$ olduğunu isbat edin.



6 Şəkildə universitetin ərazisinin bir hissəsinin planı verilmişdir. 1-ci, 2-ci və 3-cü Çiçəkli küçələri bir-birinə paralel olmaqla Çinarlı küçəsinə də paraleldirlər. Çinarlı küçəsindən Gənclik küçəsi boyu giriş qapısına qədər yol 1,2 km-dir. Çinarlı küçəsindən Kitabxana küçəsi boyu girişə qədər yol neçə kiolometrdir?



7 Tərəflərinin uzunluğu qızıl nisbətdə olan düzbucaqlı şəkildə göstərildiyi kimi kvadrata və kiçik düzbucaqlıya ayrılmışdır.
1) Kiçik düzbucaqlının verilməyən tərəfini tapın.
2) Kiçik düzbucaqlının da tərəflərinin uzunluqlarının qızıl nisbətdə olduğunu isbat edin.

2 [ ] = [ ] 2 + [ ] 2

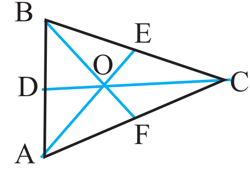
$1+\sqrt{5}$ 2 x

Teorem. Üçbucağın medianlarının xassəsi

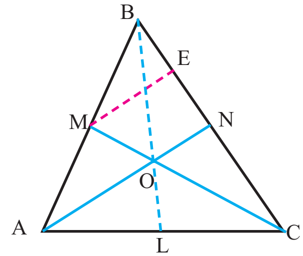
Üçbucağın medianları bir nöqtədə kəsişir və kəsişmə nöqtəsi hər bir medianı təpədən başlayaraq 2:1 nisbətində bölür.

CO : OD = 2 : 1   AO : OE = 2 : 1   BO : OF = 2 : 1

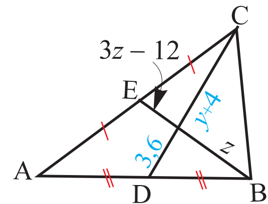
Medianların kəsişmə nöqtəsi üçbucağın ağırlıq mərkəzi adlanır.



İsbatı. ΔABC-nin AN və CM medianlarının kəsişmə nöqtəsini O ilə işarə edək. ME || AN xətti çəkək. AM = MB olduğundan mütənasib parçalar haqqında teoremə görə BE = EN olur. Onda CN : NE = 2 : 1 olduğundan yenə mütənasib parçalar haqqında teoremə görə CO : OM = 2 : 1 olar. Oxşar qayda ilə AO : ON = 2 : 1 olur. BL medianı da AN medianını 2 : 1 nisbətində bölməlidir. Deməli, BL medianı da O nöqtəsindən keçir. Yəni üçbucağın medianları bir nöqtədə kəsişirlər.

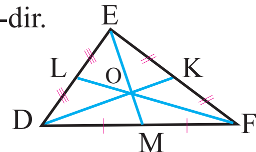


8 BE və CD üçbucağın medianlarıdır. Şəkildə verilənlərə görə dəyişənləri tapın.



9 O nöqtəsi DEF üçbucağının medianlarının kəsişmə nöqtəsidir. DE = 10 sm, FL = 15 sm, EM = 9 sm və DK = 12 sm-dir. Üçbucaqların perimetrlərini tapın.

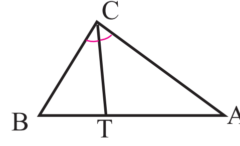
1) ΔEOD   2) ΔDLO   3) ΔLOE



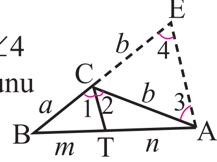
Üçbucağın tənböləninin xassəsi

Teorem. Üçbucağın tənböləni çəkildiyi tərəfi digər iki tərəflə mütənasib hissələrə bölür.

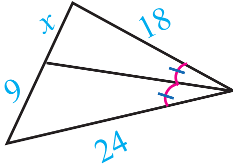
$$\frac{AT}{BT} = \frac{AC}{BC}$$



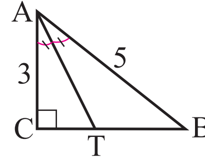
10 Tənbölənin xassəsi teoremini isbat edin.
İsbat üçün plan: AE ∥ CT xətti çəkin. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$ olduğunu əsaslandırmaqla ΔACE-nin bərabəryanlı olduğunu göstərin və mütənasib parçalar haqqında teoremi tətbiq edin.



11 Şəkildə verilənlərə görə *x*-i tapın.



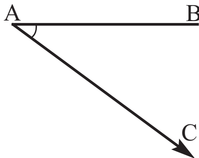
12 Şəkildə verilənlərə görə AT tənböləninin uzunluğunu tapın.



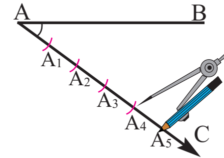
13 Üçbucağın tənböləni qarşı tərəfi 4 sm və 6 sm uzunluğunda hissələrə bölür. Üçbucağın perimetri 50 sm olarsa, üçbucağın digər iki tərəfinin uzunluqlarını tapın.

14 a) Verilmiş AB parçasının 3:2 nisbətində bölünməsi addımlarını araşdırın və dəftərinizə köçürün.

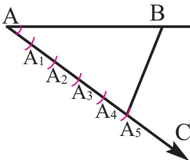
1. Verilən uzunluqda AB parçasını və onunla iti bucaq əmələ gətirən AC şüasını çəkin.



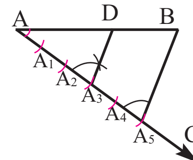
2. AC şüası üzərində pərgarın köməyilə qövslərlə qeyd olunmaqla 5 konqruyent (3 + 2) parça ayırın: $AA_1 \cong A_1A_2 \cong A_2A_3 \cong A_3A_4 \cong A_4A_5$



3. A_5 nöqtəsi ilə B nöqtəsini birləşdirin.



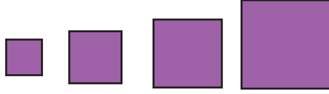
4. $\angle AA_5B$-yə konqruyent olan $\angle AA_3C$-ni qurmaqla A_5B-yə paralel olan A_3D xəttini çəkin.

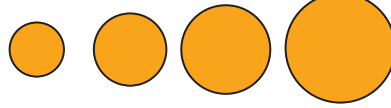


b) Hər hansı AB parçası çəkin və bu parçanı 1:2:3 nisbətində bölün.

Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar

Formaca eyni, uyğun xətti ölçüləri mütənasib olan fiqurlar oxşar fiqurlardır. Məsələn, bütün kvadratlar oxşardır, eləcə də müxtəlif radiuslu dairələr oxşardır.

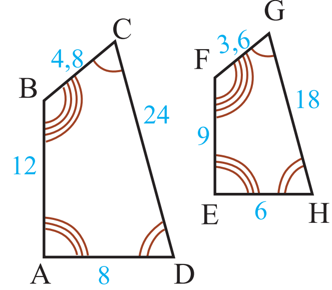




Uyğun bucaqları konqruyent, uyğun tərəfləri mütənasib olan çoxbucaqlılar oxşar çoxbucaqlılardır. Məsələn, şəkildəki ABCD və EFGH dördbucaqlıları oxşar dördbucaqlılardır. Çünki,

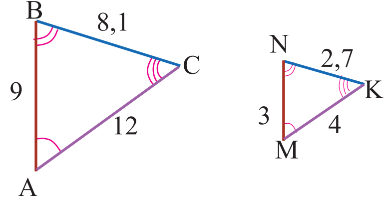
$\angle A \cong \angle E$, $\angle B \cong \angle F$, $\angle C \cong \angle G$, $\angle D \cong \angle H$,

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{4}{3}$$



Oxşar üçbucaqların uyğun bucaqları konqruyent, uyğun tərəfləri mütənasibdir. Burada uyğun tərəflər dedikdə konqruyent bucaqların qarşısında duran tərəflər nəzərdə tutulur. Şəkildə verilmiş ΔABC və ΔMNK-da:

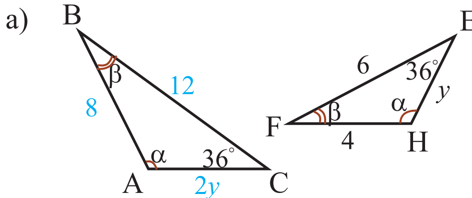
Konqruyent bucaqlar	Uyğun tərəflər
$\angle A \cong \angle M$	BC və NK
$\angle B \cong \angle N$	AC və MK
$\angle C \cong \angle K$	AB və MN

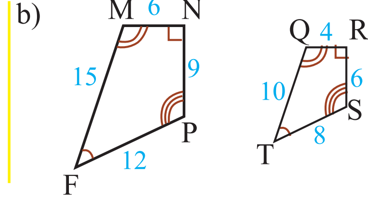


$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} = 3$ olduğundan, ΔABC və ΔMNK üçbucaqları oxşardır.

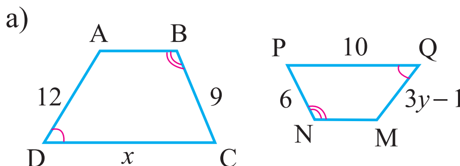
Fiqurların oxşarlığı "~" işarəsi ilə yazılır: $\Delta ABC \sim \Delta MNK$.
Uyğun tərəflərin nisbətinə oxşarlıq əmsalı deyilir və *k* hərfi ilə işarə edilir. Şəkildə verilmiş üçbucaqların oxşarlıq əmsalı 3-ə bərabərdir.

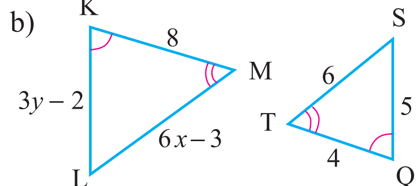
1 Şəkildəki: a) üçbucaqların; b) dördbucaqlıların oxşar olduğunu uyğun şərtləri yazmaqla əsaslandırın.

a) 

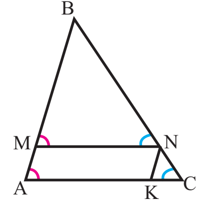
b) 

2 Şəkildəki: a) trapesiyaların; b) üçbucaqların oxşarlığına görə dəyişənləri tapın.

a) 

b) 

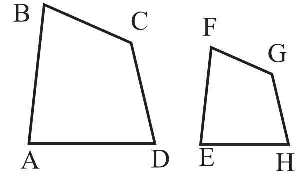
3 Teoremi və onun isbatını araşdırın və dəftərinizdə tamamlayın.



Teorem. Üçbucağın tərəflərindən birinə paralel olub, digər ikisini kəsən düz xətt bu üçbucaqdan oxşar üçbucaq ayırır.
Verilir: ΔABC, MN || AC
İsbat edin. ΔMBN ~ ΔABC
İsbatı: ∠A ≅ ∠M, ∠C ≅ ∠N (niyə?), ∠B isə ortaq olduğundan ΔABC-nin və ΔMBN-nin bucaqları konqruyentdir. Mütənasib parçalar haqqında teoremə görə $\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$, buradan $\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC}$.
NK || AB xətti çəkək. AK ≅ MN (niyə?). Mütənasib parçalar haqqında teoremə görə $\frac{AK}{KC} = \frac{BN}{NC}$, buradan $\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC}$. Onda $\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$.
Bucaqları konqruyent, uyğun tərəfləri mütənasib olduğundan alırıq ki, ΔMBN ~ ΔABC.

Oxşar çoxbucaqlıların perimetrləri haqqında

Teorem. İki oxşar çoxbucaqlının perimetrlərinin nisbəti uyğun tərəflərin uzunluqları nisbətinə (və ya oxşarlıq əmsalına) bərabərdir.

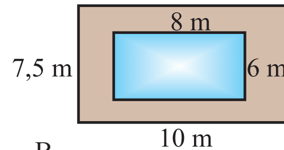


Əgər ABCD ~ EFGH olarsa,

$$\frac{AB+BC+CD+DA}{EF+FG+GH+HE} = \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = k$$

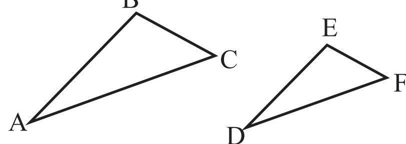
Oxşarlıq əmsalını k qəbul etməklə oxşar çoxbucaqlıların perimetrlərinin nisbəti haqqındakı teoremin isbatını yazın. Bunun üçün uyğun tərəflərin nisbətindən, $AB = k \cdot EF$ kimi bərabərliklərdən istifadə edin.

4 Şəkildə hovuz və onun ətrafında daş döşənmiş düzbucaqlı formalı sahənin planı verilmişdir. Planda göstərilmiş düzbucaqlıların oxşarlığı şərtinə görə tapın:
1) Oxşarlıq əmsalını;
2) Perimetrlərin nisbətini.



5 Verilir: ΔABC ~ ΔDEF, $\frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$

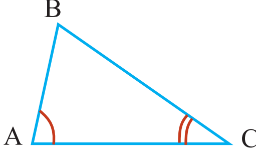
İsbat edin: $\frac{P(\Delta ABC)}{P(\Delta DEF)} = \frac{m}{n}$

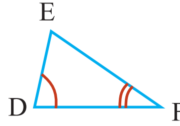


6 1) İki oxşar düzbucaqlı üçün oxşarlıq əmsalı $\frac{3}{2}$-dür. Böyük düzbucaqlının perimetri 90 sm-dir. Kiçik düzbucaqlının perimetrini tapın.
2) İki oxşar üçbucağın oxşarlıq əmsalı $\frac{4}{5}$-dür. Kiçik üçbucağın perimetri 0,64 m-dir. Böyük üçbucağın perimetrini tapın.

Bucaq-Bucaq (BB) əlaməti

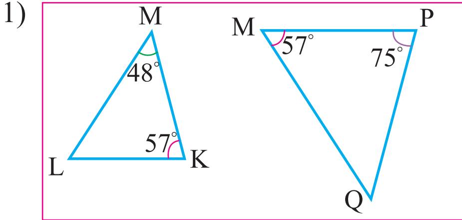
Bir üçbucağın iki bucağı, uyğun olaraq digər üçbucağın iki bucağına konqruyent olarsa, bu üçbucaqlar oxşardır.
Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq BB kimi yazılır.

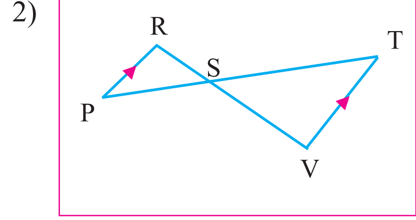


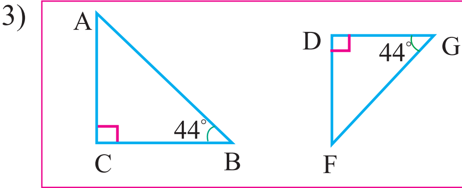


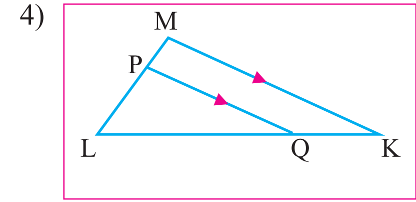
$\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$
olarsa,
$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

1 Hansı üçbucaqlar oxşardır? Fikrinizi əsaslandırın.

1) 

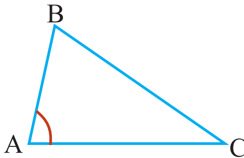
2) 

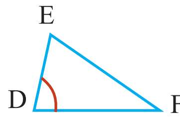
3) 

4) 

TBT əlaməti

Bir üçbucağın iki tərəfi uyğun olaraq digər üçbucağın iki tərəfi ilə mütənasib olub, bu tərəflər arasındakı bucaqlar konqruyentdirsə, üçbucaqlar oxşardır.
Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq TBT kimi yazılır.



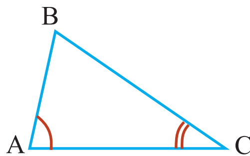


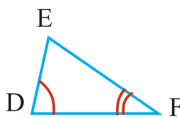
$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ və $\angle A \cong \angle D$,

olarsa, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

TTT əlaməti

Bir üçbucağın üç tərəfi uyğun olaraq digər üçbucağın üç tərəfi ilə mütənasibdirsə, bu üçbucaqlar oxşardır.
Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq TTT kimi yazılır.

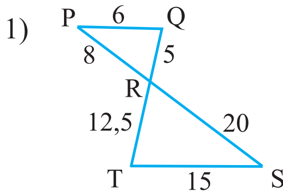


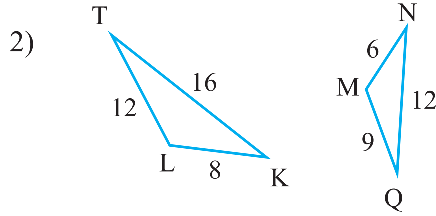


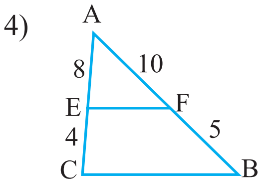
$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ olarsa,

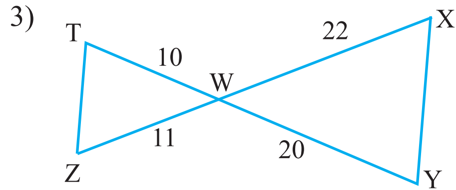
$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

2 Üçbucaqların oxşar olduqlarını hansı əlamətə əsasən müəyyən etmək olar? Uyğun bucaqların konqruyentliyini və uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərliyini yazın.

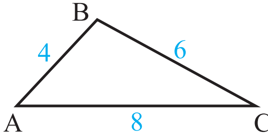
1) 

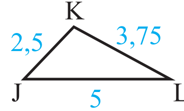
2) 

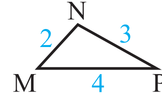
4) 

3) 

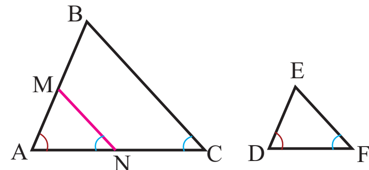
3 ΔABC ilə oxşar olan üçbucaq hansıdır? Fikirlərinizi əsaslandırın.







4 BB əlamətinin aşağıda verilmiş isbatını araşdırın. Dəftərinizdə müstəqil olaraq yerinə yetirin.

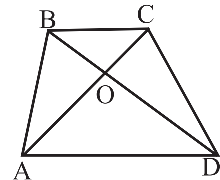


Verilir: ΔABC, ΔDEF, ∠A ≅ ∠D, ∠C ≅ ∠F

İsbat edin. ΔABC ~ ΔDEF

ΔABC-nin AC tərəfi üzərində AN ≅ DF parçası ayıraq və MN || BC xətti çəkək. Üçbucağın iki tərəfini kəsib üçüncüyə paralel olan xətt ondan oxşar üçbucaq ayırır. Deməli, ΔAMN ~ ΔABC.
∠N ≅ ∠C (uyğun bucaqlar) və ∠C ≅ ∠F (şərtə görə) olduğundan BTB əlamətinə görə ΔAMN ≅ ΔDEF olar. ΔABC ~ ΔAMN və ΔAMN ≅ ΔDEF olduğundan aydındır ki, ΔABC ~ ΔDEF.

5 Şəklə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

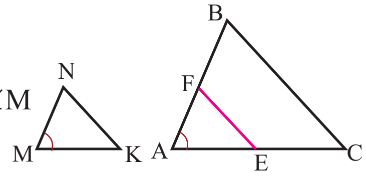


1) ABCD trapesiyasının diaqonalları onu hansı oxşar üçbucaqlara ayırır?

2) Oxşar üçbucaqlarda uyğun bucaqların və uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərliyi şərtlərini yazın.

BO = 8 sm, OD = 12 sm, AD = 15 sm olduğuna görə BC-ni tapın.

6 Üçbucaqların oxşarlığının TBT əlamətinin isbatını dəftərinizdə tamamlayın.



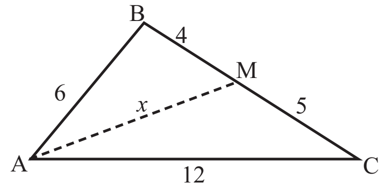
Verilir: ΔABC, ΔMNK, $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK}$, $\angle A \cong \angle M$

İsbat edin: $\Delta ABC \sim \Delta MNK$

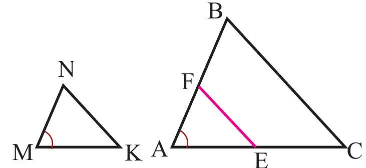
İsbatı: ΔABC-nin AC tərəfi üzərində $AE \cong MK$ olmaqla AE parçası ayıraq və E nöqtəsindən BC-yə paralel düz xətt çəkək.

Təklif	Əsası
1. $AE \cong MK$, $EF \parallel BC$	1. Qurmaya görə.
2. $\Delta ABC \sim \Delta AFE$	2. Oxşar üçbucağın ayrılması teoreminə görə.
3. $\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE}$	3...
4. $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK}$	4. Verilir.
5. $AF \cong MN$	5. $AE \cong MK$ və 3-cü və 4-cü bənddəki tənasüblərin müqayisəsinə görə.
6. $\Delta AFE \cong \Delta MNK$	6. Üçbucaqların konqruyentliyinin .... əlaməti.
7. $\Delta ABC \cong \Delta MNK$	7. $\Delta ABC \sim \Delta AFE$ və $\Delta AFE \cong \Delta MNK$ olduğundan.

7 a) Şəkildə verilənlərə görə hansı üçbucaqların oxşar olduğunu demək olar?
b) Uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərlik şərtini yazın.
c) AM parçasının uzunluğunu tapın.



8 TTT əlamətinin aşağıda verilmiş isbatını araşdırın. Dəftərinizdə müstəqil olaraq yerinə yetirin.



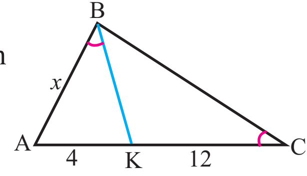
Verilir: ΔABC, ΔMNK, $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK} = \frac{BC}{NK}$

İsbat edin: $\Delta ABC \sim \Delta MNK$

İsbatı: ΔABC-nin AC tərəfi üzərində $AE \cong MK$ olmaqla AE parçası ayıraq və E nöqtəsindən BC-yə paralel düz xətt çəksək, oxşar üçbucaq ayrılar: $\Delta AFE \sim \Delta ABC$. Onda $\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{FE}$. Şərtə görə $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK} = \frac{BC}{NK}$ olduğundan bərabərliklərin müqayisəsinə görə alırıq ki, $AF \cong MN$, $FE \cong FK$. Onda, TTT əlamətinə görə $\Delta AFE \cong \Delta MNK$ olar. $\Delta AFE \sim \Delta ABC$ olduğundan aydındır ki, $\Delta MNK \sim \Delta ABC$ və ya $\Delta ABC \sim \Delta MNK$ olar.

9 Nümunəni araşdırın. Verilənlərə görə üçbucaqların oxşar olduğunu isbat edin və tələb olunan ölçüləri tapın.

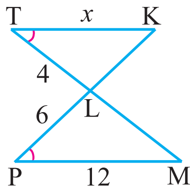
Nümunə. Şəkildə verilənlərə görə məchulu tapın.
Həlli: $\angle ABK \cong \angle ACB$ (şərtə görə), $\angle A$ ortaq olduğundan BB əlamətinə görə alırıq ki, $\Delta ABK \sim \Delta ACB$.



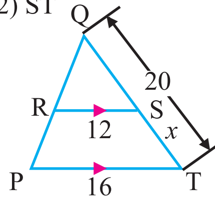
Konqruyent bucaqlar: $\angle ABK \cong \angle ACB$, $\angle AKB \cong \angle ABC$
Uyğun tərəflər: AK və AB AB və AC
Uyğun tərəflərin nisbətini yazaq:

$\frac{AK}{AB} = \frac{AB}{AC}$. Şəkildə verilənlərə görə alırıq: $\frac{4}{x} = \frac{x}{16}$, $x^2 = 64$, $x = 8$

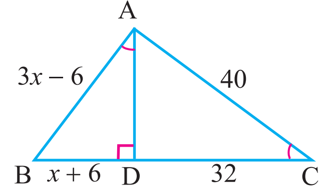
1) TK



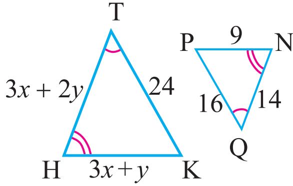
2) ST



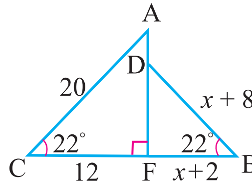
3) AB, BD



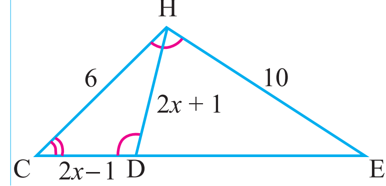
4) HT, HK



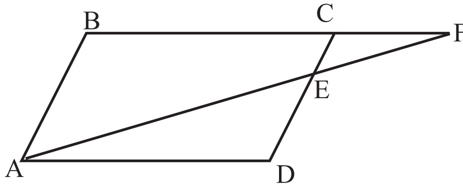
5) DB, CB



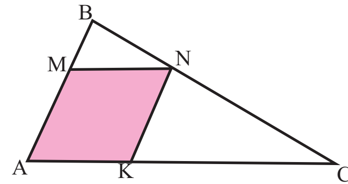
6) CD, DH



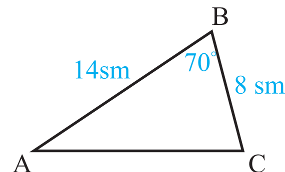
10 Verilir: ABCD paraleloqramı.
AB = 6 sm, AD = 9 sm, CF = 3 sm
Tapın: CE və ED-nin uzunluğunu.



11 AB = 4 sm, AC = 12 sm olarsa, AMNK rombunun perimetrini tapın.

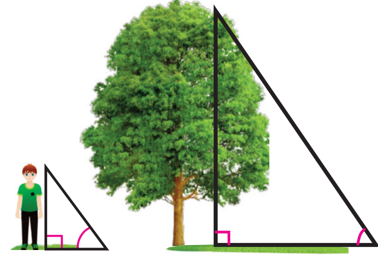


12 Şəkildəki üçbucağa oxşar olan üçbucaq qurun. Uyğun bucaqların bərabərliyini və uyğun tərəflərin mütənasibliyini yazmaqla üçbucaqların oxşarlığını əsaslandırın.

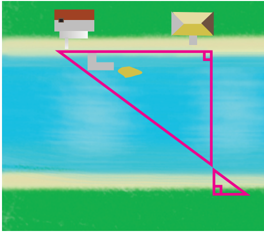


13 Təkliflərin doğruluğunu əsaslandırın.
1) Bərabərtərəfli üçbucaqlar oxşardır.
2) Təpə bucaqları bərabər olan bərabəryanlı üçbucaqlar oxşardır.
3) İti bucaqlardan biri bərabər olan düzbucaqlı üçbucaqlar oxşardır.
4) Katetləri mütənasib olan düzbucaqlı üçbucaqlar oxşardır.

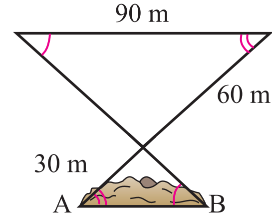
14 Şəkildəki üçbucaqların oxşar olduqlarını isbat edin və ağacın hündürlüyünü tapmaq üçün hansı ölçmə işləri aparmaq lazım gəldiyini izah edin.
Göstəriş: Paralel düşən günəş şüaları yerlə konqruyent bucaqlar əmələ gətirir.



15 Şəkildəki üçbucaqların hansı əlamətə görə oxşar olduqlarını izah edin.

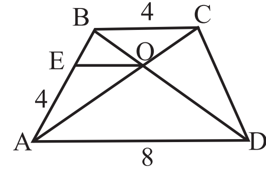


16 Dağın şəkildə göstərilən hissəsində yeraltı tunel qazılmalıdır. Tunelin uzunluğunu (AB) tapın.

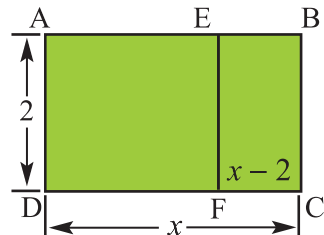


17 Günəşli havada kölgəsinin uzunluğu 12 m olan bayraqdan bir qədər aralıda dayanmış şəxsin boyunun hündürlüyü 1,65 m, kölgəsinin uzunluğu isə 2,2 m-dir. Bayrağın hündürlüyünü tapın. Məsələyə uyğun şəkildə günəş, bayraq və adam şəkilləri çəkin.

18 Verilir: ABCD trapesiya
$AD = 8$, $BC = 4$, $AE = 4$
$OE \| AD$
Tapın: BE, OE

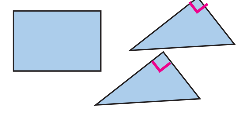


19 Şəkildəki ABCD düzbucaqlısı qızıl nisbətli düzbucaqlıdır. Qızıl nisbətli düzbucaqlını bir kvadrata və özü ilə oxşar olan kiçik düzbucaqlıya ayırmaq olur. Bu düzbucaqlıların uzunluğunun eninə olan nisbəti qızıl nisbətdir. Şəkildə verilənlərə görə x dəyişəninin qiymətini tapın.

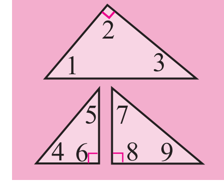


Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı

Araşdırma.



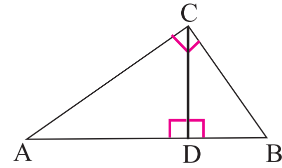
1. Düzbucaqlı şəklində kağızdan diaqonalı boyu iki konqruyent düzbucaqlı üçbucaq kəsin.
2. Üçbucaqlardan birini qatlamaqla düz bucaq təpəsindən çəkilmiş hündürlüyün izini yaradın.
3. Ücbucağı bu hündürlük boyu iki üçbucağa kəsin.
4. Hər bir üçbucağın bucaqlarını ölçün.
5. ∠1-lə hansı bucaqlar konqruyentdir?
6. ∠2 ilə hansı bucaqlar konqruyentdir?
7. Bu üçbucaqların oxşarlıqları haqqında fikirlərinizi yazın.



Hipotenuza çəkilmiş hündürlük

Teorem. Düzbucaqlı üçbucaqda düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük üçbucağı özünə oxşar iki üçbucağa ayırır.

$$\Delta ABC \sim \Delta ACD \sim \Delta CBD$$



Bu teorem üçbucaqların BB oxşarlıq əlamətinə görə isbat edilir. Hər üç üçbucaqda konqruyent olan uyğun iki bucağı müəyyənləşdirin.

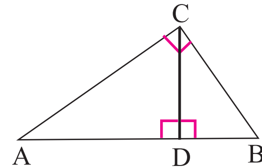
Həndəsi orta

Həndəsi orta. Müsbət a və b ədədlərinin həndəsi ortası $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ bərabərliyini ödəyən müsbət x ədədinə deyilir. Deməli, $x = \sqrt{ab}$.

Düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu iki parçaya bölür (şəkildə AD və DB). Burada AD parçası AC katetinin, DB isə BC katetinin hipotenuz üzərində proyeksiyalarıdır.

Nəticə 1. Düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu ayırdığı parçalar arasında həndəsi ortadır.

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB} \qquad CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$



Nəticə 2. Düzbucaqlı üçbucaqda hər bir katet hipotenuz və həmin katetin hipotenuz üzərindəki proyeksiyası arasında həndəsi ortadır.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD},\ AC = \sqrt{AB \cdot AD}\ ; \qquad \frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BD},\ BC = \sqrt{AB \cdot BD}$$

1 Aşağıdakı ədədlər cütü üçün həndəsi ortanı tapın.

1) 9 və 16 2) 4 və 9 3) 12 və 48 4) 6 və 12 5) 15 və 20

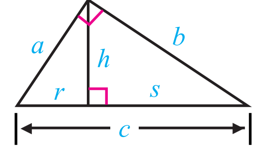
2 1) Nəticə 1-i $\Delta ADC \sim \Delta CDB$ olduğuna görə uyğun tərəflərin mütənasibliyini yazmaqla isbat edin.

2) Nəticə 2-ni $\Delta ABC \sim \Delta ACD$ və $\Delta ABC \sim \Delta CBD$ olduğuna görə uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərliyini yazmaqla isbat edin.

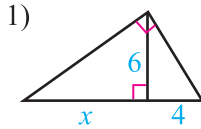
3 Şəklə görə tənasübləri tamamlayın.

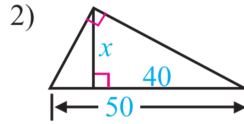
1. $\frac{r}{h} = \frac{h}{\blacksquare}$ 2. $\frac{c}{a} = \frac{a}{\blacksquare}$ 3. $\frac{\blacksquare}{b} = \frac{b}{s}$

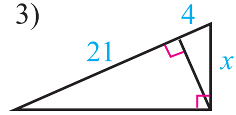
4. $\frac{r}{\blacksquare} = \frac{\blacksquare}{c}$ 5. $\frac{r}{h} = \frac{\blacksquare}{s}$ 6. $\frac{s}{b} = \frac{\blacksquare}{c}$

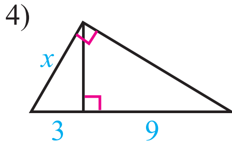


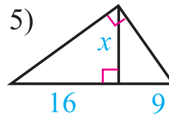
4 Verilənlərə görə x-i tapın.

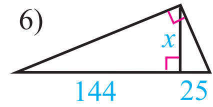
1)


2)


3)


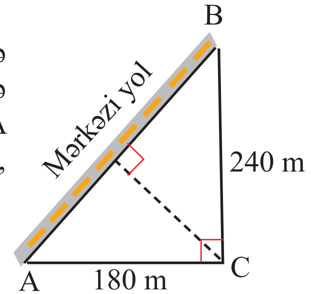
4)


5)


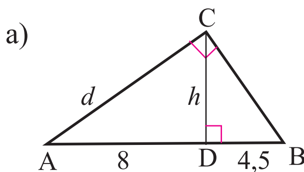
6)


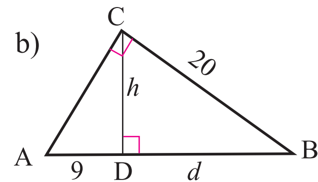
5 Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu 2 sm və 8 sm uzunluğunda parçalara bölür. Hipotenuza çəkilmiş hündürlüyü tapın.

6 A, B, C şirkətləri üçün mərkəzi yol üzərində yeməkxana tikilməsi və yeməkxanadan C şirkətinə yeni yol çəkilməsi planlaşdırılır. Yeməkxananı A şirkətindən hansı məsafədə yerləşdirmək lazımdır ki, C şirkətinə qədər yol ən qısa olsun?

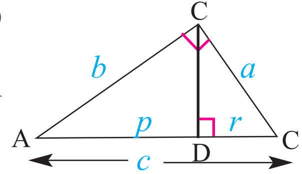


7 Şəkildə verilənlərə görə d və h-ı tapın.

a)


b)


8 Hipotenuza çəkilmiş hündürlük haqqında (səh. 153) teoremin nəticəsindən istifadə etməklə Pifaqor teoremini isbat edin. Hər bir təklif üçün əsası yazmaqla isbatı dəftərinizdə tamamlayın.

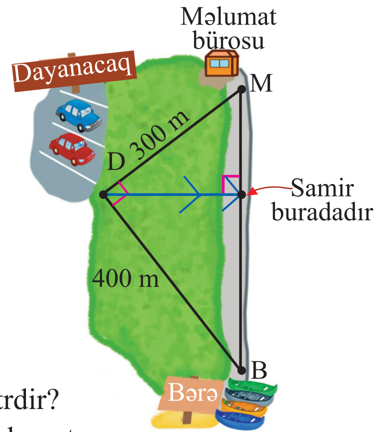


Verilir: ABC düzbucaqlı üçbucağı və onun CD hündürlüyü

İsbat edin: $c^2 = a^2 + b^2$

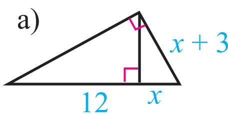
Təklif	Əsası
1. CD ΔABC-nin hündurlüyüdür	1. Verilir
2. $\frac{c}{a} = \frac{a}{r}$, $\frac{c}{b} = \frac{b}{p}$	2. ?
3. $cr = a^2$, $cp = b^2$	3. ?
4. $cr + cp = a^2 + b^2$	4. ?
5. $c(r + p) = a^2 + b^2$	5. ?
6. $(r + p) = c$	6. ?
7. $c^2 = a^2 + b^2$	7. ?

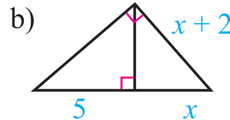
9 **Mingəçevir şəhərində açılmış Kür" Olimpiya Tədris-İdman Mərkəzi avarçəkmənin müxtəlif növləri üzrə beynəlxalq yarışlar keçirir.**
Samir burada keçirilən avarçəkmə üzrə yarışlarda iştirak etməyə hazırlaşır.

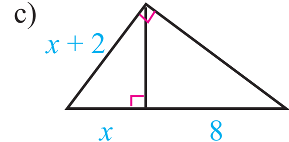


O, avtomobil dayanacağından şəkildə göstərildiyi kimi irəliləyərək, qarşısına çıxan yol nişanı lövhəsinə görə bərəyə gedən yolun istiqamətini müəyyənləşdirdi. Samirin olduğu yerdən məlumat bürosuna qədər yol neçə metrdir? Nəzərə alın ki, avtomobil dayanacağından məlumat bürosuna 300 m-lik yol və kanoe bərəsinə olan 400m-lik yol düz bucaq təşkil edir.

10 Verilənlərə görə x-i tapın.

a) 

b) 

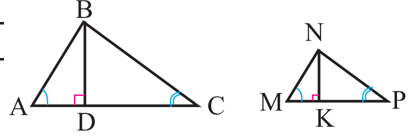
c) 

Üçbucaqların oxşarlığının tətbiqi

Oxşar üçbucaqlarda hündürlüklər, medianlar və tənbölənlər

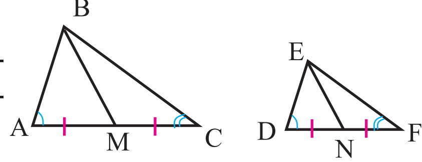
Teorem 1. Oxşar üçbucaqların uyğun hündürlükləri nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

$$\frac{BD}{NK} = \frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP}$$



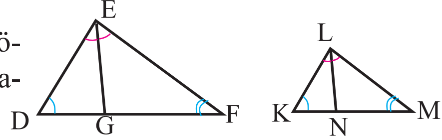
Teorem 2. Oxşar üçbucaqların uyğun medianları nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

$$\frac{BM}{EN} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$



Teorem 3. Oxşar üçbucaqların uyğun tənbölənləri nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

$$\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$$

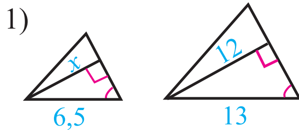


1 Teorem 3-ün isbatını tamamlayın. Teorem 1 və Teorem 2-nin isbatını yazın.

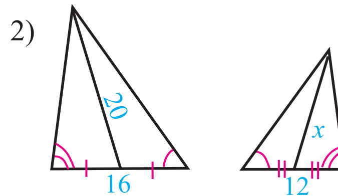
Təklif	Əsası
1. $\angle D \cong \angle K$	1. $\Delta DEF \sim \Delta KLM$
2. $\angle DEG \cong \angle GEF$ $\angle KLN \cong \angle NLM$	2.________________
3. $\angle DEF \cong$?	3. $\Delta DEF \sim \Delta KLM$
4. $\angle DEG \cong \angle KLN$	4. Bərabərliyin xassəsi
5. $\Delta DEG \sim \Delta KLN$	5. ________________
6. $\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL}$	6. $\Delta DEG \sim \Delta KLN$
7. $\frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$	7. $\Delta DEF \sim \Delta KLM$
8. $\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$	8. ________________

2 Şəkildə verilənlərə görə x-i tapın.

1)

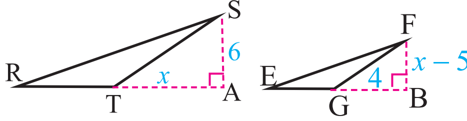


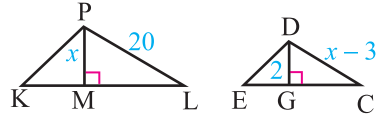
2)



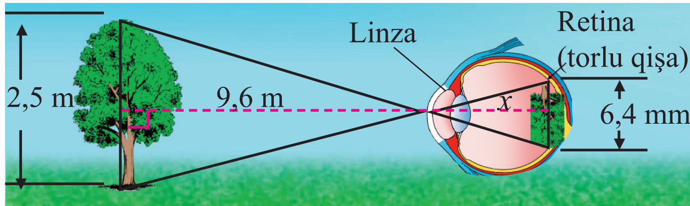
3 Verilir: $\Delta RST \sim \Delta EFG$
SA və FB bu üçbucaqların hündürlükləridir.
Tapın: FB

4 Verilir: $\Delta KPL \sim \Delta EDC$
PM və DG bu üçbucaqların hündürlükləridir.
Tapın: PM və DC

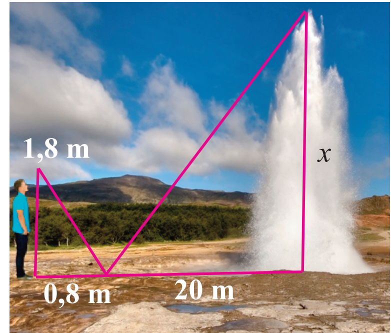




5 Göz linzası vasitəsilə obyektdən gələn işıq şüalarının qəbulu və xəyalın kiçildilərək retinaya (torlu qişaya) ötürülməsi ilə görmə hadisəsi baş verir. Bu zaman şəkildə göstərildiyi kimi oxşar üçbucaqlar yaranır. Şəklə görə linza ilə retina arasındakı məsafəni tapın. Cavabı 0,1 mm-ə qədər dəqiqliklə yazın.



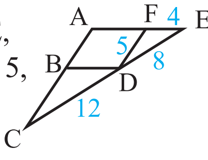
6 **Yeraltı qaynar suların maye və buxar şəklində vulkan kimi xaricə püskürməsi qeyzer adlanır. Soyuq şimal ölkəsi olan İslandiyanın paytaxtı Reykyavikdə yerləşən buxarlı qaynar su qeyzeri həmişə turistlərin diqqətini cəlb edir.** Qeyzerdə hər 10 dəqiqə ərzində su üç dəfə 40-60 metr yüksəkliyə püskürür. Turistlərdən biri qeyzerdən müəyyən məsafədə qoyulmuş güzgüyə qeyzerin təpə nöqtəsindən düşən işıq şüasının əks olunaraq insan gözünə düşməsindən istifadə etmiş, oxşar üçbucaqlar qurmuş və qeyzerin həmin andakı hündürlüyünü hesablamışdır. Onun qurduğu şəklə görə qeyzerin hündürlüyünü siz də tapın.



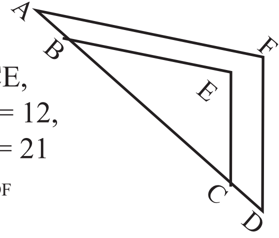
7 Eldar bayrağın hansı hündürlükdə asıldığını tapmaq məqsədilə bayraq dirəyindən 6 m aralı yerdə güzgü yerləşdirdi. Eldar özü güzgüdən 1,2 m aralıda dayandı. Eldarın gözündən güzgüyə qədər məsafə 2 m-dir. Bayraq dirəyinin hündürlüyünü tapmaq üçün Eldarın fikirləşdiyi üsulu izah edin və bu hündürlüyü siz də tapın.

8 Verilənlərə görə üçbucaqların perimetrlərini tapın.

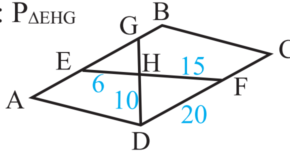
1) Verilir:
$\Delta BCD \sim \Delta FDE$,
$CD = 12$, $FD = 5$,
$FE = 4$, $DE = 8$
Tapmalı: $P_{\Delta BCD}$



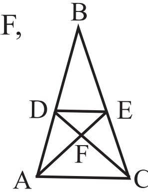
2) Verilir:
$\Delta ADF \sim \Delta BCE$,
$BC = 24$, $EB = 12$,
$CE = 18$, $DF = 21$
Tapmalı: $P_{\Delta ADF}$



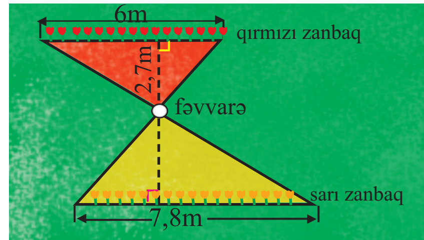
3) Verilir: ABCD paraleloqramdır,
$EH = 6$, $HF = 15$, $HD = 10$
Tapmalı: $P_{\Delta EHG}$



4) Verilir: $\Delta DEF \sim \Delta CAF$,
$P(\Delta CAF) = 28$, $DF = 6$,
$FC = 8$
Tapmalı: $P_{\Delta DEF}$



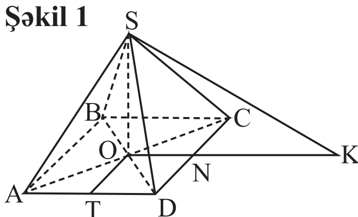
9 Şəkildə parkın bir hissəsinin planı verilmişdir. Sarı zanbaqlardan fəvvarəyə qədər məsafə neçə metrdir?



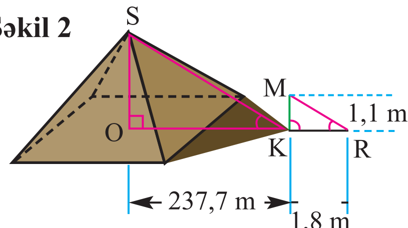
10 **Rəvayətə görə qədim yunan alimi Fales Misiri səyahət edərkən Xeops piramidası onu heyran etmiş və kahinlərdən onun hündürlüyünün nə qədər olduğunu sormuşdur. Kahinlər isə cavabında “bunu ancaq günəş allahı bilər, insanlar yox” demişlər. Fales üzünü onlara tutaraq: “Mən indi onun hündürlüyünü hesablayaram” demişdir. Fales öz kölgəsini ölçmüş və bu ölçü onun boyundan iki dəfə çox olmuşdur. O, bu an bütün varlıqların kölgələrinin öz boyundan iki dəfə çox olduğu nəticəsi ilə Xeops piramidasının kölgəsini ölçmüşdür. Kölgənin uzunluğu şəkil 1-də göstərildiyi kimi OK-ya bərabərdir. TD = ON, OK = TD + NK olur ki, bunu Fales asanlıqla ölçmüş və piramidanın hündürlüyünün 145 m olduğunu demişdir. Kahinlər bundan çox əsəbiləşmiş, tezliklə Misiri tərk etməsini ona əmr etmişlər.**

Şəklə görə aparılan hesablamalar Xeops piramidasının hündürlüyünün 145 m olduğunu təsdiq edir. Siz də uyğun hesablamalar aparmaqla bunu yoxlayın.

Şəkil 1

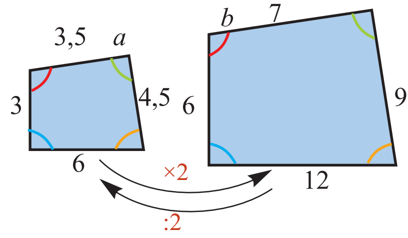


Şəkil 2



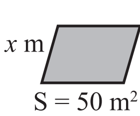
Oxşar fiqurların sahəsi

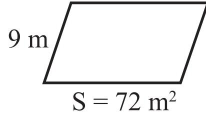
Teorem. Oxşar fiqurların sahələri nisbəti oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir. Məsələn, oxşar dördbucaqlıların uyğun tərəflərinin nisbəti $a : b$ olarsa, bu dördbucaqlıların sahələri nisbəti $a^2 : b^2$ olur.



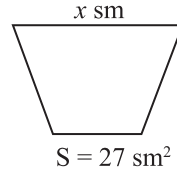
1 İki fiqurun oxşarlığından və sahəsindən istifadə etməklə rəngli fiqurun rəngsiz fiqura görə miqyasını - oxşarlıq əmsalını və x-i tapın.

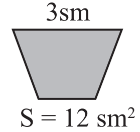
1)



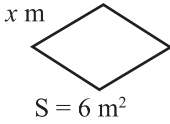


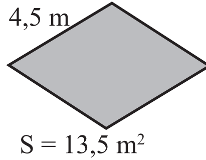
2)



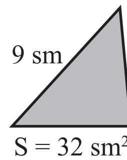


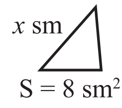
3)





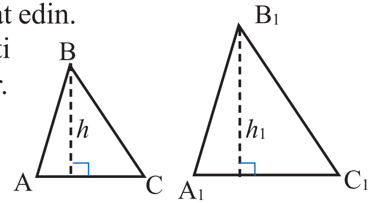
4)





2 Oxşar üçbucaqların sahəsi haqqında teoremi isbat edin.
Teorem. İki oxşar üçbucağın sahələrinin nisbəti uyğun tərəflərin kvadratları nisbətinə bərabərdir.

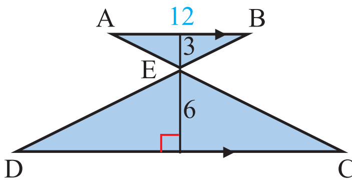
$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = \left(\frac{AC}{A_1C_1}\right)^2 = k^2$$

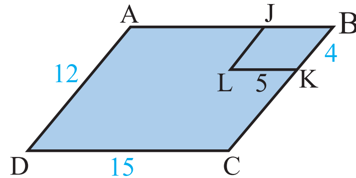


Teoremin isbatı üçün plan. Oxşar üçbucaqların hündürlüklərinin nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

3 1) DEC və BEA üçbucaqlarının oxşar olduğunu isbat edin və sahələrini tapın.

2) ABCD və JBKL paraleloqramlarının oxşar olduqlarını isbat edin. S_{JBKL}=18 sm² olarsa, ABCD paraleloqramının sahəsini tapın.





4 ABC düzbucaqlı üçbucağının hipotenuzu 8 sm, sahəsi isə 12 sm²-dir. Bu üçbucağa oxşar olan DFE üçbucağının hipotenuzu 20 sm-dir. DFE üçbucağının sahəsi neçə kvadrat santimetrdir?

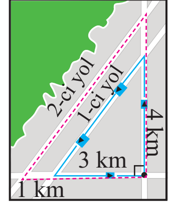
5 Bir tərəfinin uzunluğu 2,5 m olan düzbucaqlı şəklində güzgünün qiyməti 125 manatdır. Formaca bu güzgüyə oxşar olan güzgünün uyğun tərəfinin uzunluğu 3 m-dir. Güzgülər kvadrat metrinin qiymətinə görə satılır. Böyük güzgünün qiyməti neçə manatdır?

6 İki oxşar üçbucağın sahəsi uyğun olaraq 45 sm^2 və 80 sm^2-dir. Üçbucaqların perimetrləri cəmi 35 sm olarsa, hər bir üçbucağın perimetrini tapın.

7 İki oxşar paraleloqramın tərəflərinin nisbəti 2 : 3 kimidir. Böyük paraleloqramın sahəsi 54 m^2 olarsa, kiçik paraleloqramın sahəsini tapın.

8 İki oxşar düzbucaqlı formalı həyətlərdən birinin sahəsi 540 m^2, digərinin sahəsi isə 135 m^2-dır. Bu həyətlərin perimetrləri nisbətini tapın.

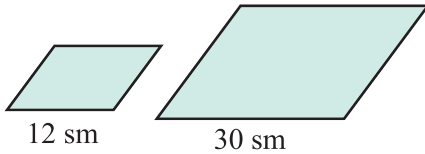
9 Parkda şəkildə göstərildiyi kimi velosiped sürmə cığırları yaradılmışdır. Bu yollar oxşar düzbucaqlı üçbucaqlar əmələ gətirir.



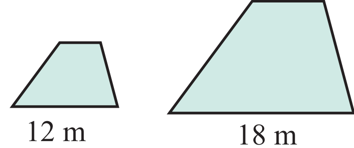
1) Hüseyn mavi xətlərlə çəkilmiş düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri boyunca bir dövrədə neçə kilometr yol qət edir?
2) Hüseyn qırmızı xətlə göstərilmiş ikinci yola keçərsə, bir dövrədə neçə kilometr yol qət edər?
3) 2-ci yolla əhatələnən sahə 1-ci yolun əhatə etdiyi sahədən nə qədər böyükdür?

10 Şəkildə verilmiş iki fiqur oxşardır. Verilən sahəyə görə digər fiqurun sahəsini tapın.

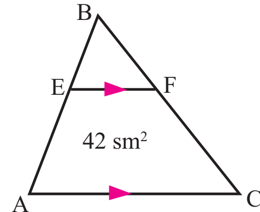
1) Kiçik paraleloqramın sahəsi 60 sm^2-dir



2) Böyük trapesiyanın sahəsi 108 m^2-dir



11 Şəkildə EF ∥ AC, 3·BF = 2·FC.
AEFC trapesiyasının sahəsi 42 sm^2 olarsa, ΔABC-nin sahəsini tapın.



12 Aşağıda verilən şərtlərə görə "ΔABC-nin perimetri ΔGHK-nın perimetrindən böyükdür" fikrinin doğruluğu haqqında ***həmişə, bəzən, heç vaxt*** sözlərindən hansını seçmək olar?

ΔABC ~ ΔDEF
oxşarlıq əmsalı $\frac{3}{2}$ -dür.

ΔDEF ~ ΔGHK
oxşarlıq əmsalı $\frac{4}{3}$ -dür.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 Hansı halda iki üçbucağın oxşarlığı haqqında *həmişə*, *bəzən*, *heç vaxt* fikirlərini söyləmək olar:
a) İki bərabəryanlı üçbucaq;
b) iki bərabərtərəfli üçbucaq;
c) itibucaqlı və korbucaqlı üçbucaq?

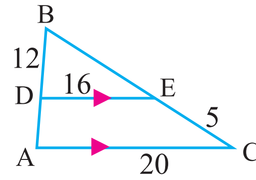
2 Hər bir hal üçün verilmiş fikirlərdən hansı ikisinin bir-birini təkzib etdiyini müəyyən edin.

a) 1) ΔABC bərabəryanlı üçbucaqdır
2) ΔABC korbucaqlı üçbucaqdır
3) ΔABC-nin hər üç bucağının dərəcə ölçüsü müxtəlifdir.

b) 1) $\angle 1 \cong \angle 2$
2) $\angle 1$ düz bucaq, $\angle 2$ iti bucaqdır
3) $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

3 Şəklə görə tapın.

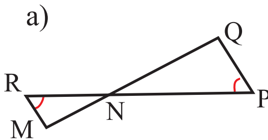
1) ΔABC -nin və ΔDBE-nin perimetrini
2) Oxşarlıq əmsalını
3) ADEC trapesiyasının perimetrini

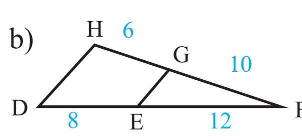


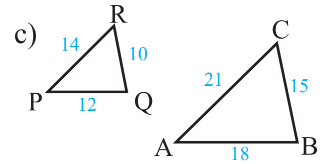
4 İki oxşar üçbucaqdan birinin perimetri digərinin perimetrinin $\frac{2}{3}$-sidir. İki uyğun tərəfin fərqi isə 5 sm-dir. Bu tərəflərin uzunluqları neçə santimetrdir?

5 Günəş işığında ağacın kölgəsinin uzunluğu 2,8 m-ə qədər çatır. Eyni vaxtda boyu 1,8 m olan şəxsin kölgəsi 1,2 m olur. Üçbucaqların oxşarlığından istifadə etməklə ağacın hündürlüyünü tapın.

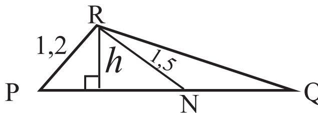
6 Hansı üçbucaqlar oxşardır? Hansı əlamətə görə oxşar olduqlarını yazın.

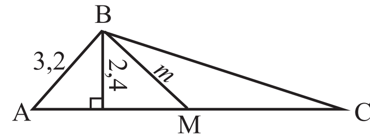
a)


b)


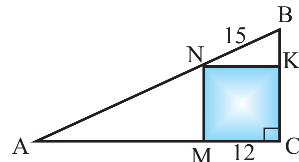
c)


7 $\Delta ABC \sim \Delta PRQ$. N və M nöqtələri, uyğun olaraq PQ və AC-nin orta nöqtələridir. h və m-i tapın.

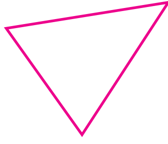
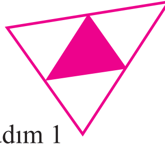




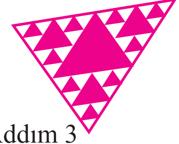
8 Şəkildə verilənlərə görə ΔABC-nin perimetrini tapın. MNKC kvadratdır.



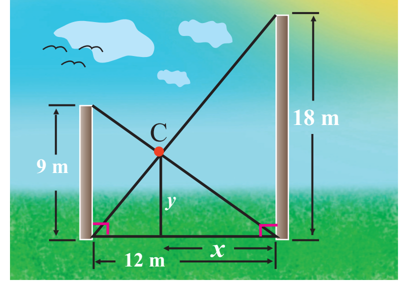
9 Şəkildəki üçbucaqlar orta xətdən istifadə edilməklə dizayn edilmişdir. İlkin üçbucağın perimetrini vahid qəbul edin. a) 1-ci; b) 2-ci; c) 3-cü addımda yaranan rəngli üçbucaqların perimetrini tapın.



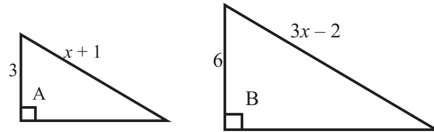


10 Şəkildəki konstruksiyada iki dirək metal məftillə yuxarıdan və aşağıdan şəkildə göstərilən qaydada C nöqtəsində mufta ilə bərkidilmişdir. Yerə perpendikulyar basdırılmış dirəklərin hündürlüyü 9 m və 18 m, aralarındakı məsafə isə 12 m-dir.

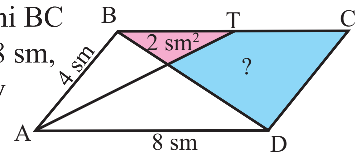


1) Muftadan hündür dirəyə qədər olan məsafəni tapın.
2) Mufta yerdən neçə metr hündürlükdədir?
3) Muftadan hündür dirəyin aşağı nöqtəsinə qədər olan məftilin uzunluğunu tapın.
4) Muftadan alçaq dirəyin yuxarı nöqtəsinə qədər olan məftilin uzunluğunu tapın.

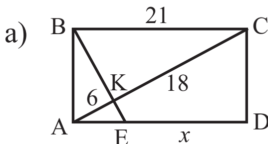
11 Şəkildə verilmiş üçbucaqların oxşar olduğunu bilərək hər birinin perimetrini və sahəsini tapın.



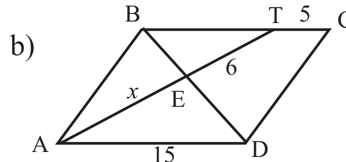
12 ABCD paraleloqramında A bucağının tənböləni BC tərəfini T nöqtəsində kəsir. AB = 4 sm, AD = 8 sm, qırmızı rəngli hissənin sahəsi 2 sm^2 olarsa, göy rəngli hissənin sahəsini tapın.



13 Şəkildə verilənlərə görə dəyişənlərin qiymətini tapın.

a) 

ABCD düzbucaqlı

b) 

ABCD paraleloqram

14 **http://www.mathopenref.com** internet ünvanı vasitəsilə müxtəlif həndəsi məsələlərin həllini və qurma tapşırıqlarını yerinə yetirin.

9

Bərabərsizliklər

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:
- bərabərsizlikləri həll etməyi;
- bərabərsizliklərə aid real həyati situasiyaya uyğun məsələlər həll etməyi;

Bərabərsizliklər

Bərabərsizliklər >, <, ≥, ≤ işarələrinin köməyilə yazılır. Bərabərsizlikləri sözlə, riyazi simvollarla, ədəd oxu üzərində təsvirlə ifadə etmək olar.

-2-dən böyük bütün həqiqi ədədlər	$x > -2$	-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 x
3-dən böyük və ya ona bərabər bütün həqiqi ədədlər	$x \geq 3$	-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 x
-1-dən kiçik bütün həqiqi ədədlər	$x < -1$	-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 x
0-dan kiçik və ya ona bərabər bütün həqiqi ədədlər	$x \leq 0$	-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 x

● Nöqtə rənglənmişsə, bu nöqtənin koordinatı bərabərsizliyi ödəyir.

○ Nöqtə rənglənməmişsə, bu nöqtənin koordinatı bərabərsizliyi ödəmir.

Ədədləri və ifadələri müqayisə etmək üçün müxtəlif üsullardan istifadə etmək olar. Bu üsullardan biri onların fərqinin qiymətləndirilməsidir.

- $a - b$ fərqi müsbət olarsa, a ədədi b ədədindən böyükdür; $a - b > 0$; $a > b$.
- $a - b$ fərqi mənfi olarsa, a ədədi b ədədindən kiçikdir; $a - b < 0$; $a < b$.
- $a - b$ fərqi sıfra bərabərdirsə, a ədədi b ədədinə bərabərdir; $a - b = 0$; $a = b$.
- $a - b$ fərqi mənfi deyilsə, a ədədi b ədədindən kiçik deyildir; $a - b \geq 0$; $a \geq b$.
- $a - b$ fərqi müsbət deyilsə, a ədədi b ədədindən böyük deyildir; $a - b \leq 0$; $a \leq b$.

Ədəd oxu üzərində iki ədəddən böyüyü sağda yerləşən nöqtə ilə, kiçiyi isə solda yerləşən nöqtə ilə təsvir olunur.

Deməli, $a > b$ olarsa, koordinatı a olan nöqtə koordinatı b olan nöqtədən sağda, $a < b$ olduqda isə solda yerləşir.

Misal. $a^2 + 1$ və $2a$ ifadələrini müqayisə edək. Bu ifadələrin fərqinə baxaq:

$a^2 + 1 - 2a = (a - 1)^2 \geq 0$. Deməli, dəyişənin istənilən qiymətində $a^2 + 1$ ifadəsinin qiyməti $2a$ ifadəsinin qiymətindən kiçik deyil (böyük və ya bərabərdir).

Bərabərsizliklər

Öyrənmə tapşırıqları

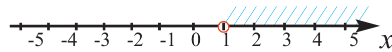
1 Samir ev tapşırıqlarına iki saatdan az vaxt sərf edir. Elçin və Ülkər bu fikri riyazi olaraq aşağıdakı kimi ifadə etmişlər. Hansı yazılış doğrudur?

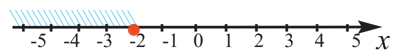
Elçin $t \geq 2$ Ülkər $t < 2$

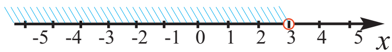
2 Aşağıdakı fikirləri bərabərsizliklə ifadə edin.

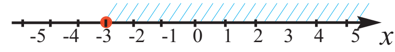
1) Atla gəzinti tibbi tələblərə görə dəniz səviyyəsindən 1500 m yüksəklikdən yuxarıda tövsiyə edilmir.
2) Bir mağazadakı şərtlərə görə 10%-lik endirim kartı almaq üçün bir dəfədə ən azı 1000 manatlıq bazarlıq etməlisən.
3) Hər bir şəxs 10000 manat məbləğə qədər pulu heç bir vergi ödəmədən ölkə xaricinə apara bilər.
4) Kino-teatra 7 yaşından kiçik uşaqlar valideynsiz buraxılmır.

3 Ədəd oxu üzərindəki təsvirləri bərabərsizliklə və sözlə ifadə edin.









Bərabərsizliyin xassələri

1) $a > b$ olarsa, onda $b < a$
2) $a < b$ olarsa, onda $b > a$
3) $a > b$ və $b > c$ olarsa, onda $a > c$
4) $a < b$ və $b < c$ olarsa, onda $a < c$

3-cü xassənin isbatı: $a > b$ olduğundan $a - b > 0$, $b > c$ olduğundan $b - c > 0$, onda $a - c = (a - b) + (b - c) > 0$, deməli, $a > c$

hər iki toplanan müsbət olduğundan onların cəmi də müsbətdir

4 Bərabərsizliyi, dəyişəni sol tərəfdə olmaqla yenidən yazın.

a) $19 > x$ b) $-10 < a$ c) $-10 > b$ d) $0 < t$

5 Bərabərsizliyə uyğun real həyati situasiyalar yazın.

a) $x \geq 15$ b) $x < 11$ c) $x \geq 0$ d) $x > 100$

6 Bərabərsizliyi ədəd oxu üzərində təsvir edin.

1) $a > 4$ 2) $x > 6$ 3) $n < 11$ 4) $x < 5$
5) $t \geq 9$ 6) $b \geq 8$ 7) $d \leq 5$ 8) $z \leq 8$
9) $x > -4$ 10) $n \geq -3$ 11) $x \leq -5$ 12) $x < -2$

7 Dəyişənin verilən qiymətində bərabərsizliklərin doğru olduğunu yoxlayın. Dəyişənə daha iki qiymət verin və yoxlayın.

1) $18 - x > 4,\ x = 12$ 2) $14 + n < 23,\ n = 8$ 3) $5k > 35,\ k = 8$
4) $16 \leq 3c,\ c = 8$ 5) $\frac{x}{3} \geq 2,\ x = 9$ 6) $\frac{14}{c} \leq 7,\ c = 2$

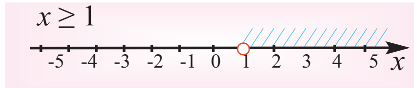
8 $c - d$ fərqi -3; 0; 4-ə bərabər olduqda, c və d ədədlərini müqayisə edin.

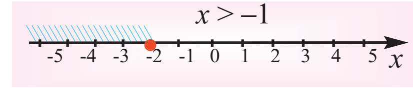
9 a) $m - n = 0{,}1$; b) $m - n = -1{,}2$; c) $m - n = 0$ olarsa, m və n ədədlərini müqayisə edin.

10 $a > b$ olduğu məlumdursa, $a - b$ fərqi, $-4{,}3$; 0; 5,2 ədədlərindən hansı ilə ifadə edilə bilər?

11 $x > 2$ olduqda aşağıdakılardan hansı doğrudur?
a) $x - 2$ fərqi müsbət ədəddir; b) $x - 4$ fərqi müsbət ədəddir;
c) $x - 1$ fərqi müsbət ədəddir; d) $2 - x$ fərqi müsbət ədəddir.

12 Təsvirlərdə hansı səhv var?





13 x ədədi üçün ədəd oxu üzərində bir neçə elə nöqtə qeyd edin ki, verilən bərabərsizlik doğru olsun:
a) $x > 2$; b) $x < 5$; c) $x > -1$; d) $x < 0$.

Tətbiq tapşırıqları

14 Dəyişənin verilmiş bərabərsizliyi ödəyən ən kiçik tam qiymətini tapın.
a) $x > 10$ b) $x \geq 7$ c) $x > -8$ d) $x \geq -3$

15 Dəyişənin verilmiş bərabərsizliyi ödəyən ən böyük tam qiymətini tapın.
a) $x < 9$ b) $x \leq 8{,}2$ c) $x < -4{,}1$ d) $x \leq -3$

16 $b(b + 1)$ və $(b + 2) \cdot (b - 3)$ ifadələri verilir. $b = -4$; $b = -3$; $b = 2$ olduqda bu ifadələrin qiymətlərini müqayisə edin. b-nin istənilən qiymətində birinci ifadənin qiymətinin ikinci ifadənin qiymətindən böyük olduğunu hökm etmək olarmı?

17 İsbat edin ki, dəyişənin istənilən qiymətində:
a) $a^2 - 4a$ ifadəsinin qiyməti $2a - 10$ ifadəsinin qiymətindən böyükdür;
b) $(2a + 3)(2a + 1)$ ifadəsinin qiyməti $4a(a + 2)$ ifadəsinin qiymətindən böyükdür;
c) $7c - 1$ ifadəsinin qiyməti $c\,(c + 7)$ ifadəsinin qiymətindən kiçikdir.

18 Bərabərsizliyi isbat edin.
a) $c^2 + 1 \geq 2c$ b) $a(a + 3) \geq 3a$
c) $d^2 - cd + c^2 \geq cd$ d) $a(a - b) \geq b(a - b)$

Bərabərsizliklərin xassələri



Araşdırma

$x + 3 < 10$ bərabərsizliyini araşdıraq.

x	$-1,75$	0	$6,99$	7	$7,01$	$7,1$
$x + 3$	$1,25$	3	$9,99$	10	$10,01$	$10,1$
$x + 3 < 10$	$1,25 < 10$	$3 < 10$	$9,99 < 10$	$10 < 10$	$10,01 < 10$	$10,01 < 10$
Həllidirmi?	Hə	Hə	Hə	Yox	Yox	Yox

Dəyişənin qiyməti 7-dən kiçik olduqda $x + 3$ cəmi 10-dan kiçik olur.
Dəyişənin qiyməti 7 olduqda $x + 3$ cəmi 10-a bərabər olur.
Dəyişənin qiyməti 7-dən böyük olduqda $x + 3$ cəmi 10-dan böyük olur.
$x + 3 < 10$ bərabərsizliyi 7-dən kiçik ədədlər üçün doğrudur.

Bərabərsizliklərin xassələri

Teorem. Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfinə eyni bir ədədi əlavə etdikdə və ya çıxdıqda, doğru bərabərsizlik alınır.
$a > b$ və c istənilən ədəd olarsa, onda $a + c > b + c$ və $a - c > b - c$
$a < b$ və c istənilən ədəd olarsa, onda $a + c < b + c$ və $a - c < b - c$

Öyrənmə tapşırıqları

1 x dəyişəninin: a) 6; b) –3; c) 1,5 d) 0; e) –7 -yə bərabər qiyməti $x + 7 > 1$ bərabərsizliyini ödəyirmi?

2 a) y ilə 13-ün cəmi 25-dən kiçikdir. y dəyişəni hansı qiymətləri ala bilər?
b) İki ədədin cəmi 18-dən böyükdür. Ədədlərdən biri 7 olarsa, digəri hansı qiymətləri ala bilər?

3 $a > b$ olarsa, ifadələri müqayisə edin.
a) $a - 6$ və $b - 6$ b) $a + 12$ və $b + 12$
c) $a + m$ və $b + m$ d) $a - k$ və $b - k$

4 Bərabərsizliyin xassəsindən istifadə etməklə dəyişənin ala biləcəyi qiymətləri müəyyən edin.
Nümunə. $5 + x \leq 18$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə –5 əlavə edək.
$5 + x + (-5) \leq 18 + (-5)$, $x \leq 13$, deməli dəyişən 13-dən böyük olmayan qiymətlər ala bilər.

$5 + x \leq 18$
$3 < y + 8$
$-2 < b - 6$
$-10 \geq x + 6$
$2 + m \geq 3,5$
$p - 4,8 > -6$

$10 + n \geq -2$
$c + 10 < 9$
$s - 12 \leq -5$
$a - 3 \leq 5$
$q + 0,8 \leq -0,5$
$d - \frac{2}{3} \leq \frac{1}{3}$

$-4 < k + 6$
$g - 4 \geq 13$
$t - 3 < -9$
$-11 > g - 4$
$v - 6 > 2,7$
$5 > f + \frac{2}{3}$

Tətbiq tapşırıqları



Nümunə

Dəniz ayılarının kütləsi ən çoxu 650 kq olur. Bir dəniz ayısının indi kütləsi 398 kq-dır. Dəniz ayısının yığa biləcəyi kütləni hansı bərabərsizliklə ifadə etmək olar?

Dəniz ayısının indiki kütləsi	Plyus	Qazana biləcəyi kütlə	Kiçik və ya bərabərdir	650 kq
398	$+$	m	$\leq$	650

$398 + m \leq 650$ *Bərabərsizliyi yazaq*

$398 - 398 + m \leq 650 - 398$ *Hər iki tərəfdən 398 çıxaq*

$m \leq 252$

5 Rəşad MP3 musiqi mərkəzinə daha 21 mahnı yazdırsa, onların sayı ən çoxu 90 olar. MP3-də əvvəlcə neçə mahnı olduğunu bərabərsizliklə yazın.

6 Emin ən azı 90 kq-a qədər olan ağırlığı qaldırmaq üçün məşqlər edir. İndi o, 50 kq-lıq daşları qaldıra bilir. Eminin məqsədinə çatması üçün daha neçə kiloqram artıq ağırlığı qaldırmalı olduğunu bərabərsizlik yazmaqla qiymətləndirin.

7 Dəyişənlər hansı qiymətləri ala bilər? Ədəd oxu üzərində təsvir edin.

a) $y - (-1{,}8) > -6{,}2$ b) $-8 > n - \frac{2}{3}$ c) $a + \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$

8 Uyğun bərabərsizlikləri yazın.

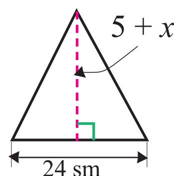
a) (–8)-ə müəyyən ədədi əlavə etsək, cəm ya 30-dan kiçik, ya da 30-a bərabər olar.

b) Hansı ədəddən 8 çıxsaq, fərq 25-dən böyük olar?

9 $d + 5 \geq 18$ olduğuna görə aşağıdakı bərabərsizlikləri tamamlayın.

a) $d \geq ?$ b) $d + ? \geq 19$ c) $d - 2 \geq ?$

10 Üçbucağın oturacağı hündürlüyündən kiçikdir. x dəyişəni hansı qiymətləri ala bilər?

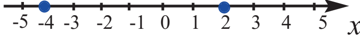


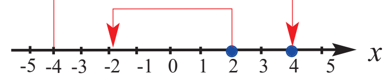
11 Verilən bərabərsizliklərə uyğun məsələ qurun.

a) $x + 15 > 100$ b) $m - 40 \leq 2000$ c) $d + 3 \geq 12$

Bərabərsizliklərin xassələri

Araşdırma. Ədəd oxu üzərində verilən ədədləri qeyd edin. Müqayisəsini yazın. Sonra isə hər iki ədədi eyni ədədə vurmaqla müqayisə edin. Məsələn, hər iki ədədi –1-ə vurun və yeni vəziyyətlərini ədəd oxu üzərində şəkildə göstərildiyi kimi təqdim edin. Fikirlərinizi ümumiləşdirin, təsvir edin.





Bərabərsizliklərin xassələri

√ Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir müsbət ədədə vursaq və ya bölsək, doğru bərabərsizlik alınar.

a və b istənilən ədəd olmaqla $c > 0$ olduqda:

1. $a > b$ olarsa, $ac > bc$ və $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ **Nümunə 1.** $3 < 4$; $3 \cdot 2 < 4 \cdot 2$; $6 < 8$

2. $a < b$ olarsa, $ac < bc$ və $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ **Nümunə 2.** $6 > -9$; $\frac{6}{3} > \frac{-9}{3}$; $2 > -3$

√ Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir mənfi ədədə vursaq və ya bölsək və bərabərsizliyin işarəsini əksinə dəyişsək, doğru bərabərsizlik alınar.

a və b istənilən ədəd olmaqla $c < 0$ olduqda:

1. $a > b$ olarsa, $ac < bc$ və $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ **Nümunə 3.** $5 > 1$; $5 \cdot (-2) < 1 \cdot (-2)$. $-10 < -2$

2. $a < b$ olarsa, $ac > bc$ və $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ **Nümunə 4.** $-8 < -6$; $\frac{-8}{-2} > \frac{-6}{-2}$; $4 > 3$

Öyrənmə tapşırıqları

12 $a > b$ olduğu məlumdur. Aşağıdakı şərtlərə görə doğru bərabərsizliyi yazın.
a) hər iki tərəfini 4-ə vursaq; b) hər iki tərəfini –5-ə vursaq;
c) hər iki tərəfini $\frac{1}{2}$ -ə bölsək; d) hər iki tərəfini –2-yə bölsək.

13 Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni ədədə vurmaqla və ya bölməklə alınan doğru bərabərsizlikləri yazın.

Nümunə 1. $\frac{3}{4}y \geq -6$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini $\frac{4}{3}$ -ə vuraq:

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}y \geq -6 \cdot \frac{4}{3}\ ; \quad y \geq -8$$

Nümunə 2. $-4x < 12$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini –4-ə bölək və bərabərsizliyin işarəsini əksinə dəyişək:

$$\frac{-4x}{-4} > \frac{12}{-4}\ ; \quad x > -3$$

1) $4x < 4$	2) $7y > 63$	3) $13a \geq -26$
4) $-15 \leq 5b$	5) $7 \geq \frac{h}{14}$	6) $15 \geq 3t$
7) $\frac{p}{6} > 5$	8) $144 < 12d$	9) $-3m > -33$
10) $\frac{t}{9} < -12$	11) $30 > \frac{1}{2}n$	12) $-\frac{3}{4}r \leq -6$

14 Aşağıdakı bərabərsizliklərdə a ədədinin işarəsini müəyyən edin.
a) $3a > 2a$ b) $4a < 3a$ c) $-2a < 2a$ d) $a > -a$

Tətbiq tapşırıqları

15 Bərabərsizlik şəklində yazın. Dəyişən hansı qiymətləri ala bilər?
a) x ədədinin 4 misli 28-dən böyükdür.
b) y ədədinin –2 ilə hasili 14-dən böyük deyil.

16 Elmirin əmək haqqı saatda 6 manat olmaqla hesablanır. Elmir 300 manat və ya daha çox pul qazanmaq üçün neçə saat işləməlidir?

17 Şirkətdə çalışan 9 nəfərdən çox işçi güzəştli mənzil almaq üçün qeydiyyata alınmışdır. Bu bütün işçilərin $\frac{1}{9}$ hissəsidir. Şirkətdə çalışan işçilərin sayını bərabərsizliklə ifadə edin.

18 $a < b$ olduğu məlumdur. ● əvəzinə uyğun müqayisə işarəsini yazın.

a) $3a$ ● $3b$ b) $0,1a$ ● $0,1b$

c) $-\frac{a}{3}$ ● $-\frac{b}{3}$ d) $-4a$ ● $-4b$

19 Gülnaz dəqiqədə 40 m üzür. O qərara alıb ki, bu gün ən azı 1200 m üzməlidir. Gülnaz ən azı neçə dəqiqə üzməlidir?

20 Dəyişən hansı qiymətləri ala bilər?

1) $6 > -\frac{x}{7}$ 2) $\frac{r}{-2} < -2$ 3) $-\frac{y}{3} < -7$

4) $\frac{k}{-2} < 9$ 5) $-6a > -78$ 6) $-25t \le 400$

7) $\frac{y}{4} \ge 2,4$ 8) $\frac{n}{5} \le 0,8$ 9) $-3 \le -\frac{c}{4,5}$

21 a) İsbat edin ki, $a > b > 0$ olarsa, onda $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.
b) a, b, c, d müsbət ədədləri üçün $a > b$, $b > d$ və $c > a$ olduğu məlumdur.
$\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ ədədlərini artan sırada yazın.

22 Məsələləri uyğun bərabərsizlik yazmaqla həll edin:
1) Hicranın 28 sm uzunluğunda lenti var. O, lentdən hər birinin uzunluğu 3 sm olan hissələri kəsməklə, qalan lentin ən azı 15 sm olmasını istəyir. O neçə belə hissə kəsə bilər?
2) Onlayn (on-line) internet mağazadan ən azı 25 manatlıq alış-veriş etdikdə çatdırılma haqqı tutulmur. Orxan 4 eyni kitab aldıqda çatdırılma haqqı tutulmadısa, bir kitabın qiyməti ən azı neçə manatdır?

23 **Araşdırma.** Cəmi 10-a bərabər olan iki natural ədədin hasilinin ən böyük qiyməti neçə ola bilər?

√ İki müsbət ədədin cəmi sabit qalırsa, ədədlər bir-birinə bərabər olduqda, onların hasili ən böyük qiyməti alır (buna sabit cəm haqqında teorem də deyirlər).

$m + n = 10$	$m \cdot n$
$1 + 9 = 10$	$1 \cdot 9 = 9$
$2 + 8 = 10$	$2 \cdot 8 = 16$
$3 + 7 = 10$	$3 \cdot 7 = 21$
$4 + 6 = 10$	$4 \cdot 6 = 24$
$5 + 5 = 10$	$5 \cdot 5 = 25$

Araşdırmanın nəticəsinə əsaslanaraq aşağıdakıları tapın:
a) Cəmi 16-ya bərabər olan iki natural ədədin hasilinin ən böyük qiymətini;
b) Perimetri 40 sm olan düzbucaqlılar arasından sahəsi ən böyük olan düzbucaqlını.

24 **Araşdırma: Mənfi olmayan iki ədədin ədədi ortası onların həndəsi ortasından kiçik deyil.**
Göstərək ki, mənfi olmayan a və b ədədləri üçün $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ bərabərsizliyi doğrudur. Burada bərabərlik yalnız $a = b$ olduqda mümkündür.

Sol və sağ tərəfin fərqinə baxaq, ortaq məxrəcə gətirib, sadələşdirək.

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$$

Fərqin kvadratı mənfi ədəd olmadığından verilmiş bərabərsizliyin doğruluğu alınır.
Araşdırmaya əsaslanaraq aşağıdakıları tapın:
a) Sahəsi 36 sm^2 olan düzbucaqlılardan perimetri ən kiçik olanı;
b) $x > 0$ və $xy = 16$ olduqda $x + y$ cəminin ən kiçik qiymətini;
c) $c > 0$ olduqda $c + \frac{1}{c}$ cəminin ən kiçik qiymətini.

25 1) Elşəngil ölçüləri 3 m × 4 m olan mətbəxi hər birinin sahəsi $\frac{3}{10}$ m^2 olan metlaxlarla döşəməyi planlaşdırırlar. Onlar ən azı neçə metlax almalıdırlar?

2) Elmar elektron cihazların satıldığı mağazada satış meneceri işləyir. Elmar satdığı hər kompüterə görə 30 manat mükafat və sabit olaraq 500 manat əmək haqqı alır. Elmar bu ay maaşının ən azı 800 manat olacağına əmindir. Elmar bu ay ən azı neçə kompüter satmışdır?

3) Siz də elə bir məsələ qurun ki, $\frac{3}{4}x > 9$ bərabərsizliyi ilə həll edilsin.

26 a) $0,2 < a < 0,3$ olduqda tərəfi a olan kvadratın perimetrini qiymətləndirin.
b) Kvadratın perimetri P sm-dir: $12,4 < P < 12,8$ olduqda kvadratın tərəfinin uzunluğunu qiymətləndirin.

Bərabərsizliklərin toplanması və vurulması

Araşdırma: 1) Anar Vüsaldan, Tural isə Orxandan yaşca kiçikdir. Anarla Turalın yaşlarının cəmi Vüsalla Orxanın yaşlarının cəmindən az, yoxsa çoxdur?

2) $$+\begin{array}{r} 3<8 \\ 4<6 \\ \hline 7 \; ? \; 14 \end{array}$$ bərabərsizlikləri hədbəhəd toplayın və nəticəni izah edin.

Ədədi bərabərsizliklərin toplanması

Teorem. $a>b$ **və** $c>d$ **olarsa,** $a+c>b+d$

$a>b$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə c əlavə edək. $a+c>b+c$

$c>d$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə b əlavə edək. $b+c>b+d$

$a+c>b+c$ və $b+c>b+d$ bərabərsizliklərindən $a+c>b+d$ *olduğu alınır. Teorem ikidən çox sayda bərabərsizliklərin toplanması üçün də doğrudur.*

√ Eyni işarəli doğru bərabərsizlikləri hədbəhəd topladıqda doğru bərabərsizlik alınır.

$$+\begin{array}{c} a>b \\ c>d \\ \hline a+c>b+d \end{array}$$

Ədədi bərabərsizliklərin vurulması

Teorem. Sol və sağ tərəfləri müsbət ədədlər olan eyni işarəli doğru bərabərsizlikləri hədbəhəd vurduqda doğru bərabərsizlik alınır.

a, b, c, d müsbət ədədlər, $a>b$ *və* $c>d$ olarsa, onda $ac>bd$

$a>b$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini *c-yə*, $c>d$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini *b*-yə vursaq uyğun olaraq, alarıq: $ac>bc$ *və* $bc>bd$

Buradan da, $ac>bd$ olduğu aydındır.

Nəticə. *a* və *b* müsbət ədədlər və $a>b$ olarsa, onda $a^n>b^n$ olar (*n*-natural ədəddir).

Öyrənmə tapşırıqları

1 Bərabərsizlikləri hədbəhəd toplayın.
a) $8>5$ və $6>4$ b) $-2<10$ və $6<7$

2 Bərabərsizlikləri hədbəhəd vurun.
a) $6>3$ və $4>2$ b) $6<8$ və $\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$

3 $4<a<6$ və $5<b<7$ olduğunu bilərək, ifadələri qiymətləndirin.
a) $a+b$ b) ab c) $2a+3b$

4 Nümunələri araşdırın, oxşar qayda ilə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) $3 < x < 4$ və $6 < y < 8$ olduqda;
a) $x - y$ b) $2x - y$ c) $x - 3y$ d) $3x - 2y$ ifadələrini qiymətləndirin.

2) $15 < x < 20$ və $2 < y < 3$ olduqda aşağıdakı ifadələri qiymətləndirin.

a) $\frac{x}{y}$ b) $\frac{2x}{y}$ c) $1 + \frac{3x}{2y}$

Nümunə 1. $5 < a < 10$ və $2 < b < 4$ olduqda $a - b$ fərqini qiymətləndirin,
Həlli: $a - b = a + (-b)$ şəklində göstərək.
$2 < b < 4$ olduğundan $-2 > -b > -4$, yəni $-4 < -b < -2$. İndi isə bərabərsizliklərin hədbəhəd toplanmasını tətbiq edək.

$$+\begin{array}{c} 5 < a < 10 \\ -4 < -b < -2 \\ \hline 1 < a - b < 8 \end{array}$$

Nümunə 2. $10 < x < 16$ və $4 < y < 5$ olduqda $\frac{x}{y}$ qismətini qiymətləndirin.
Həlli: $\frac{x}{y} = x \cdot \frac{1}{y}$ şəklində yazıb, əvvəlcə $\frac{1}{y}$ ifadəsini qiymətləndirək.

$4 < y < 5$ olduğundan $\frac{1}{4} > \frac{1}{y} > \frac{1}{5}$ yəni $\frac{1}{5} < \frac{1}{y} < \frac{1}{4}$

Bərabərsizliklərin hədbəhəd vurulmasını tətbiq edək.

$$\times\begin{array}{c} 10 < x < 16 \\ \frac{1}{5} < \frac{1}{y} < \frac{1}{4} \\ \hline 2 < \frac{x}{y} < 4 \end{array}$$

Tətbiq tapşırıqları

5 $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$ və $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$ olmasından istifadə edərək, ədədləri qiymətləndirin:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ c) $\sqrt{6}$

6 Bərabəryanlı üçbucağın a oturacağının və b yan tərəfinin uzunluqlarının santimetrlə ifadə olunmuş sərhədləri məlumdur:

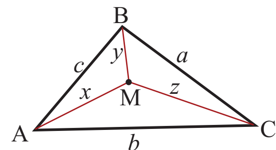
$$16 \le a \le 18 \text{ və } 24 \le b \le 26$$

Bu üçbucağın perimetrini qiymətləndirin.

7 Düzbucaqlının a uzunluğunu və b enini (sm ilə) ölçərək, $4{,}5 < a < 4{,}6$ və $3{,}4 < b < 3{,}5$ olduğu müəyyən edilmişdir.
Düzbucaqlının: a) perimetrini; b) sahəsini qiymətləndirin.

8 Üçbucağın α və β bucaqları üçün $58^0 \le \alpha \le 59^0$ və $82^0 \le \beta \le 83^0$ olduğu məlumdur. Üçüncü bucağı qiymətləndirin.

9 İsbat edin ki, üçbucağın daxilində götürülmüş istənilən nöqtədən təpələrə qədər məsafələrin cəmi bu üçbucağın yarımperimetrindən böyükdür.

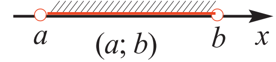


Ədədi aralıqlar

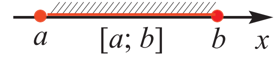
Araşdırma. Ədəd oxu üzərində koordinatları –2 və 3 olan nöqtələri qeyd edin. Bunların arasında yerləşən hər hansı nöqtə götürün. Götürülmüş nöqtəyə uyğun ədədi –2 və 3 ilə müqayisə edin. Bu nöqtələr arasında yerləşən istənilən nöqtəyə uyğun ədədin $-2 < x < 3$ şərtini ödədiyini yoxlayın.
$-2 < x < 3$ şərtini ödəyən nöqtələr çoxluğuna –2-dən 3-ə qədər olan aralıq deyilir və belə işarə edilir : (–2; 3).

Ədədi aralıqlar

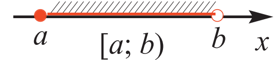
$a < b$ olduqda $a < x < b$ münasibətini ödəyən bütün x həqiqi ədədlər çoxluğuna $(a; b)$ intervalı deyilir.

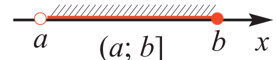


Əgər $(a; b)$ intervalının nöqtələri çoxluğuna a və b nöqtələrini də əlavə etsək, alınmış aralıq $[a; b]$ kimi yazılır və buna $[a; b]$ parçası deyilir.

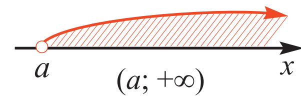


$a \leq x < b$ və $a < x \leq b$ ikiqat bərabərsizliyini ödəyən x ədədlər çoxluğu uyğun olaraq $[a; b)$ və $(a; b]$ kimi işarə edilir.

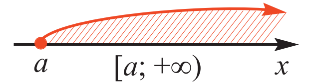




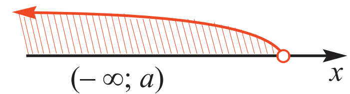
$x > a$ şərtini ödəyən bütün ədədlər çoxluğu koordinatı a olan nöqtədən sağda yerləşir, $(a; +\infty)$ kimi yazılır və belə oxunur: a-dan müsbət sonsuzluğa qədər olan aralıq.



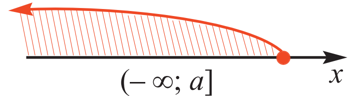
$x \geq a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğuna koordinatı a olan nöqtə də daxildir. $[a; +\infty)$ kimi yazılır. Ədəd oxu üzərində təsviri:



$x < a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğu $(-\infty; a)$ kimi yazılır və belə oxunur: mənfi sonsuzluqdan a-ya qədər olan aralıq. Ədəd oxu üzərində təsviri:

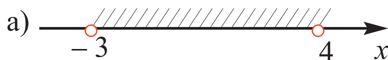


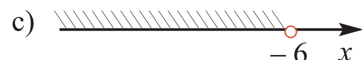
$x \leq a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğuna koordinatı a olan nöqtə də daxildir. Bu çoxluq $(-\infty; a]$ kimi yazılır. Ədəd oxu üzərində təsviri:

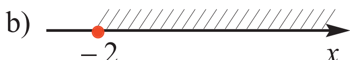


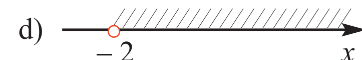
Öyrənmə tapşırıqları

1 Şəkildə təsvir olunmuş aralıqları yazın.

a) 

c) 

b) 

d) 

2 Ədəd oxu üzərində aşağıdakı aralıqları təsvir edin:
a) $(-1; 3)$ b) $[0; 5)$ c) $(2; +\infty)$ d) $[3; +\infty)$
e) $(-5; +\infty)$ f) $(-\infty; -4)$ g) $(-\infty; 6]$ h) $(-2; +\infty)$

3 Ədəd oxu üzərində bərabərsizliyi ödəyən ədədlər çoxluğunu təsvir edin.
a) $x \geq -6$ b) $x \leq 3$ c) $x < -6$ d) $x > 4$

4 Ədəd oxu üzərində ikiqat bərabərsizliyi ödəyən ədədlər çoxluğunu təsvir edin.
a) $-2{,}5 \leq x \leq 3$ b) $-5 < x \leq 1\frac{1}{2}$
c) $-3 < x < 1{,}5$ d) $3 \leq x < 7$

5 a) $-2; 4; -1{,}2; 4{,}5; 5$ ədədlərindən hansı $(-3; 4{,}5)$ aralığına aiddir?
b) $-7; -6; -4{,}5; 0; 1{,}2; 4$ ədədi $(-7; 4{,}1)$ aralığına aiddirmi?

6 Verilmiş aralıqlara aid olan tam ədədləri yazın.
a) $(-5; 3)$ b) $[-2{,}5; 4)$ c) $(-\sqrt{11}; \sqrt{30}]$

7 Aralığa aid olan ən böyük və ən kiçik tam ədədləri göstərin.
a) $(-12; 8)$ b) $(-4; 5{,}2)$ c) $[-\sqrt{17}; \sqrt{8}]$

8 Nümunəni araşdırın. Verilən aralıqların kəsişməsini tapın.
a) $(-2; 5)$ və $(-1; 6)$ c) $(-3; 9)$ və $(4; +\infty)$
b) $(5; +\infty)$ və $(-\infty; 7)$ d) $[1; +\infty)$ və $(3; +\infty)$

Nümunə. $(-1; 7)$ və $[2; 8)$ aralıqlarının kəsişməsini (ortaq hissəsini) tapaq.

Ədəd oxu üzərində təsviri:

Riyazi yazılışı: $(-1; 7) \cap [2; 8) = [2; 7)$

9 Ədəd oxu üzərində aşağıdakı aralıqların birləşməsini göstərin.
a) $(-5; 1)$ və $[-2; 5)$ c) $(-\infty; 2]$ və $[-1; +\infty)$
b) $[-6; 2)$ və $(1; 3)$ d) $(2; +\infty)$ və $[6; +\infty)$

Nümunə. $(-3; 4]$ və $[-2; 8]$ aralıqlarının birləşməsini tapaq.

Ədəd oxu üzərində təsviri:

Riyazi yazılışı: $(-3; 4] \cup [-2; 8] = (-3; 8]$

10 $A = [-2; 1)$, $B = (0; 3)$, $C = (-1; 2)$ olarsa, aşağıdakıları tapın.
a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \cup C$
d) $A \cap C$ e) $A \setminus B$ f) $B \setminus C$
g) $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$ h) $A \setminus (B \cup C)$

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Araşdırma. Eni 4 sm olan düzbucaqlı çəkin.
1) Bu düzbucaqlının uzunluğu 6 sm olarsa, perimetrini tapın.
2) Düzbucaqlının uzunluğu 6 sm-dən böyük olarsa, perimetrini qiymətləndirin.
3) Perimetrin 24 sm-dən kiçik olması üçün düzbucaqlının uzunluğu neçə santimetr olmalıdır?
Düzbucaqlının uzunluğunu x qəbul edərək onun perimetri üçün $2x + 8 < 24$ bərabərsizliyini yazmaq olar. Uzunluq 6 sm; 7 sm; 8 sm; 9 sm olduqda $P < 24$ şərtinin ödənildiyini yoxlayın.
Dəyişənin hansı qiymətlərində $2x + 8 < 24$ bərabərsizliyi doğrudur, hansı qiymətlərində doğru deyil?

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Tərif. Birdəyişənli bərabərsizliyin həlli dəyişənin həmin bərabərsizliyi doğru ədədi bərabərsizliyə çevirən bütün qiymətləri çoxluğuna deyilir.
Bərbərsizliyi həll etmək, onun bütün həllərini tapmaq və ya həllinin olmadığını isbat etmək deməkdir. Həllər çoxluğu eyni olan bərabərsizliklər eynigüclü bərabərsizliklər adlanır.
Həlləri olmayan bərabərsizliklər də eynigüclü hesab edilir.
Bərabərsizlikləri həll edərkən ədədi bərabərsizliklərin xassələrindən nəticə kimi alınan aşağıdakı təkliflərdən istifadə olunur.

√ 1) Toplananı əks işarə ilə bərabərsizliyin bir tərəfindən o biri tərəfinə keçirdikdə onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.

√ 2) Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir müsbət ədədə vurduqda və ya böldükdə, onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.
Məsələn, $6x - 2 > 10$ bərabərsizliyi $6x > 12$ bərabərsizliyi ilə, $6x > 12$ bərabərsizliyi isə $x > 2$ ilə eynigüclüdür.

√ 3) Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir mənfi ədədə vurduqda və ya böldükdə, bərabərsizliyin işarəsini dəyişməklə onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.

$ax > b$ və ya $ax < b$ (burada a və b hər hansı ədədlərdir) şəklində bərabərsizliklər birdəyişənli xətti bərabərsizlik adlanır.

$ax > b$ bərabərsizliyinin həlli
1) $a > 0$ olduqda $x > \frac{b}{a}$,
2) $a < 0$ olduqda $x < \frac{b}{a}$ kimi göstərilir.

$ax < b$ bərabərsizliyinin həlli
1) $a > 0$ olduqda $x < \frac{b}{a}$,
2) $a < 0$ olduqda $x > \frac{b}{a}$ kimi göstərilir.

Nümunə. $-3x + 6 > 18$ bərabərsizliyini həll edin.
Həlli:
$-3x > 18 - 6$ *hər iki tərəfdən 6 çıxaq,*
$-3x > 12$ *hər iki tərəfi –3-ə bölək,*
$x < -4$ $(-\infty; -4)$ aralığı bərabərsizliyin həllər çoxluğudur.

Ədəd oxu üzərində təsviri: –4 x

Öyrənmə tapşırıqları

1 Bərabərsizliyi həll edin və ədəd oxu üzərində həllər çoxluğunu təsvir edin.
a) $x - 7 > 0$ b) $x + 6 < 0$ c) $x + 1{,}5 \geq 0$ d) $x - 0{,}6 \leq 0$

2 Bərabərsizliyi həll edin.
a) $2x > 11$ b) $6x < 18$ c) $\frac{1}{2}y > -3$
d) $-2y \leq 15$ e) $5x \geq 0$ f) $-4\frac{1}{2}x \leq -3$

3 Bərabərsizliyi həll edin.
a) $6x - 3{,}2 > 0{,}4$ b) $15 - x < 12 - 4x$ c) $3 - 4y > 7$
d) $29 + 5x \leq 17 - 7x$ e) $3 - 4a \leq 1$ f) $3 + 5y \geq 15 + 8y$

4 a) x-in hansı qiymətlərində $2x - 7$ ikihədlisi müsbət qiymətlər alır?
b) y-in hansı qiymətlərində $15 - 3y$ ikihədlisi mənfi qiymətlər alır?
c) x-in hansı qiymətlərində $3x + 1$ ikihədlisi 25-dən kiçik qiymətlər alır?

5 Bərabərsizliyi həll edin.
a) $5(x - 2) + 12 > 7 - 3(x + 4)$
b) $3(a + 8) - 5(a - 1) < 7$
c) $4(x - 1{,}5) + 1 \geq 6x + 1{,}2$
d) $4x - (x + 6) - 3(2 - x) \leq 4$

6 Bərabərsizliyi həll edin.
a) $0{,}3(x - 2) - 0{,}8x > -4{,}4$ c) $\frac{2x - 1}{3} < 5$ e) $\frac{2}{7}(x - 4) > 3$
b) $\frac{15 - 3x}{12} \geq 5$ d) $3 > \frac{6 - x}{4}$ f) $\frac{7 - 2x}{2} \geq \frac{3x - 7}{4}$

7 Bərabərsizliyi həll edin.
a) $x(x - 3) > x^2 - 6x + 1{,}2$
b) $3y^2 - y(3y - 4) \leq 16$
c) $6x(x - 1) - 3x(2x - 2) > 6$
d) $(3y - 1)^2 > (y + 3)(9y - 1)$

8 Leyla skanerin köməyilə 56 şəkli kompüterin yaddaşına köçürməlidir. O, dəqiqədə 4 şəkil köçürə bilir. Leyla neçə dəqiqə işləsə, onun 10 dənədən az şəkli qalar?

9 Nəriman oyuncaq mağazasında 50 manatlıq hədiyyə çekinin 15 manatını xərclədi. Nəriman hədiyyə çekindəki məbləği keçməmək şərti ilə qalan puluna birinin qiyməti 2,55 manat olan məzəli eynəklər almaq istəyir. O, neçə eynək ala bilər?

Tətbiq tapşırıqları

10 Dəyişənin hansı qiymətlərində: a) $\frac{5-7y}{3}$ kəsrinin qiymətləri $\frac{2-3y}{6}$ kəsrinin uyğun qiymətlərindən böyükdür?
b) $3x-1$ ikihədlisinin qiymətləri $\frac{2x+1}{2}$ kəsrinin uyğun qiymətlərindən kiçikdir?

11 Bərabərsizliyi həll edin.

a) $(3-\pi)\cdot(3-2x)>0$ b) $(\sqrt{2}-3)\cdot(5-x)<0$

c) $\frac{x-4}{\pi-2}\geq 0$ d) $\frac{x+1}{\sqrt{3}-2}\leq 0$

12 a) y-in hansı qiymətlərində $\frac{2y-1}{3}$ və $\frac{y+1}{3}$ kəsrlərinin cəmi müsbətdir?
b) x-in hansı qiymətlərində $\frac{2x-1}{2}$ və $\frac{1+x}{3}$ kəsrlərinin fərqi mənfidir?

13 a) $3-(5-2x)<6$ bərabərsizliyini ödəyən ən böyük tam ədədi tapın.
b) $4(3-y)<14{,}6-2y$ bərabərsizliyini ödəyən ən kiçik tam ədədi tapın.

14 n-in hansı qiymətlərində:
a) $(3-2n)-(5n-26)$ fərqi müsbətdir?
b) $(-18{,}3+3n)+(7{,}3+2n)$ cəmi mənfidir?

15 Cəmi 105-dən böyük olan üç ardıcıl tək ədədin ən kiçiyini tapın.

16 Düzbucaqlının uzunluğu 8 sm-dir. Düzbucaqlının eni neçə santimetr olmalıdır ki, onun perimetri tərəfi 7 sm olan kvadratın perimetrindən kiçik olsun?

17 Turistlər motorlu qayıqla çayın axını ilə üzdülər. Onlar 3 saatdan gec olmayaraq düşərgəyə qayıtmalı idilər. Çayın axın sürəti 2 km/saat, qayığın durğun sudakı sürəti 18 km/saat olarsa, turistlər ən çoxu hansı məsafəyə uzaqlaşa bilərlər?

18 Aralarındakı məsafə 45 km olan iki məntəqədən eyni zamanda iki velosipedçi qarşı-qarşıya yola düşdü. Birinci velosipedçinin surəti 12 km/saatdır. İkinci velosipedçi hansı sürətlə getməlidir ki, hərəkətə başladıqdan iki saatdan az vaxtda görüşsünlər?

19 Araşdırmalar göstərir ki, yük daşımaq üçün ən çox istifadə olunan çanta növü kürək çantasıdır. Lakin bu cür çantalardan mütəmadi istifadə edənlərə çantanın ağırlığına diqqət yetirilməsi tövsiyə olunur. Dolu çantanın kütləsi onu daşıyan insanın kütləsindən 3 dəfə az olmalıdır. Təsəvvür edin ki, sizin kütləniz 54 kq-dır. Boş çanta isə 4 kq-dır. Siz çantaya ən çoxu neçə kiloqram yük yığa bilərsiniz?

20 Ülviyyə işdə nahar üçün kredit kartına bu ay 80 manat pul qoyub. Naharın qiyməti 4 manat 50 qəpik olarsa, Ülviyyənin neçə gündən sonra kartında 20 manatdan az pul qalacaq? Uyğun bərabərsizliyi yazın və həll edin.

21 n -bucaqlının daxili bucaqlarının cəmi $180^0(n-2)$ düsturu ilə hesablanır. Çoxbucaqlının tərəflərinin sayı ən azı neçə olmalıdır ki, onun daxili bucaqlarının cəmi 900^0-dən böyük olsun?

22 Turist 4 km/saat sürətlə hərəkətə başladı və düşərgədən 24 km məsafədə yerləşən şəhərə yollandı. 2 saatdan sonra onun ardınca ikinci turist çıxdı. İkinci turist hansı surətlə getməlidir ki, şəhərə birincidən tez çatsın?

23 16 şagirdi mükafatlandırmaq üçün şəkilli kitab və rəsm albomları alındı. Şəkilli kitab 1 manat 50 qəpik, rəsm albomu isə 80 qəpikdir. Neçə şəkilli kitab almaq lazımdır ki, alınan hədiyyələrin dəyəri 17 manatdan çox olmasın?

24 Rəşad mobil telefon danışıqları xidməti üçün ayda 10 manat və əlavə hər dəqiqə üçün 0,02 manat ödəməlidir. O, bu ay xidmət haqqının 25 manatı keçməməsinə çalışır. Bunun üçün Rəşad ən çoxu neçə dəqiqə danışmalıdır?

25 Verilən bərabərsizliklərə uyğun məsələ qurun.

a) $3(x+6) \leq 30$ b) $3x + 6 \geq 350$

26 $y = -\frac{1}{3}x$ funksiyası verilmişdir. x-in hansı qiymətlərində:

a) $y = 0$; b) $y > 0$; c) $y < 0$ olur?

27 x – in hansı qiymətlərində $y = 3x - 15$ düsturu ilə verilmiş funksiya:

a) müsbət qiymətlər; b) mənfi qiymətlər alır?

28 Dəyişənin hansı qiymətlərində ifadənin mənası vardır?

a) $\sqrt{2x-7}$ b) $\sqrt{6-2x}$ c) $\sqrt{\frac{2}{3}x+1}$

İkiqat bərabərsizliklərin həlli

İkiqat bərabərsizliklər

Sözlə yazılış	Riyazi yazılış	Ədəd oxu üzərində təsvir
2-dən böyük, 5-dən kiçik bütün həqiqi ədədlər	$x > 2$ və $x < 5$ $2 < x < 5$	
2-dən kiçik olmayan və 5-dən böyük olmayan bütün həqiqi ədədlər	$x \geq 2$ və $x \leq 5$ $2 \leq x \leq 5$	
2-dən kiçik və ya 6-dan böyük bütün həqiqi ədədlər	$x < 2$ və ya $x > 6$	
2-dən böyük olmayan və ya 6-dan kiçik olmayan bütün həqiqi ədədlər	$x \leq 2$ və ya $x \geq 6$	

Nümunə 1. $-2 < x + 4$ və $x + 4 < 1$ ikiqat bərabərsizliyini həll edin.

Həlli: x-in elə qiymətlərini tapmalıyıq ki, həm $-2 < x + 4$, həm də $x + 4 < 1$ bərabərsizlikləri doğru olsun.

$-2 < x + 4$ və $x + 4 < 1$

$-4 \quad -4 \quad -4 \quad -4$

$-6 < x$ və $x < -3$

$x > -6$ və $x < -3$

$-6 < x < -3$

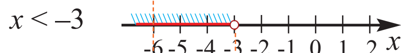
Cavab: $(-6; -3)$

Həllin ədəd oxu üzərində təsviri:

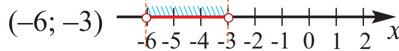
$x > -6$



$x < -3$



$(-6; -3)$



Nümunə 2. $-3 + x > 0$ və ya $-3 + x < -4$ ikiqat bərabərsizliyini həll edin.

Həlli: x-in elə qiymətlərini tapmalıyıq ki, ya $-3 + x > 0$, ya da $-3 + x < -4$ bərabərsizliyi doğru olsun. Hər iki bərabərsizliyi həll edib, həll çoxluqlarının birləşməsini tapaq.

$-3 + x > 0$ və ya $-3 + x < -4$

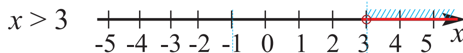
$+3 \quad +3 \quad +3 \quad +3$

$x > 3$ və ya $x < -1$

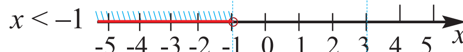
Cavab: $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Həllin ədəd oxu üzərində təsviri:

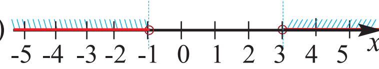
$x > 3$



$x < -1$



$(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$



Nümunə 3. $-7 < 2x + 1 \leq 17$ ikiqat bərabərsizliyini bərabərsizliklərin xassələrindən istifadə etməklə həll edin.

Həlli: $-7 < 2x + 1 \leq 17$ *1 çıxaq*

$-1 \quad -1 \quad -1$

$-8 < 2x \leq 16$ *2-yə bölək*

$-4 < x \leq 8$ **Cavab:** $(-4 : 8]$

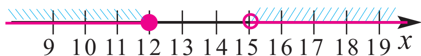
İkiqat bərabərsizliklərin həlli

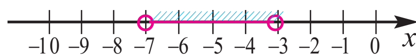
Öyrənmə tapşırıqları

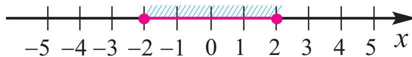
1 İkiqat bərabərsizliklərin həllini ədəd oxu üzərində təsvir edin.

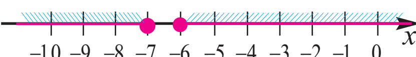
1) $x > 5$ və $x \le 9$
2) $s < -7$ və $s \le 0$
3) $r < 5$ və ya $r > 9$
4) $m \le -4$ və ya $m > 6$
5) $7 < d < 11$
6) $-1 \le g < 3$

2 Ədəd oxu üzərindəki təsvirlərə uyğun bərabərsizlikləri yazın.









3 Bərabərsizlikləri həll edin və ədəd oxu üzərində təsvir edin.

1) $k - 4 > 3$ və ya $k - 4 \le 1$
2) $d - 10 < -2$ və ya $d + 3 > 12$
3) $3 < 2x - 3 < 15$
4) $4 < 2y - 2 < 10$
5) $3t - 7 \ge 5$ və $2t + 6 \le 12$
6) $8 > 5 - 3n$ və $5 - 3n > -13$
7) $1 + y \le 3$ və ya $1 - y \le -4$
8) $3t + 1 \le 13$ və ya $3 - 3t \le -12$

4 Təkliflərə uyğun bərabərsizlikləri yazın.

1) Ədədin 5 ilə fərqi 14-dən kiçik, 5-dən isə böyükdür.
2) Ədədin iki misli ilə 3-ün cəmi –8 ilə 12 arasındadır.
3) Kəmiyyətin qiymətinin 5 misli ya 30-dan böyükdür, ya da 10-dan kiçik olur.

Tətbiq tapşırıqları

5 Situasiyalara uyğun bərabərsizlikləri yazın.

a) Azərbaycanın bəzi bölgələrində illik yağıntının orta miqdarı 300 millimetr və ya ondan az olur, bəzi yerlərində isə 7000 millimetrdən çox olur.

b) 9000 m yüksəklikdə uçan təyyarə kapitanı idarəetmə qülləsinə məlumat verir ki, hava burulğanından qaçmaq üçün ya təyyarəni ən azı 10000 m yüksəkliyə qaldırmalıdır, ya da 7000 m-dən aşağı endirməlidir.

6 Su atmosferdə kristal, maye və buxar halında olur. Temperatur 0°C-dən aşağı olduqda su donur, 100°C və ondan yuxarı olduqda isə su buxara çevrilərək qaz halında olur. Suyun maye halda olmadığı temperaturları bərabərsizlik şəklində yazın.

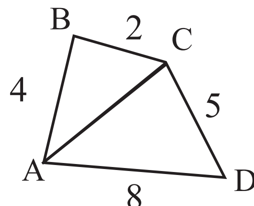
7 $x < 5$ və $x > 3$ ikiqat bərabərsizlikləri ilə $x < 5$ və ya $x > 3$ ikiqat bərabərsizlikləri arasındakı fərqli cəhətləri yazın.

8 Fərmanın bank hesabında 100 manat var və bank ayda bu hesaba 1,5 manat gəlir əlavə edir. Gülnazın hesabında 105 manat var və bank bu hesaba ayda 1,2 manat əlavə edir. Neçə aydan sonra Fərmanın hesabındakı pul Gülnazın hesabındakı puldan çox olacaq?

9 Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $-2 \le x + 3 < 9$
b) $-3 \ge x - 1$ və $x - 5 > 2$
c) $-2x > -8$ və $x + 7 \ge 6$
d) $m + 2 < -1$ və ya $m - 2 > 6$
e) $-2 > r + 2$ və ya $r + 4 < 5$
f) $5 > y + 9$ və ya $y - 4 > 2$

10 ABCD dördbucaqlısında verilən tərəflərə görə AC diaqonalının uzunluğu hansı tam qiymətləri ala bilər?



11 İkiqat bərabərsizliyi həll edin və onun həlləri olan üç ədəd göstərin.

a) $-7{,}5 \le \dfrac{7x+6}{2} \le 20{,}5$
b) $-2 \le \dfrac{3x+1}{7} \le 0$
c) $-1 < \dfrac{3-x}{3} < 5$
d) $-3{,}5 \le \dfrac{1-3x}{2} \le 2{,}5$

12 Məhəmməd iki testdən yığdığı orta balın ən azı 93 olmasını arzu edir. O, birinci testdən 90 bal toplayıb. Maksimum balın 100 bal olduğunu nəzərə alsaq, o, ikinci testdən neçə bal toplamalıdır ki, məqsədinə çatsın?

13 Aslan iki testdən 81 və 90 bal toplamışdır. Onun orta balının 85 və 95 arasında olması üçün üçüncü testdən toplamalı olduğu balı hesablamağa imkan verən bərabərsizliyi yazın və həll edin. (Maksimal bal 100-dür.)

Yaradıcı tətbiq

14 ***İtlərin iybilmə qabiliyyəti insanların iybilmə qabiliyyətindən 1000 dəfə güclüdür. Lakin görmə qabiliyyəti insanla müqayisədə çox aşağıdır.***
İtin və insanın eşitmə qabiliyyətləri haqqında cədvəldə məlumat verilmişdir. Səs dalğalarını onun tezliyi ilə qiymətləndirirlər. Tezliyin vahidi hersdir.

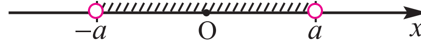


1) İtin və insanın eşitmə tezliyinin intervalını ifadə edən ikiqat bərabərsizlikləri yazın.
2) Hansı intervalda həm itin, həm də insanın eşitmə tezliyi üst-üstə düşür.
3) Səs tezliyinin elə intervalını yazın ki, bu intervalda it eşidir, insan isə eşitmir.

	Tezliyi (herslə)
İnsan	20-20000
İt	15-50000

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan sadə bərabərsizliklər

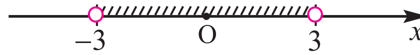
$a > 0$ olduqda $|x| < a$ bərabərsizliyi həndəsi olaraq ədəd oxu üzərində O nöqtəsindən elə x nöqtələrinə qədər olan məsafəni ifadə edir ki, həmin məsafə a -dan kiçik olsun. Bu isə $(-a\,;\,a)$ intervalında yerləşən nöqtələr çoxluğundan ibarətdir.



Deməli, $|x| < a$ bərabərsizliyi $-a < x < a$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür. Oxşar olaraq, $|x| \le a$ bərabərsizliyi $-a \le x \le a$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

Nümunə. $|x| < 3$ bərabərsizliyin həllini ədəd oxu üzərində təsvir edin və aralıq şəklində yazın.

Həlli: Ədəd oxu üzərində təsvir



$-3 < x < 3$ **Cavab:** $(-3;3)$

$a > 0$ olduqda $|x| > a$ bərabərsizliyi həndəsi olaraq hesablama başlanğıcından məsafəsi a-dan böyük olan bütün x nöqtələri çoxluğunu ifadə edir. $(-\infty; -a)$ və ya $(a; +\infty)$ aralıqlarının hər hansı birindən götürülmüş istənilən x üçün hesablama başlanğıcından x-ə qədər məsafə a-dan böyükdür .

Deməli, $|x| > a$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu $x < -a$ və ya $x > a$ bərabərsizliklərinin ödənildiyi aralıqların birləşməsindən alınan $(-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$ çoxluğudur.



$|x| \ge a$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu isə $(-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$ olur.

Nümunə. $|x| > 3$ bərabərsizliyini həll edin.

Həlli: Ədəd oxu üzərində təsvir



$x < -3$ və ya $x > 3$ **Cavab:** $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

Öyrənmə tapşırıqları

1 $-3;\ -2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3$ ədədlərindən hansılar verilmiş bərabərsizliyin həllidir?

a) $|x| < 2$ b) $|x| > 1$ c) $|x| \le 3$ d) $|x| > 4$

2 Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $|x| < 4$ b) $|x| \le 2$ c) $|x| < -1$ d) $|x| < 5$

e) $|x| > 4$ f) $|x| > 2$ g) $|x| > -1$ h) $|x| > 0$

3 Nümunəyə oxşar üsulla həll edin.

a) $|x - 5| < 1$ b) $|x + 1| < 3$ c) $|2x - 1| \le 7$

d) $|3x + 2| < 8$ e) $|7x - 2| \le 5$ f) $|3x - 1| < 8$

Nümunə : $|2x - 3| < 7$ bərabərsizliyini həll edək.

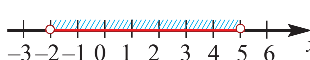
$-7 < 2x - 3 < 7$ *3 əlavə edək*

$-4 < 2x < 10$ *2-yə bölək*

$-2 < x < 5$

Ədəd oxu üzərində təsvir:

Cavab : $(-2\,;\,5)$



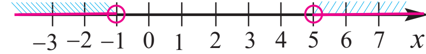
4 Nümunəyə oxşar üsulla həll edin.

a) $|x-2|>2$ b) $|x-1|>3$ c) $|2x-5|\geq 3$

d) $|2x+1|>5$ e) $|7x-2|\geq 5$ f) $|3x-1|>8$

Nümunə. $|x-2|>3$ bərabərsizliyini həll edək. $|x-2|>3$ bərabərsizliyi o zaman doğru olur ki, $x-2<-3$, yaxud $x-2>3$ bərabərsizliyi doğru olsun. Birinci bərabərsizlikdən $x<-1$, ikincidən isə $x>5$ alarıq.

Cavab: $(-\infty; -1)\cup(5; +\infty)$



5 Standarta görə qutulardakı düyü 450 q olmalıdır. Qutuların üzərində 450 q ± 14 q məlumatı qeyd edilmişdir. Bu məlumata görə bir qutudakı düyünün həqiqi kütləsi hansı intervalda dəyişir?

Həll nümunəsi.

Sözlə yazılış:

Standart 450 q

Həqiqətdə x

Mütləq xəta 14

|standart kütlə - həqiqi kütlə| ≤ mütləq xəta

Riyazi yazılış:

$|x-450|\leq 14$

$-14\leq x-450\leq 14$

$436\leq x\leq 464$

6 Üzmə hovuzunda suyun qələviliyinin 7,5 pH səviyyəsində saxlanılması tövsiyə edilir. Kənara çıxma 0,3 pH ola bilər. Uyğun bərabərsizliyi yazın.

7 Sağlamlıq mərkəzində abunə haqqı 25 manatdır. Lakin bəzi fəaliyyətləri əlavə etməklə və ya çıxmaqla, bu qiymət 5 manata qədər arta və ya azala bilər. Qiymət dəyişməsini modullu bərabərsizliklə yazın.

8 Bərabərsizliyi həll edin.

1) $\left|\dfrac{2p-8}{4}\right|\geq 9$ 2) $\left|\dfrac{7c+3}{2}\right|\leq -5$ 3) $\left|\dfrac{2g+3}{2}\right|>-7$

4) $|-6r-4|<8$ 5) $|-3p-7|>5$ 6) $|-h+1{,}5|<3$

9 a-nın hansı qiymətlərində bərabərsizliyin həllər çoxluğu R həqiqi ədədlər çoxluğu olar?

a) $|x+1|\geq a-2$ b) $|x-3|>a+1$

10 Bərabərsizliyi ikiqat bərabərsizlik şəklində yazın və həll edin.

a) $|x+8|<5$ b) $|9-x|>21$ c) $|10-3x|\geq 17$

d) $|11-2x|\geq 13$ e) $|x+5|\leq 9$ f) $|1\ 4x+10|<18$

11 Sürətə nəzarət qurğusu saatda 55 km sürətlə hərəkət edən avtomobilin sürətinin dəyişməsini 3 km/saat civarında tənzimləyir. Uyğun bərabərsizliyi yazın.

12 Bərabərsizliklərdən hansının həlli yoxdur, hansının həlli var? Həlli ədəd oxu üzərində təsvir edin.

a) $|m+4|<-2$ b) $|-2c-3|>-4$ c) $|-h+1{,}5|<3$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 Avtomobil kirayə verən A şirkəti kirayə haqqı olaraq gündəlik 4 manat və hər kilometr üçün 0,25 manat, B şirkəti isə gündəlik 25 manat və hər kilometr üçün 0,15 manat tələb edir. Gündə neçə kilometr yol qət edən müştəri üçün A şirkətinin təklifi B şirkətinin təklifindən sərfəli olacaq?

A şirkəti: B şirkəti:

günlük haqq + 1 km haqq × qət edilən yol km-lə < günlük haqq + 1 km haqq × qət edilən yol km-lə

$4 + 0{,}25x < 25 + 0{,}15x$

$0{,}25x - 0{,}15x < 25 - 4$

$0{,}1x < 21$

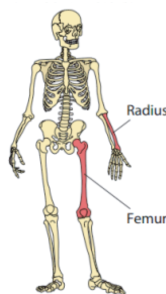
$\frac{0{,}1x}{0{,}1} < \frac{21}{0{,}1}$

$x < 210$

Gündə 210 km-ə qədər yol qət edənlər üçün A şirkətinin təklifi daha sərfəlidir.
Yoxlayaq:
məsələn, $x = 200$ km olsa,
A şirkəti: $4 + 0{,}25 \cdot 200 = 54$,
B şirkəti: $25 + 0{,}15 \cdot 200 = 55$
$54 < 55$

2 Şirkət yeni printer almağı planlaşdırır. A printerinin qiyməti 85 manatdır, hər nüsxənin çapı üçün isə 0,05 manat xərclənir. B printerinin qiyməti isə 215 manatdır, hər nüsxə üçün 0,01 manat xərc tələb edir. Hansı şərtlər daxilində B printerini almaq sərfəli olar?

3 Tibbi ekspertiza mütəxəssisləri insanın sümüklərinin ölçüsünə görə onun boyunu təxmin edə bilirlər. Bir gənc qızın boyunu femur (bud) sümüyünün uzunluğuna görə $|h - (2{,}47f + 54{,}10)| \leq 3{,}72$ bərabərsizliyindən, bir gənc oğlanın boyunu isə radius (mil) sümüyünün uzunluğuna görə $|h - (3{,}32r + 85{,}43)| \leq 4{,}57$ bərabərsizliyindən istifadə etməklə təxmini müəyyən etmək olar. Burada f-femur sümüyünün, r- radius sümüyünün uzunluğudur, h isə boyu göstərir.



a) Femur sümüyünün uzunluğu $f = 30{,}25$ sm olan qızın boyu hansı intervalda ola bilər?
b) Radius sümüyünün uzunluğu $r = 25{,}45$ sm olan gəncin boyunun hansı intervalda olduğunu düşünmək olar?

4 Temperaturun Farengeyt ölçü vahidi ilə Selsi vahidi arasında əlaqə $F = \frac{9}{5}C + 32°$ kimidir. Temperatur gün ərzində 65°-dən 115° Farengeyt qədər dəyişmişsə, temperatur dəyişməsini Selsi ilə ifadə edin.

5 Bərabərsizliyi həll edin.

a) $|x - 3| < 2$ b) $|x + 1| < 5$ c) $|y - 5| \leq 1$
d) $|2x - 3| \leq 7$ e) $|7x + 5| < 16$ f) $|4x + 1| < 5$

6 a-nın hansı qiymətlərində bərabərsizliyin həlli yoxdur? a-nın elə bir qiymətini göstərin ki, bərabərsizliyin həlli olsun və bu həlli tapın.
a) $|x-2|<a-1$ b) $|x+3|\leq a+1$

7 $|3-2x|<5$ bərabərsizliyinin ən böyük və ən kiçik tam həllərinin hasilini tapın.

8 Üç ardıcıl tam ədədin cəmi 63 ilə 81 arasındadır. Bu şərti ödəyən ədədlər çoxluğunu yazın.

9 Düzbucaqlı formada olan vərəqin uzunluğu enindən 2 dəfə böyükdür. Vərəqin hər tərəfindən 1 sm kəsdikdən sonra vərəqin perimetri ən çoxu 1m oldu. Kəsilmiş düzbucaqlının ən böyük ölçülərini tapın.

10 Həlli boş çoxluq olmayan bərabərsizliklərin həllini ədəd oxu üzərində təsvir edin.

$2x+3>1$ $2t+7\geq 13$ $-5<1-2k<3$
$5x-9\geq 6$ $5t-4<6$ $-6\leq 5-3m\leq 7$
$|12-x|\leq 9$ $|16-x|\geq 10$ $-3<2-\dfrac{d}{3}\leq -1$

11 Metro xəttinin uzunluğu 9 km-dir. Qatar ilk və son stansiyalar arasında 6 stansiyanın hər birində eyni müddət dayanır və dayanmalarla birlikdə bu məsafəni ən çoxu 20 dəqiqəyə qət edir. Qatarın stansiyalar arasındakı orta sürəti saatda 36 km olarsa, hər stansiyada ən çoxu neçə dəqiqə dayanır?

12 Ədəd oxu üzərində təsvir edin. Uyğun bərabərsizlikləri yazın.
1) –5-dən kiçik və ya 8-dən böyük bütün həqiqi ədədləri;
2) 3-dən böyük və 8-dən kiçik ədədləri.

13 Dəyişənin hansı qiymətlərində ifadənin mənası vardır?

a) $\sqrt{12-3x}$ b) $\sqrt{2x+15}$ c) $\sqrt{(1-\sqrt{6})(x-6)}$

d) $\sqrt{(3-\sqrt{8})(8-x)}$ e) $\sqrt{|x-1|-2}$ f) $\sqrt{3-|x-1|}$

14 c-nin hansı qiymətlərində $x^2-2x+c=0$ tənliyinin:
a) iki müxtəlif həqiqi kökü var; b) həqiqi kökü yoxdur?

15 Uyğunluğu müəyyən edin.

1) $-3<x<4$
2) $-3<x+1\leq 5$
3) $|x|\leq 4$

A) Ən kiçik tam həlli –4-dür.
B) Ən kiçik tam həlli –3-dür.
C) Ən böyük tam həlli 3-dür.
D) Tam həllərinin cəmi 0-a bərabərdir.

10

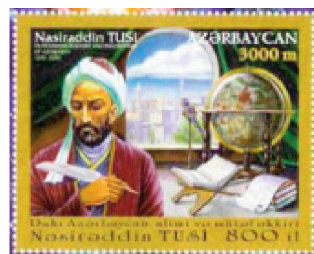
Triqonometrik nisbətlər
Koordinatlar üsulu
Fiqurların çevrilməsi

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- triqonometrik nisbətləri;
- triqonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi;
- oxşarlıq çevrilmələrini əks etdirən şəkillər çəkməyi;
- fiqurların müxtəlif hərəkətlərini təsvir etməyi.

Bu maraqlıdır!

Dahi Azərbaycan mütəfəkkiri, riyaziyyatçısı, astronomu, filosofu Nəsrəddin Tusi bəşəriyyətin elm tarixinə böyük töhfələr verən əsərlər yazmışdır. Yazılı mənbələrdə Tusidən "Triqonometriyanın atası" kimi söz açılır. O, "Dairənin ölçüləri" əsərində ilk dəfə olaraq sinuslar teoremini isbat etmiş və astronomik hesablamalara tətbiq etmişdir.

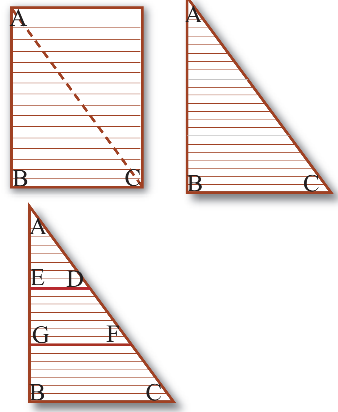






Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər

Praktik məşğələ. 1. Bir vərəq kağızı diaqonalı boyu qatlayın və kəsin. Alınan düzbucaqlı üçbucağı ABC adlandırın.
2. Kağızı iki dəfə elə qatlayın ki, AB tərəfinə perpendikulyar parçaların izləri alınsın. Bu izləri karandaşla çəkin.
3. D,E,F və G nöqtələrini qeyd edin. AC, AB, BC, AF, AG, FG, AD, AE və DE parçalarının uzunluqlarını xətkeşlə millimetr dəqiqliyi ilə ölçün.
4. Apardığınız ölçmələr əsasında nisbətləri yazın. Nəticəni mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın və cədvəli tamamlayın.



ΔABC	ΔAED	ΔAGF
$\frac{BC}{AC} \approx$	$\frac{ED}{AD} \approx$	$\frac{GF}{AF} \approx$
$\frac{AB}{AC} \approx$	$\frac{AE}{AD} \approx$	$\frac{AG}{AF} \approx$
$\frac{BC}{AB} \approx$	$\frac{ED}{AE} \approx$	$\frac{GF}{AG} \approx$

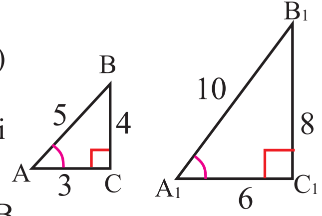
5. Nisbətlər haqqında fikirlərinizi ümumiləşdirin.
6. Bu üçbucaqlarda $\angle A$ haqqında hansı fikirləri söyləmək olar?

Triqonometriya qədim yunan sözüdür. ***Triqonon*** - üçbucaq, ***metron*** - ölçmə deməkdir. Yuxarıda nəzərdən kecirdiyimiz nisbətlər - düzbucaqlı üçbucaqda iki tərəfin nisbəti triqonometrik nisbətlər adlanır və bu nisbətlərin (bu halda A bucağına nəzərən) hər birinin xüsusi adı və qısa yazılışı mövcuddur: *sinus - sin, kosinus - cos, tangens - tan*.

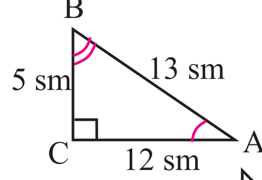
Triqonometrik nisbətlər

İti bucağın sinusu bu bucağın qarşısındakı katetin hipotenuza nisbətinə deyilir.	$\sin \angle A = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{hipotenuz}}$	$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}$	B A C
İti bucağın kosinusu bu bucağa bitişik katetin hipotenuza nisbətinə deyilir.	$\cos \angle A = \frac{\text{bitişik katet}}{\text{hipotenuz}}$	$\cos \angle A = \frac{AC}{AB}$	B A C
İti bucağın tangensi bu bucağın qarşısındakı katetin bitişik katetə nisbətinə deyilir.	$\tan \angle A = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{bitişik katet}}$	$\tan \angle A = \frac{BC}{AC}$	B A C

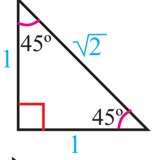
Öyrənmə tapşırıqları.



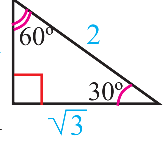
1 Şəkildəki ΔABC və $\Delta A_1B_1C_1$ (TTT əlamətinə görə) oxşar üçbucaqlardır.
A və A_1 bucaqlarının sinus, kosinus və tangensini tapın. Fikirlərinizi ümumiləşdirin.



2 Şəklə görə: a) $\sin\angle A$, $\cos\angle A$, $\tan\angle A$; b) $\sin\angle B$, $\cos\angle B$, $\tan\angle B$-ni hesablayın.

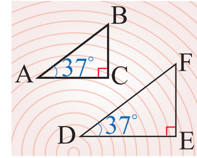


3 Bucaqları 45°; 45°; 90° olan üçbucağın tərəflərinin uzunluğundan istifadə etməklə 45°-li bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.



4 Bucaqları 30°; 60°; 90° olan üçbucaqdan istifadə etməklə: a) 30°; b) 60° -li bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.

5 3-cü və 4-cü tapşırığın nəticələrinə görə 30°, 45°, 60°-li bucaqların sinus, kosinus, tangensini göstərən cədvəl tərtib edin.



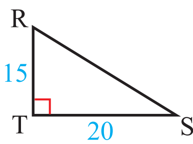
6 Səbinə deyir ki, ΔDEF-də $\angle D$-nin sinusu ΔABC-də $\angle A$-nın sinusundan böyükdür. Çünki DEF üçbucağı ABC üçbucağından böyükdür. Səbinənin fikrinə münasibətinizi şifahi və yazılı olaraq bildirin.

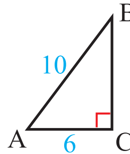
7 İti bucağın sinus və ya kosinusu 1-dən böyük ola bilərmi? İti bucağın tangensi 1-dən böyük və ya kiçik, yaxud da 1-ə bərabər ola bilərmi?

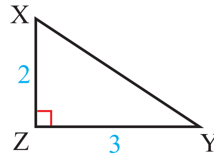
8 Aşağıda verilənlərə görə bucaqları qurun.

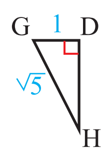
1) $\tan\angle A = \frac{4}{3}$ 2) $\sin\angle A = \frac{3}{5}$ 3) $\cos\angle A = \frac{3}{5}$

9 Şəkildə verilənlərə görə düzbucaqlı üçbucağın iti bucaqlarının sinus, kosinus və tangensini tapın. Nəticəni lazım olduqda ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

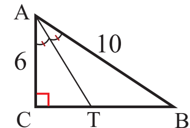








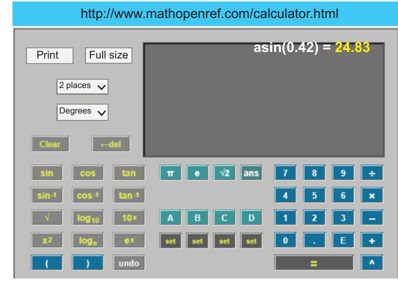
10 Şəkildə verilənlərə görə $\angle TAC$-nin sinus, kosinus və tangensini tapın.



Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər

Verilən bucağın sinus, kosinus və tangensini hesablamaq, həmçinin verilən triqonometrik nisbətə görə bucağın dərəcə ölçüsünü tapmaq üçün **http://www.mathopenref.com/calculator.html** kimi xüsusi kalkulyatorlardan istifadə edilir.

1) Şəkildə 74º-li bucağın sinusunu tapma qaydası verilmişdir. Analoji qayda ilə onun kosinus və tangensi kalkulyatorla tapılır.



2) sin ∠A = 0,42 olduğuna görə ∠A-nın dərəcə ölçüsünü tapmaq üçün $\sin^{-1}$ ($\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$) klavişindən istifadə etmək lazımdır. Bu halda hesablama yüzdəbirə qədər dəqiqliklə aparılmışdır. Menyuda vergüldən sonrakı rəqəmlərin sayına görə hesablama dəqiqliyini seçmək olar.

Nümunə	Klaviatura düymələri	Kalkulyatorda görüntü
sin 74º	SIN 74 ENTER və ya =	0,9613
sin ∠A = 0,42	SIN^{-1} 0,42 ENTER və ya =	24,83

11 a) Kalkulyatorun köməyilə yüzdəbirə qədər dəqiqliklə hesablayın.

1) cos 70° 3) tan 2° 5) sin 78° 7) cos 36°

2) cos 23° 4) cos 63° 6) sin 56° 8) tan 66°

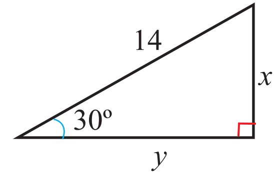
b) Bucaqların dərəcə ölçülərini kalkulyatorla ondabirə qədər dəqiqliklə tapın.

1) tan ∠A = 0,5095 3) tan ∠B = 1,4653 5) cos ∠A = 0,25

2) sin ∠A = 0,35 4) cos ∠A = 0,135 6) sin ∠A = 0,135

12 Triqonometrik nisbətlərdən istifadə etməklə düzbucaqlı üçbucağın bucaqlarını, tərəflərinin uzunluğunu tapmaq olar.

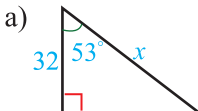
Məsələn, şəkildəki düzbucaqlı üçbucağın naməlum tərəflərini tapaq.

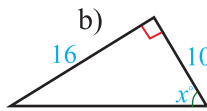


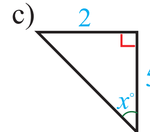
$\sin 30^\circ = \dfrac{x}{14}$ $x = 14 \cdot \sin 30^\circ = 14 \cdot 0,5 = 7$

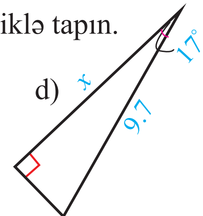
$\cos 30^\circ = \dfrac{y}{14}$ $y = 14 \cdot \cos 30^\circ \approx 14 \cdot 0,866 = 12,124 \approx 12,1$

x-lə işarə edilmiş bucağı və ya tərəfi ondabirə qədər dəqiqliklə tapın.

a) 

b) 

c) 

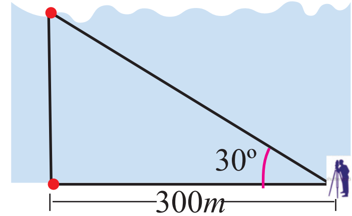
d) 

Triqonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

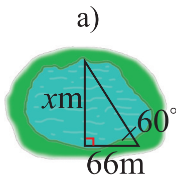
Teodolit bucaqları ölçmək üçün istifadə edilən xüsusi alətdir. Mütəxəsislər bucaqları ölçdükdən sonra triqonometriyanın köməyilə lazım olan uzunluqları, hündürlükləri hesablaya bilirlər.

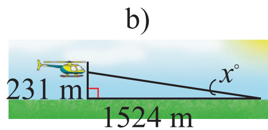


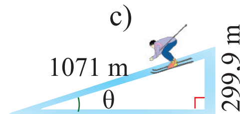
1 Çayın üstündən yeni körpü salınması üzərində işləyən mühəndis teodolitlə ölçmələr aparır. Mühəndis olduğu tərəfdə sahilboyu 300 m-lik məsafəni olçdü və nişangah qoydu. O bu nişangahın bərabərində digər sahildə yerləşən nöqtənin, dayandığı yerdən 30º-li bucaq altında göründüyünü teodolitlə ölçdü. Bu məlumatlara görə çayın enini metr dəqiqliyi ilə tapın.

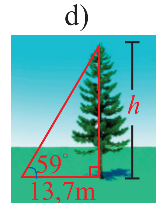


2 Şəkildə verilənlərə görə naməlum tərəfin uzunluğunu və naməlum bucağın dərəcə ölçüsünü tapın.

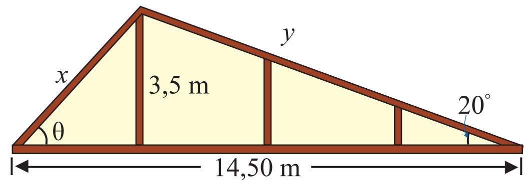
a)


b)


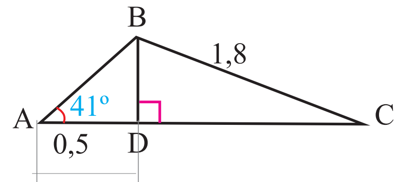
c)


d)


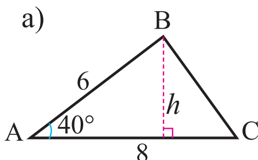
3 Şəkildə evin damının öndən görüntüsünün bir hissəsi verilmişdir. Bu konstruksiyada qeyd olunmuş x və y tərəflərinin uzunluqlarını və θ bucağını tapın.

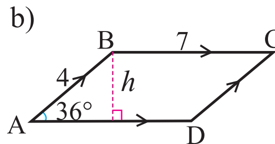


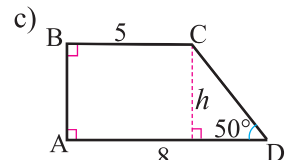
4 ΔABD-nin və ΔBDC-nin tərəflərinin uzunluqlarını və bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.



5 Şəkildə verilənlərə görə fiqurun h ilə işarə edilmiş hündürlüyünü və sahəsini tapın. Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

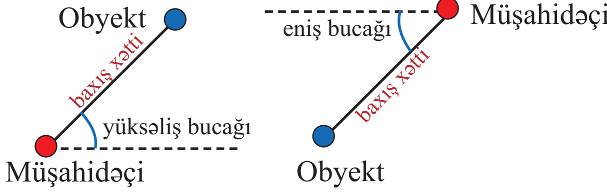
a)


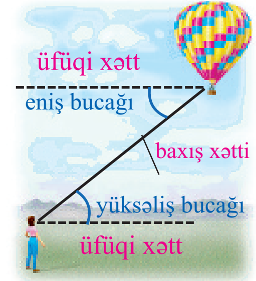
b)


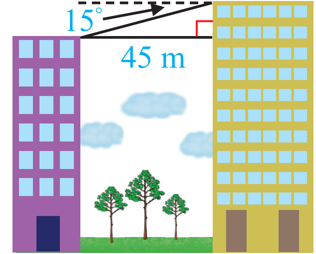
c)


Triqonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Triqonometrik nisbətlərin köməyilə real həyatda obyektlərin hündürlüyünü, onlar arasındakı məsafəni hesablamaq mümkündür. Bu tip ölçüləri müəyyən etmək üçün ***yüksəliş*** və ***eniş bucağından*** **istifadə edilir.**
Yüksəliş və ***eniş bucaqları*** müşahidəçidən obyektə çəkilmiş baxış xətti ilə üfüqi xəttin əmələ gətirdiyi bucaqlardır.



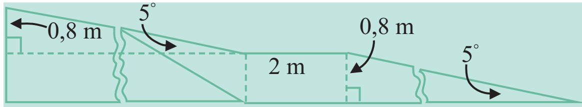


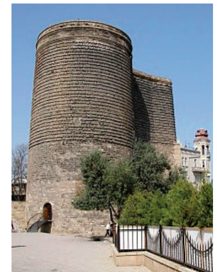


6 İki çoxmərtəbəli bina arasındakı məsafə 45 m-dir. Mərtəbələrinin sayı daha çox olan binanın hündürlüyü 60 m-dir. Digər binanın hündürlüyünü tapın.

7 Sağlamlıq imkanları məhdud olan şəxslər üçün tikilən yola müəyyən standartlar tətbiq edilir. Bu yollarda hündürlükləri 80 sm, meyil bucağı 5° olan maili hissələrin uzunluğu 2 m olan düz hissələrlə növbələşməsi ən yaxşı variant hesab edilir. Bu tələblərin əks edildiyi plana görə məsələləri həll edin.
1) Hər bir maili hissənin uzunluğunu tapın.
2) İki pillədən ibarət xüsusi keçid üzrə hərəkət etdikdə cəmi neçə metr yol gedilər?
Cavabı yüzdəbirlərə qədər dəqiqliklə yazın.

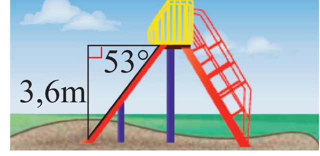






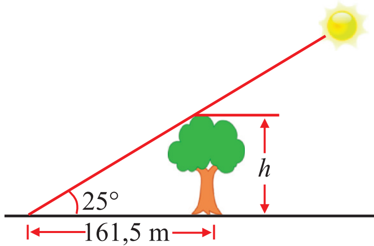
8 Eldar Qız qalasından 8 m aralıda dayanmışdır. Eldar dayandığı nöqtədən yüksəliş bucağının 74° olduğunu ölçdü. Bu məlumatlara görə şəkil çəkin və Qız qalasının hündürlüyünü tapın.

9 Sürüşkənin eniş bucağı 53º, yerdən hündürlüyü isə 3,6 metrdir. Sürüşkən yolunun uzunluğunu tapın.

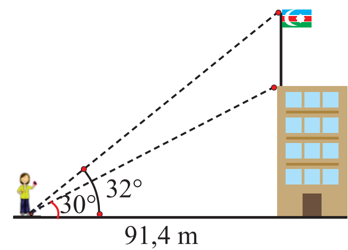


10 Siz 30 m hündürlüyü olan təpədən dənizdə üzən yelkənli qayığı müşahidə edirsiniz.
1) Məsələyə uyğun şəkil çəkin.
2) Eniş bucağı 30º;40º; 50º; 60º olan hallar üçün baxış xəttinizin uzunluğunu (hipotenuz) tapın. Nəticələri cədvəldə yerləşdirin.

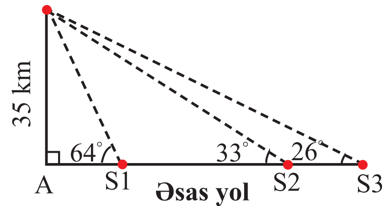
11 Şəkildə verilənlərə görə ağacın hündürlüyünü tapın.



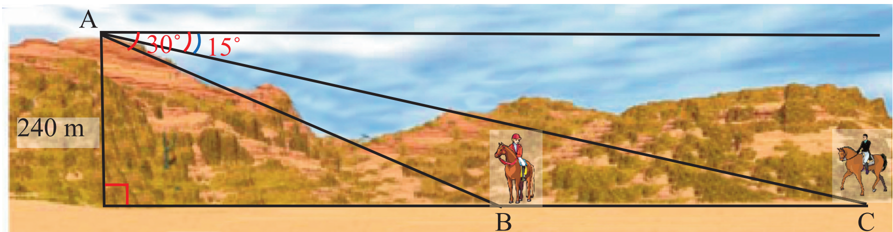
12 Şəkildə verilənlərə görə binanın və bayrağın hündürlüyünü tapın.



13 Kosmik radio dalğa ötürücüsü olan qüllə siqnalları magistral yol üzərində yerləşən S1, S2, S3 stansiyalarına ötürür. Əsas qüllədən magistral yola qədər məsafə 35 km-dir. Əsas qülləyə nəzərən stansiyaların yerləşməsi şəkildə göstərildiyi kimidir. Əsas qullədən hər bir stansiyaya qədər məsafəni tapın.



14 Təsəvvür edin ki, siz hündürlüyü 240 m olan dağın zirvəsindəsiniz. Buradan dağa tərəf gələn düz yolda iki atlı görürsünüz. B atlısı ilə sizin eniş bucağınız 30°, C atlısı ilə isə 15°-dir. Həmin anda:
1) Dayandığınız nöqtədən hər bir atlıya qədər məsafə neçə metrdir?
2) İki atlı arasındakı məsafə nə qədərdir?



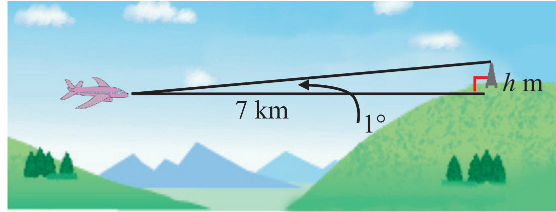
Məsələlərə uyğun şəkillər çəkin.

15 Ticarət mərkəzindəki eskalatorun şaquli hündürlüyü 4,3 m-dir. Bu eskalatorla yuxarıya qalxdıqda üfüqi olaraq 15 m yol gedilmiş olur.
1) Eskalatorun uzunluğunu tapın. Məsələyə uyğun şəkil çəkin.
2) Məsələdə verilənləri elə dəyişin ki, məsələ triqonometrik nisbətlərdən istifadə etməklə həll edilsin.

16 Kamil otelin pəncərəsindən düz şose yolla hərəkət edərək uzaqlaşan avtobusu müşahidə edir. Avtobus gözdən itənəcən eniş bucağı 46°-dən 18°-yə qədər dəyişir. Kamilin qaldığı otağın pəncərəsi 20 m hündürlükdə yerləşirsə, müşahidə oluna bilən yolun uzunluğu neçə metrdir?

17 **Quşları öyrənən elm sahəsi ornitologiya, bu sahənin mütəxəsisləri isə ornitoloq adlanır.** İki ornitoloq bir düz xətt üzərində olmaqla eyni quş yuvasını müşahidə edir. Quş yuvası ilə müşahidəçilər arasındakı yüksəliş bucağı uyğun olaraq 30° və 60°, ornitoloqlar arasındakı məsafə isə 58 metrdir. Hər bir ornitoloq ilə quş yuvası arasındakı məsafə neçə metrdir?

18 Yüksək sürətlə və minimum yüksəliş bucağı altında uçan təyyarəyə radar sistemi mümkün maneələr və maneəyə görə yüksəliş bucağı haqqında məlumatlar göndərir.



Müəyyən hündürlükdə yüksəliş bucağı 1° olmaqla uçan təyyarə 7 km aralıda qüllə olduğu haqqında siqnal aldı.
Təyyarə hər bir obyektin 300 m hündürlüyündən uçub keçməlidir. Bunun üçün təyyarə yüksəliş bucağını necə dəyişməlidir?

Triqonometrik eyniliklər

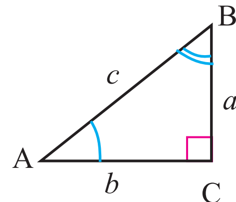
ABC düzbucaqlı üçbucağında iti bucaqların triqonometrik nisbətləri arasında aşağıdakı asılılıqlar mövcuddur.

1. $\sin\angle A = \cos(90° - \angle A) = \cos\angle B$ $\quad$ $\cos\angle A = \sin(90° - \angle A) = \sin\angle B$

$\sin\angle B = \cos(90° - \angle B) = \cos\angle A$ $\quad$ $\cos\angle B = \sin(90° - \angle B) = \sin\angle A$

$\sin\angle A = \frac{a}{c}$ $\quad$ $\cos\angle A = \frac{b}{c}$

$\sin\angle B = \frac{b}{c}$ $\quad$ $\cos\angle B = \frac{a}{c}$



$\sin\angle A = \cos\angle B$ və $\angle B = 90° - \angle A$ olduğundan

$\sin\angle A = \cos(90° - \angle A) = \cos\angle B$ $\quad$ $\angle A$ və $\angle B$ tamamlayıcı bucaqlardır.

Nümunə. $\sin 55° = \cos(90° - 55°) = \cos 35°$
55°-li bucağın sinusu 35°-li bucağın kosinusuna bərabərdir.

2. $\tan \angle A = \dfrac{\sin \angle A}{\cos \angle A}$

İsbatı: Tərifə görə $\sin \angle A = \dfrac{a}{c}$, $\cos \angle A = \dfrac{b}{c}$, $\tan \angle A = \dfrac{a}{b}$

Digər tərəfdən $\dfrac{\sin\angle A}{\cos\angle A} = \dfrac{a}{c} : \dfrac{b}{c} = \dfrac{a}{b}$, Deməli, $\tan \angle A = \dfrac{\sin \angle A}{\cos \angle A}$

3. $\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = 1$

İsbatı: $\sin \angle A = \dfrac{a}{c}$, $\sin^2\angle A = \dfrac{a^2}{c^2}$

$\cos \angle A = \dfrac{b}{c}$, $\cos^2\angle A = \dfrac{b^2}{c^2}$

tərəf-tərəfə toplayaq

$$\sin^2\angle A + \cos^2\angle A = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2},$$

Pifaqor teoreminə görə $a^2 + b^2 = c^2$ olduğundan alırıq: $\sin^2\angle A + \cos^2\angle A = 1$.

Öyrənmə tapşırıqları

1 a) Verilən ifadələri kosinusla ifadə edin.
1) $\sin 37°$ 2) $\sin 81°$ 3) $\sin 29°$ 4) $\sin 64°$
b) Verilən ifadələri sinusla ifadə edin.
1) $\cos 59°$ 2) $\cos 42°$ 3) $\cos 73°$ 4) $\cos 18°$

2 1) $\sin^2 30° + \cos^2 30° = 1$ olduğunu hesablamalarla göstərin.

2) ΔABC-də $\angle C = 90°$, $\tan \angle A = \dfrac{1}{3}$ olarsa, iti bucaqlarının sinus və kosinusunu hesablayın. Məsələni müxtəlif üsullarla həll edin.

3 ΔABC bərabərtərəfli üçbucaqdır. ΔEFD isə düzbucaqlı üçbucaqdır: $\angle E = 90°$, $FD = 2$, $FE = 1$. İsbat edin ki, $\sin \angle C = \cos \angle D$.

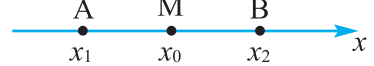
4 İti bucağının sinusu və kosinusu bərabər olan düzbucaqlı üçbucaq haqqında hansı fikirləri söyləmək mümkündür?

5 Sadələşdirin.
a) $\sin 18° - \cos 72°$ b) $\dfrac{\cos 54°}{\sin 36°}$ c) $\sin^2 40° + \sin^2 50°$

6 A iti bucaq və $\tan \angle A = 2$ olarsa, ifadənin qiymətini tapın.
a) $\dfrac{\sin\angle A + 2\cos\angle A}{\cos\angle A}$ b) $\dfrac{\sin\angle A + \cos\angle A}{2\sin\angle A - \cos\angle A}$

Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları

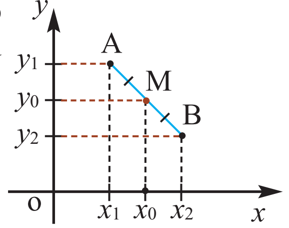
1) Ədəd oxu üzərində uc nöqtələri A(x_1) və B(x_2) olan AB parçasının orta nöqtəsi M(x_0) olsun.



AM = MB AM = $|x_0 - x_1|$ MB = $|x_2 - x_0|$

şəklə əsasən $x_1 < x_2$ olduğundan alırıq: $x_0 - x_1 = x_2 - x_0$, $\mathbf{x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}}$

2) Fales teoreminə görə M nöqtəsi koordinat müstəvisində verilmiş AB parçasının orta nöqtəsidirsə, absis oxu üzərində x_0-a uyğun nöqtə də uc nöqtələrinin absisləri x_1 və x_2 olan parçanın orta nöqtəsidir.



3) Uc nöqtələri A(x_1; y_1) və B(x_2; y_2) olan AB parçasının M(x_0; y_0) orta nöqtəsinin koordinatları aşağıdakı kimi tapılır:

$$\begin{cases} x_0 = \dfrac{x_1 + x_2}{2} \\ y_0 = \dfrac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

AB parçası koordinat oxlarından hər hansı birinə paralel olduqda da bu düsturun doğruluğunu yoxlayın.

Nümunə: Uc nöqtələri A(–1;2) və B(3;4) olan AB parçasının orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

Həlli: AB parçasının orta nöqtəsi M(x_0;y_0) olsun. Parçanın orta nöqtəsinin koordinatı düsturuna görə alırıq: $x_0 = \frac{-1 + 3}{2} = 1$, $y_0 = \frac{2 + 4}{2} = 3$ **Cavab:** M(1;3)

Öyrənmə tapşırıqları

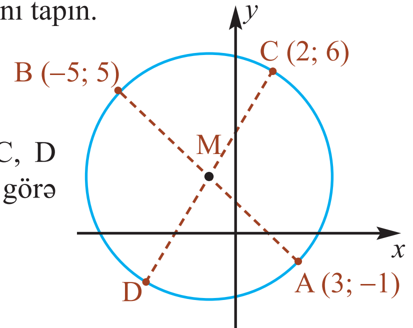
1 M nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsidir. Verilənlərə görə M nöqtəsinin koordinatlarını tapın. a) A(2; 5), B(4; 1); b) A(–2; 3), B(6; –1)

2 M nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsidir. Verilənlərə görə B ucunun koordinatlarını tapın. a) A(2; 1), M(3; 2) b) A(3; –1), M(–1; 1)

3 Təpələri A (0; 0), B (0; 4) və C (–6; 0) nöqtələrində olan üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələrini tapın.

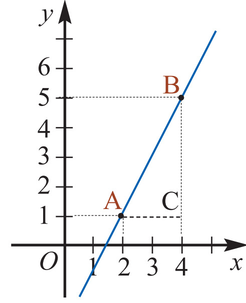
4 a) A (2; 3) və C (4; 1) nöqtələri ABCD paraleloqramının qarşı təpələridir. Paraleloqramın diaqonallarının M kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
b) A (1; 3), B (2; 6) və C (5; 7) nöqtələri ABCD paraleloqramının təpələridir. D təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

5 Mərkəzi M olan çevrə üzərində A, B, C, D nöqtələri qeyd edilib. Şəkildə verilənlərə görə M və D nöqtələrinin koordinatlarını tapın.



İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi

Araşdırma 1) Koordinat müstəvisində A (2; 1) və B(4; 5) nöqtələrindən keçən düz xətti çəkin.
2) A nöqtəsindən absis oxuna paralel çəkin və şəkildə göstərildiyi kimi C nöqtəsini qeyd edin.
3) ΔABC-də $\frac{BC}{AC}$ nisbətini k ilə işarə edin.
4) Şəklə görə AC və BC parçalarının uzunluqlarını tapın və k- nı hesablayın.



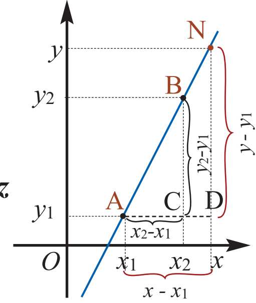
Düz xəttin tənliyi

Tutaq ki, A (x_1; y_1) və B (x_2; y_2) nöqtələri nə absis, nə də ordinat oxuna paralel olan düz xətlərin üzərində deyillər. A(x_1; y_1) və B (x_2; y_2) nöqtələrindən keçən düz xəttin üzərində ixtiyari N (x;y) nöqtəsini qeyd edək.

ΔABC-dən $k = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ΔABC~ΔAND olduğundan $\frac{ND}{BC} = \frac{AD}{AC}$ və ya $\frac{ND}{AD} = \frac{BC}{AC}$

Buradan, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. ***Bu iki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyidir.***



Bu tənliyi $y - y_1 = k(x - x_1)$ şəklinə gətirib, $y_1 - kx_1 = b$ işarə etməklə $y = kx + b$ şəklində yazmaq olar.
***k* bucaq əmsalı** adlanır və $\boldsymbol{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$ düsturu ilə tapılır.

Nümunə 1. A (–1; 3) və B (1; 7) nöqtələrindən keçən düz xəttin bucaq əmsalını tapın.

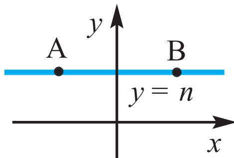
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{1 - (-1)} = \frac{4}{2} = 2$$

Nümunə 2. A (–1; 4) və B (2; –5) nöqtələrindən keçən düz xəttin tənliyini yazın.

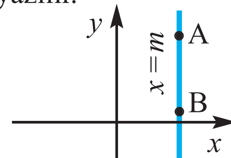
$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - 4}{x - (-1)} = \frac{-5 - 4}{2 - (-1)} \Rightarrow \frac{y - 4}{x + 1} = -3$$

$$y - 4 = -3(x + 1), \quad y - 4 = -3x - 3, \quad y = -3x + 1$$

Qeyd 1. A və B nöqtələrindən keçən düz xətt absis oxuna paralel olarsa, bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin ordinatı sabit qalır və onun tənliyi $y = n$ şəklində yazılır.



Qeyd 2. A və B nöqtələrindən keçən düz xətt ordinat oxuna paralel olarsa, bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin absisləri sabit qalır və onun tənliyi $x = m$ şəklində yazılır.



İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi

Öyrənmə tapşırıqları

1 Aşağıda verilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin bucaq əmsalını tapın.

a) A (–2; 1), B (2; 5) b) A (–1; 3), B (1; 9)

c) A (1 ; 1), B (2; 4) d) A (2; –3), B (4; 0)

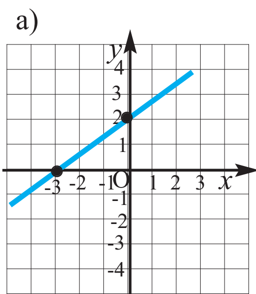
2 a) k-nın hansı qiymətində $y = kx + 3$ düz xətti A(2; 7) nöqtəsindən keçir?

b) b-nin hansı qiymətində $y = 0{,}5x + b$ düz xətti A(–2; 3) nöqtəsindən keçir?

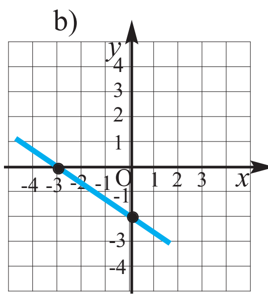
3 $y = 5x + b$ düz xətti C(–1; 2) nöqtəsindən keçirsə, b-ni tapın. Koordinat müstəvisində düz xətti qurun və koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrini göstərin. Düz xəttin absis oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi bucağın tangensini tapın və bucaq əmsalı ilə müqayisə edin.

4 Şəkillərə görə verilmiş düz xətlərin tənliklərini yazın.

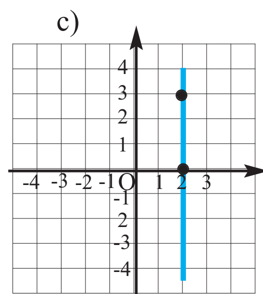
a)



b)



c)



5 k və b -nin hansı qiymətlərində $y = kx + b$ düz xətti A(1; 8) və B(–1; 2) nöqtələrindən keçir.

6 A(1; 2) və B(2; 3) nöqtələrindən keçən düz xəttin bucaq əmsalını tapın. Bu düz xətt absis oxu ilə hansı bucaq əmələ gətirir?

7 Verilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin tənliyini yazın.

1) A(2; 1) və B(4; 5) 2) A(1; 4) və B(2; 1)

3) A(–1; 1) və B(1; 5) 4) A(2; –1) və B(0; 3)

8 1) A(m; 1) və B(m; 3) nöqtələrindən düz xətt keçirin.
Bu düz xətt hansı koordinat oxuna paralel oldu?
Bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin absisləri nəyə bərabərdir?
2) C(1; n) və D(4; n) nöqtələrindən düz xətt keçirin.
Bu düz xətt hansı koordinat oxuna paralel oldu?
Bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin ordinatları dəyişirmi?

9 Verilmiş nöqtələrdən keçən düz xətti çəkin və tənliyini yazın.

a) C(1; 3), D(1; –1) b) C(–1; 2), D(–1; 1)

c) A(3; 5), B(–1; 5) d) A(2; –2), B(5; –2)

10 C(1;4), D(–1;12) nöqtələrindən keçən düz xəttin tənliyini yazın. Bu düz xəttin koordinat oxları ilə kəsişməsindən alınan üçbucağın sahəsini tapın.

Bucaq əmsallarının qiymətinə görə düz xətlərin paralel və ya perpendikulyar olduğunu söyləmək olar.

1. Əgər iki düz xəttin tənliyində bucaq əmsalları bərabərdirsə, bu düz xətlər paraleldir. Məsələn, $y = 2x - 5$ və $y = 2x + 7$ tənlikləri ilə verilmiş düz xətlər paraleldir.

2. Bucaq əmsalları $k_1 = -\frac{1}{k_2}$ münasibətini ödəyən düz xətlər perpendikulyardır. Məsələn, $y = 3x - 1$ və $y = -\frac{1}{3}x + 6$ düz xətləri perpendikulyardır.

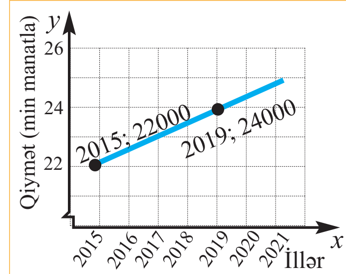
11 a) $y = -3x + 5$ düz xəttinə paralel olan və ordinat oxunu (0;4) nöqtəsində kəsən düz xəttin tənliyini yazın.
b) $y = -\frac{1}{3}x - 2$ düz xəttinə perpendikulyar olan və absis oxunu (–3;0) nöqtəsində kəsən düz xəttin tənliyini yazın.

12 l düz xətti koordinat başlanğıcından keçir və (–2;3), (4;5) nöqtələrindən keçən düz xəttə paraleldir. l düz xəttinin bucaq əmsalını tapın.

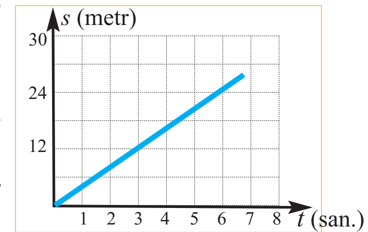
13 Təpə nöqtələri A(–6;1), B(–2;–1), C(0;3), D(4;1) olan ABCD dördbucaqlısının paraleloqram olduğunu əsaslandırın.

14 Üçbucağın təpələri A (5;0), B (0;5) və C (3;6) nöqtələrindədir. Bu üçbucağın düzbucaqlı üçbucaq olub-olmadığını yoxlayın.

15 Zavod D markalı avtomobilin satış qiymətini 2015-ci ildə 22000 manat, 2019-cu ildə 24000 manat müəyyən etdi. Şəkildəki qrafiki araşdırın, bucaq əmsalını müəyyən edin. Qiymət artımı bu qayda ilə davam edərsə, 2023-cü ildə avtomobilin qiyməti haqqında proqnoz verin.

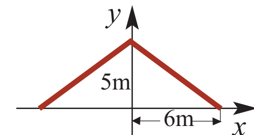


16 Velosipedçinin getdiyi yolun (s), zamandan (t) asılılığı qrafikdə verilmişdir.
a) Düz xəttin bucaq əmsalını tapın.
b) Bu halda bucaq əmsalı hansı kəmiyyəti ifadə edir?
c) Velosipedçinin 30 dəqiqədə; 2 saatda qət etdiyi yolu tapın.



17 Elşən işlədiyi hər saat üçün 3,5 manat, üstəlik hər həftə 20 manat əlavə alır. Elşənin həftəlik maaşını (m) işlədiyi saatların miqdarından (t) asılı olaraq hansı düsturla hesablamaq olar?

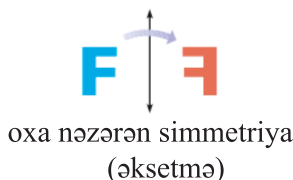
18 Şəkildə evin simmetrik formada olan damının öndən görünüşü verilmişdir. a) Görünüşün rəngli hissəsinə uyğun düz xətlərin tənliklərini yazın.
b) Damın hündürlüyü 6 m olarsa, düz xətlərin tənliyi necə dəyişər?



Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

Müstəvinin özünə çevrilməsində ixtiyari iki nöqtə arasındakı məsafə saxlanarsa, belə çevirməyə hərəkət deyilir. Mərkəzi simmetriya, ox simmetriyası, dönmə (fırlanma), sürüşmə kimi çevrilmələr hərəkətə aid nümunələrdir.

Praktik məşğələ. Karton kağızdan müxtəlif hərflər kəsin. Bu hərflər üzərində nümunədə verildiyi kimi hərəkətləri icra edin.



oxa nəzərən simmetriya (əksetmə)



dönmə (fırlanma)



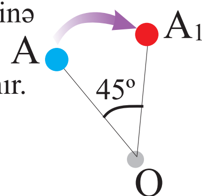
sürüşmə (paralel köçürmə)

Dönmə

Fərz edək ki, O nöqtəsi və α bucağı verilmişdir. Müstəvinin hərəkəti zamanı O nöqtəsindən çıxan ixtiyari şüa eyni istiqamətdə α bucağı qədər dönərsə, bu hərəkətə müstəvinin O nöqtəsi ətrafında α bucağı qədər dönməsi deyilir. O nöqtəsi **dönmə mərkəzi**, α **dönmə bucağı** adlanır. Dönmə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində və ya saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində ola bilər. Müstəvinin hər hansı nöqtə ətrafında dönməsi zamanı dönmə mərkəzi özünə çevrilir.

Hər hansı O mərkəzinə görə dönmə zamanı A nöqtəsi A_1 nöqtəsinə çevrilmişsə, $AO \cong A_1O$.

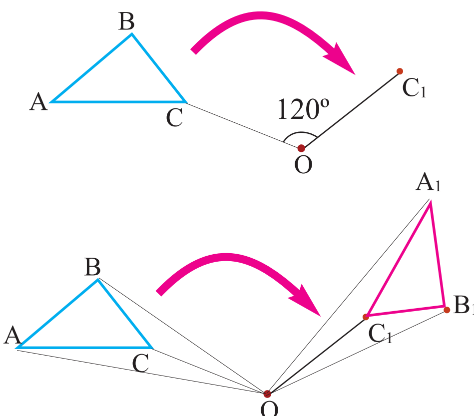
Müstəvinin dönməsi zamanı fiqurun çevrilməsi də dönmə adlanır.



Nümunə 1. $\angle AOA_1 = 45^\circ$ dönmə bucağıdır. A nöqtəsi O nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 45° dönmüşdür.

Nümunə 2. ΔABC-nin O nöqtəsinə nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 120° dönmə hərəkəti nəticəsində alınan yeni üçbucağı qurma addımlarını araşdırın və bu addımları dəftərinizdə təkrar edin.

1. O nöqtəsi ilə C nöqtəsini düz xətt parçası ilə birləşdirin.
2. Transportirin köməyilə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində olmaqla OC ilə 120°-li bucaq əmələ gətirən düz xətti çəkin və pərgarın köməyilə OC parçasına konqruyent olan OC_1 parçasını ayırın.
3. Eyni qayda ilə O nöqtəsi ilə A nöqtəsini və B nöqtəsini birləşdirin. Alınan parçalara konqruyent olan və onunla 120°-li bucaq əmələ gətirən OA_1 və OB_1 parçalarını çəkin. C_1, A_1 və B_1 nöqtələri yeni üçbucağın təpələridir. Bu nöqtələri birləşdirin.

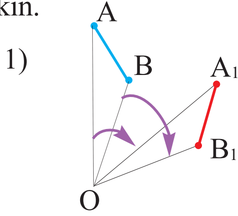


Qeyd. Mərkəzi simmetriya, müstəvinin simmetriya mərkəzi ətrafında 180° dönməsidir.

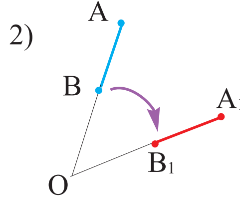
Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

Öyrənmə tapşırıqları.

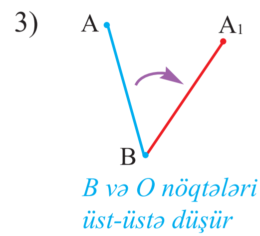
1 Aşağıdakı şəkillərdə A və B nöqtələrinin O nöqtəsinə nəzərən müxtəlif vəziyyətlərinə görə AB parçasının saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində dönməsi təsvir edilmişdir. Siz də dəftərinizdə hər bir hala uyğun iki nümunə çəkin.

1)


A, B və O nöqtələri bir düz xətt üzərində deyil

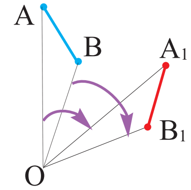
2)


A, B və O nöqtələri bir düz xətt üzərindədir

3)


B və O nöqtələri üst-üstə düşür

2 O nöqtəsi ətrafında dönmə zamanı A nöqtəsi A_1 nöqtəsinə, B nöqtəsi isə B_1 nöqtəsinə çevrilmişdir. $AB \cong A_1B_1$ olduğunu isbat edin.



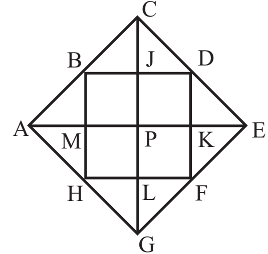
İsbat üçün plan: 1. Dönmənin tərifinə görə konqruyent parçaları, konqruyent bucaqları müəyyən edin. 2. Bucaqların toplanması aksiomundan istifadə edin. 3. Üçbucaqların konqruyentlik əlamətlərindən istifadə edin.

3 Şəkli dəftərinizdə çəkin. B,D,F,H, nöqtələri ACEG kvadratının tərərflərinin orta nöqtələridir.1) Verilən şərtlərlə dönmədən alınan fiquru müəyyən edin:

a) AB-nin P nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90º dönməsindən;

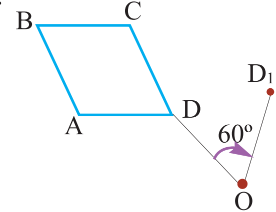
b) CE-nin E nöqtəsi ətrafında saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində 90º dönməsindən;

c) ΔKEF-in P nöqtəsi ətrafında 180º dönməsindən;



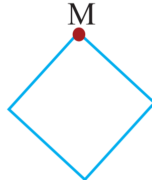
2) Şəklə görə hər hansı bir parçanın və üçbucağın dönməsinə aid bir sual da siz fikirləşin və yazılı olaraq parta yoldaşınıza verin.

4 ABCD paraleloqramının O nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 60º dönməsini yeni paraleloqramı çəkməklə göstərin. Şəkildə D nöqtəsinin 60º dönmüş vəziyyəti qeyd edilmişdir.

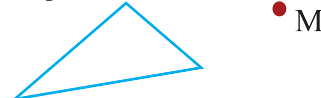


5 Aşagıdakı fiqurların qeyd olunmuş M nöqtəsi ətrafında verilən bucaq qədər dönməsindən alınan şəklini çəkin.

1) Saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində 100º



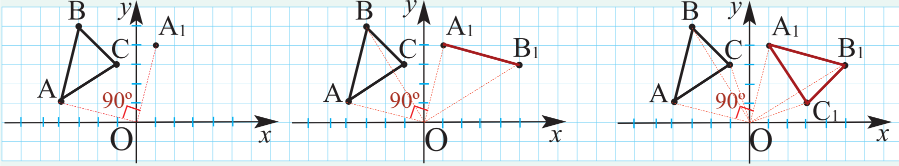
2) Saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində75º



M

Araşdırın, dəftərinizdə çəkin.

Təpə nöqtələri A (–4; 1), B(–3; 5), C(–1; 3) olan ABC üçbucağının koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90º dönməsi addım-addım aşağıdakı şəkil üzərində göstərilmişdir.



Saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90º döndükdə üçbucağın təpələrinin koordinatları aşağıdakı kimi dəyişir:

ΔABC $\quad\Delta A_1B_1C_1$

A(–4; 1) ⟶ A_1 (1; 4)

B(–3; 5) ⟶ B_1 (5; 3)

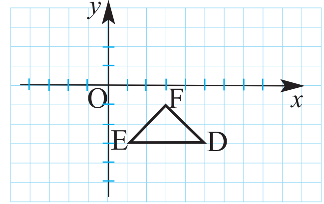
C(–1; 3) ⟶ C_1 (3; 1)

Koordinatlar $(x; y)$ ⟶ $(y; -x)$ kimi dəyişir.

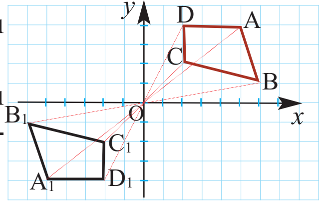
Diqqət! $|OA| = |OA_1|$, $|OB| = |OB_1|$, $|OC| = |OC_1|$

$|AB| = |A_1B_1|$, $|BC| = |B_1C_1|$, $|AC| = |A_1C_1|$

6 Təpələri E(1; –3), F(3; –1), D(5; –3) nöqtələrində olan üçbucağın O nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90º dönməyini əks etdirən şəkli çəkin. Təpə nöqtələrinin koordinatlarının dəyişməsini ümumi şəkildə göstərin.



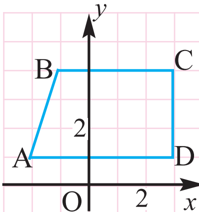
7 Şəkildə dördbucaqlının O koordinat başlanğıcı ətrafında 180º dönməsi göstərilmişdir.
1) Yeni fiqurun təpə nöqtələrinin koordinatlarını əsas fiqura görə araşdırın və fikirlərinizi ümumiləşdirin.
2) Şəklə görə mümkün konqruyent parçaları yazın.



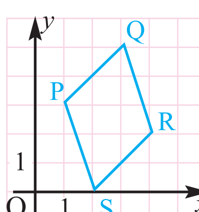
8 Koordinat müstəvisində hər hansı üçbucağın saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə koordinat başlanğıcı ətrafında 90º, 180º, 270º, 360º dönməsini göstərən şəkilləri çəkin.

9 Fiqurun koordinat başlanğıcı ətrafında verilən bucaq qədər saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində dönməsindən sonrakı vəziyyətinə görə təpə nöqtələrinin koordinatlarını yazın.

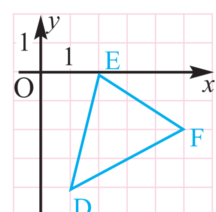
1) 90º



2) 180º

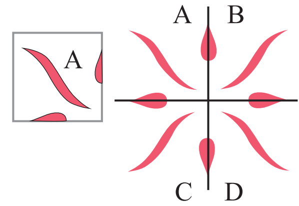


3) 360º

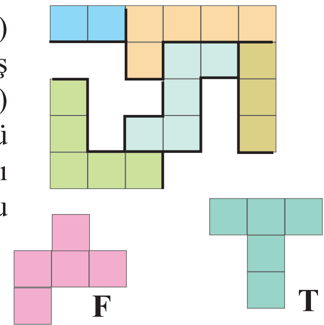


10 $\Delta A_1B_1C_1$ koordinat müstəvisi üzərində Δ ABC-nin absis oxuna nəzərən simmetriya çevrilməsindən, $\Delta M_1N_1K_1$ isə ΔMNK-nın koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətdə 90° dönməsindən alınmışdır. Bu şərtlərə uyğun şəkil çəkin.

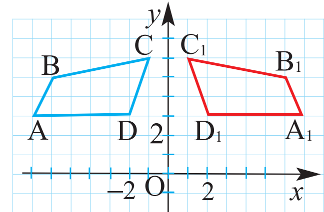
11 Şəkildə göstərildiyi kimi bəzəklər - naxışlar almaq üçün kağızı 4 bərabər hissəyə qatlamaqla və bir hissə üzərində naxışları kəsməklə 4 hissədə simmetrik naxışlar alınar. Hər bir naxış hissəsinin birinin digərinə nəzərən vəziyyətini hərəkətlərə görə izah edin.



12 Düzbucaqlı sahəni tamamlama (mozaikaqurma) kompüter oyunları kvadratlardan təşkil olunmuş domino (ikili), trimino(üçlü), pentamino (beşli) kimi fiqurlar üzərində qurulmuşdur. 6×5 ölçülü mozaikanı tamamlamaq üçün F və T pentaminoları üzərində hansı hərəkətləri icra etmək lazımdır? Bu hərəkətləri şəkil üzərində göstərin.



13 $A_1B_1C_1D_1$ dördbucaqlısı ABCD-nin ordinat oxuna nəzərən simmetriyası ilə (əksetməsi ilə) alınmışdır.
1) Dördbucaqlının təpə nöqtələrinin koordinatlarının dəyişməsini nümunəyə uyğun yazın.
$A(-7;3) \rightarrow A_1(7;3)$
2) Ordinat oxuna nəzərən simmetriya üçün nöqtənin koordinatlarının dəyişməsinin ümumi şəklini yazın.



14 Təpə nöqtələrinin koordinatları verilmiş fiqurların simmetriya çevrilməsini göstərən şəkilləri çəkin.
1) E(–3; 2), F(0; 2), G(–2; 5); absis oxuna nəzərən;
2) J(2; –1), K(4;–2), L(4; –3), M(2; –3); ordinat oxuna nəzərən;
3) P(2; –2), Q(4; –2), R(3; –4); $y = x$ düz xəttinə nəzərən;
4) A(2; 2), B(–2; 2), C(–1; 4); $y = -x$ düz xəttinə nəzərən.

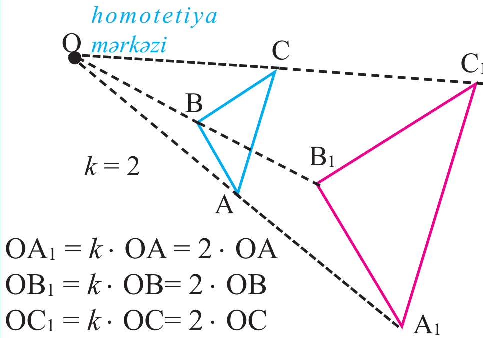
15 Təpə nöqtələrinin koordinatları verilmiş fiqurların koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində verilən bucaq qədər dönməsini göstərən şəkilləri çəkin.
1) A(1; 3), B(4; 1), C(4; 4); 90°
2) A(1; 3), B(4; 1), C(4; 4); 180°
3) M(2; 2), N(5; 2), P(3; –2), Q(0; –2); 90°
4) G(–2; 1), H(–3; –2), J(–1; –4); 180°

Homotetiya

Müstəvinin özünə çevrilməsində istənilən iki nöqtə arasındakı məsafə eyni ədəd dəfə dəyişərsə, belə çevrilməyə oxşarlıq çevrilməsi deyilir. Oxşarlıq çevirməsi ilə biri digərinə çevrilən fiqurlara oxşar fiqurlar deyilir. Oxşarlıq çevirməsi ilə müstəvinin A və B nöqtələri uyğun olaraq A_1 və B_1 nöqtələrinə çevrilirsə, onda $A_1B_1 = k \cdot AB$ münasibəti ödənilir. $k > 0$ ədədi oxşarlıq əmsalıdır.

Tutaq ki, O verilmiş nöqtə, $k > 0$ verilmiş ədəddir. Müstəvinin özünə çevrilməsində ixtiyari A nöqtəsi və onun çevrildiyi A_1 nöqtəsi üçün $OA_1 = k \cdot OA$ olarsa, bu çevrilməyə homotetiya deyilir. Burada O, A və A_1 nöqtələri bir düz xətt üzərindədir. O nöqtəsinə homotetiya mərkəzi, k ədədinə homotetiya əmsalı, A_1 nöqtəsinə isə A ilə homotetik nöqtə deyilir. Homotetiya oxşarlıq çevrilməsidir.

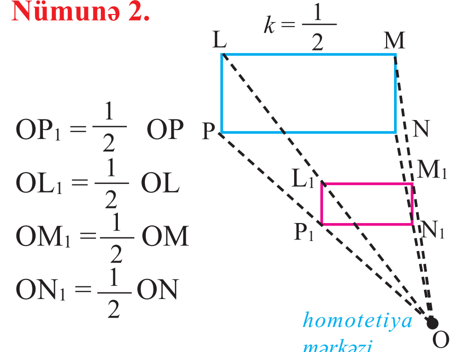
Nümunə 1.



$OA_1 = k \cdot OA = 2 \cdot OA$
$OB_1 = k \cdot OB = 2 \cdot OB$
$OC_1 = k \cdot OC = 2 \cdot OC$

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ olduğundan
$A_1B_1 : AB = B_1C_1 : BC = A_1C_1 : AC = 2$

Nümunə 2.



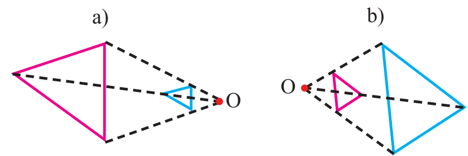
$OP_1 = \frac{1}{2}\ OP$
$OL_1 = \frac{1}{2}\ OL$
$OM_1 = \frac{1}{2}\ OM$
$ON_1 = \frac{1}{2}\ ON$

$PLMN \sim P_1L_1M_1N_1$ olduğundan
$M_1N_1 : MN = N_1P_1 : NP = P_1L_1 : PL =$
$= L_1M_1 : LM = 1 : 2$

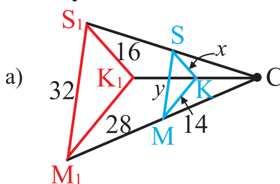
$k > 1$ olarsa, fiqur ilkin fiqura nəzərən böyüyür.
$0 < k < 1$ olarsa, fiqur ilkin fiqura nəzərən kiçilir.
$k = 1$ olduqda fiqur ilkin fiqura konqruyent olur.
Qeyd: $k < 0$ olduqda da homotetiyaya baxmaq olar. Bu halda A və A_1 nöqtələri homotetiya mərkəzindən müxtəlif tərəflərdə yerləşərlər.

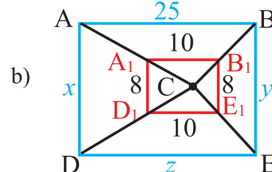
Öyrənmə tapşırıqları.

1 Şəkildə mavi rəngli fiqurun qırmızı rəngli fiqura verilmiş mərkəzə görə k əmsallı homotetiyası göstərilmişdir. Hansı halda $k > 1$, hansı halda $k < 1$ olduğunu göstərin.

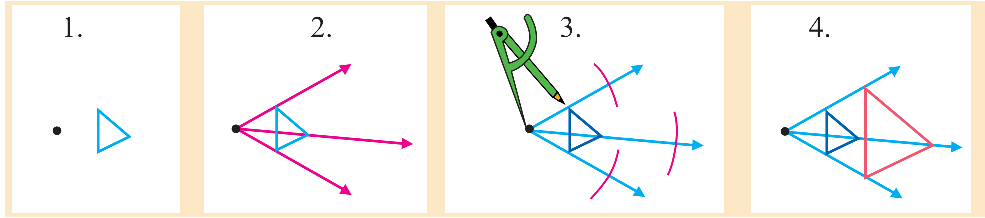


2 Şəklə görə mavi rəngli fiqurun qırmızı rəngli fiqura çevrilməsində k homotetiya əmsalını və məchulları tapın.

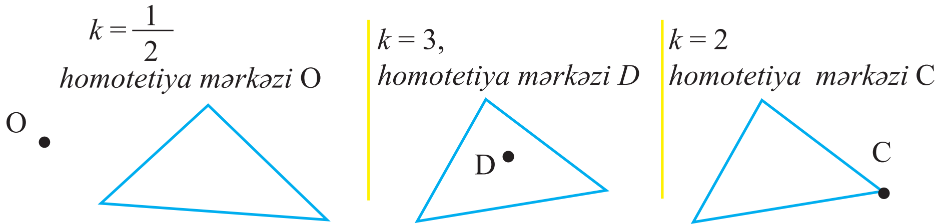
a)


b)


3 Homotetiya əmsalı $k = 2$ olmaqla verilmiş mərkəzə görə homotetik fiquru qurma addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.



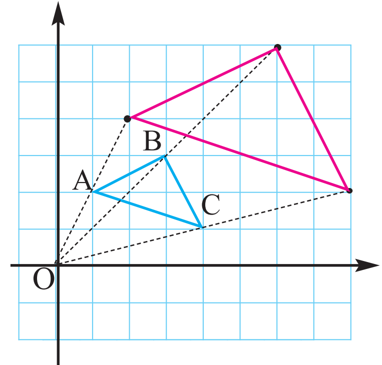
4 Verilmiş mərkəzə və k əmsalına görə üçbucaqların homotetik çevrilməsini xətkeş və pərgardan istifadə etməklə yerinə yetirin.



5 1) Mərkəzi koordinat başlanğıcında və əmsalı $k = 3$ olan homotetiyada:
a) A (2;0), b) B (0;3), c) C (2;3) nöqtəsi hansı nöqəyə çevrilir?
2) Göstərin ki, mərkəzi koordinat başlanğıcında olan k əmsallı homotetiyada $A(x;y)$ nöqtəsi, A_1 $(kx;\ ky)$ nöqtəsinə çevrilir. **Göstəriş:** üçbucaqların oxşarlığından istifadə edin.

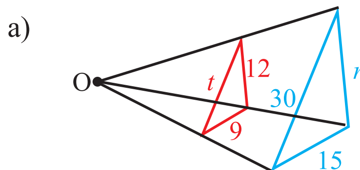
6 1) Təpə nöqtələri A(1;2), B(3;3), C(4;1) olan üçbucaq verilir. Mərkəzi koordinat başlanğıcında, əmsalı $k = 2$ olan homotetiyada ΔABC-nin çevrildiyi fiquru siz də qurun.

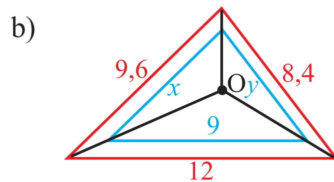
A(1; 2) ⟶ A_1(2; 4)
B(3; 3) ⟶ B_1(6; 6)
C(4; 1) ⟶ C_1(8; 2)



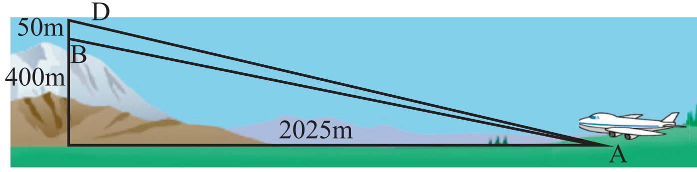
2) Təpə nöqtələrinin koordinatları A(2; 2), B(6; 2), C(6; 4) və D(2; 4) olan düzbucaqlının O (0; 0) mərkəzli, $k = \frac{1}{2}$ əmsallı homotetiya çevrilməsini yerinə yetirin.

7 Şəkildə qırmızı rəngli fiqur mavi rəngli fiqura homotetikdir. Verilməyən tərəfləri və homotetiya əmsalını tapın.

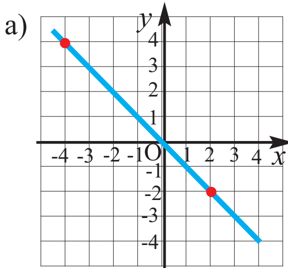


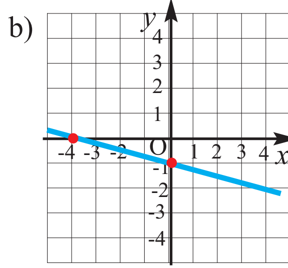


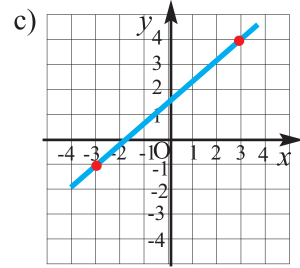
1 Təyyarənin dağın üzərindən 50 m yüksəklikdə uçması üçün yüksəliş bucağı neçə dərəcə olmalıdır?



2 Qrafiklərə görə düz xətlərin bucaq əmsallarını müəyyən edin və uyğun tənlikləri yazın.

a)


b)


c)


3 a) Təpələri (–4;4), (–1;–2), (0;6), (3;0) nöqtələrində olan paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu yoxlayın.

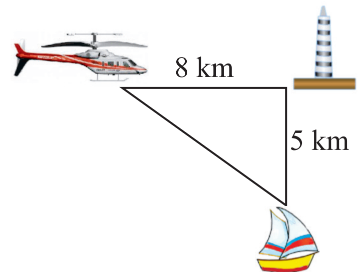
b) Təpə nöqtələri N(1;0), K(3;4), L(5;2) olan paraleloqramın dördüncü təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın. Bütün halları araşdırın.

4 Verilmiş iki nöqtədən keçən düz xətlərin bucaq əmsallarını tapın və hansı düz xətlərin paralel, hansıların perpendikulyar olduğunu müəyyən edin.

A(–3, 3) və B (3;–1) M(–2, –3) və N(2, 3)
C(–3, 1) və D(3, 4) E(–4, –3) və F(4, 1)

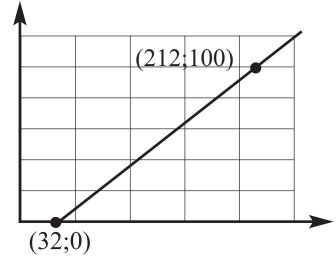
5 Təsəvvür edin ki, siz həftə sonu gəzintiyə çıxmısınız. Riyaziyyat müəlliminiz burada sizin bucaq əmsalını düzgün başa düşdüyünüzü yoxlamaq istəyir və sizə belə bir tapşırıq verir. İndi siz (3;2) nöqtəsindəsiniz, 2 vahid sağa, 4 vahid aşağı, 3 vahid sola, 6 vahid yuxarı, 7 vahid sağa getsəniz, kanat yolunun kassasına çıxarsınız. a) Kassa hansı koordinatlara uyğun nöqtədə yerləşir? b) Sizin indi olduğunuz yer və kassa bucaq əmsalı neçə olan düz xəttin üzərindədir?

6 Dəniz fənəri qülləsindən 5 km cənubda olan gəmi köməyə ehtiyacı olduğu haqda qülləyə SOS siqnalları göndərdi. Siqnal qüllədən 8 km qərbdə olan vertolyota ötürüldü. Vertolyot gəmiyə çatmaq üçün hərəkət istiqamətini neçə dərəcə bucaq altında dəyişməlidir?

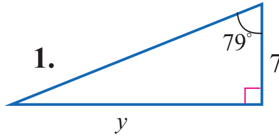


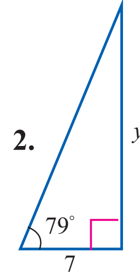
7 Su 32°F və ya 0°C -də donur, 212°F və ya 100°C-də qaynayır. Bu məlumatlara görə temperaturun farengeyt və Selsi ölçüləri arasındakı əlaqəni göstərən xətti tənliyi yazın.

Göstəriş: $k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ **və** $y - y_1 = k(x - x_1)$ **düsturlarından istifadə edin.**



8 2-ci şəkildəki üçbucaq 1-ci şəkildəkindən hansı hərəkətlərin nəticəsində alınmışdır?





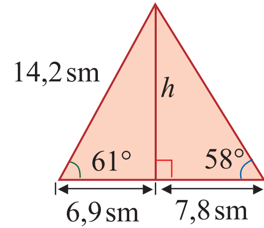
9 a) DEF üçbucağı $k = 2$ əmsallı homotetiya ilə $D_1E_1F_1$ üçbucağına çevrilmişdir. ΔDEF-in perimetri 60 sm olarsa, $\Delta D_1E_1F_1$-in perimetrini tapın.

b) ΔMNK ΔABC-dən oxşarlıq çevrilməsi ilə alınmışdır. AB = 6, BC = 9, AC = 12, MN = 2 olarsa, oxşarlıq əmsalını və MK, NK tərəflərinin uzunluqlarını tapın.

10 Hansı bərabərlikdən şəkildəki üçbucağın hündürlüyünü tapmaq üçün istifadə etmək olar?

a) $\cos 58° = \dfrac{h}{7{,}8}$ c) $\tan 61° = \dfrac{h}{14{,}2}$

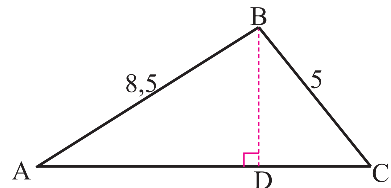
b) $\tan 58° = \dfrac{h}{7{,}8}$ d) $\tan 61° = \dfrac{h}{6{,}9}$



11 Aşağıdakı məlumata uyğun şəkil çəkin. Nərdivanin ayaqları divardan 2,5 m aralı olmaqla 55º-li bucaq altında divara söykədilmişdir. Nərdivanın ən yüksək nöqtəsi evin pəncərəsinin bərabərindədir. Pəncərə yerdən neçə metr hündürlükdədir? Nərdivanın uzunluğu neçə metrdir?

12 Verilir: ΔABC, $BD \perp AC$, AB = 8,5, BC = 5, $\tan\angle A = \dfrac{8}{15}$

Tapın: 1) BD; 2) AD;
3) DC; 4) $S_{\Delta ABC}$; 5) $\cos\angle C$



11

Məlumatın toplanması və təqdimi
Ehtimalın hesablanması

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:
- məlumatı sistemləşdirməyi və müxtəlif formalarda təqdim etməyi;
- mərkəzə meyilli ölçülərdən istifadə etməklə məlumatı qiymətləndirməyi və proqnozlar verməyi;
- araşdırma üçün külliyyatı (populyasiyanı) və seçimi müəyyən etməyi;
- asılı və asılı olmayan hadisələri və onların ehtimalını hesablamağı.

Məlumatın toplanması və təqdimi

Külliyyat, seçim

Tədqiq olunan obyektə geniş diapazonda dəyişən məlumat xas olduqda tədqiqat bu obyektə aid kiçik qruplar üzərində aparılır. Biz geniş diapazonda dəyişən məlumata **külliyyat** (və ya populyasiya), külliyyatdan seçilmiş kiçik qrupa isə **seçim** deyəcəyik. Seçim nümunələrə görə aparılmış tədqiqatın nəticələri külliyyata (populyasiyaya) tətbiq edilir, nəticə çıxarılır və proqnoz verilir.



Kiçik qrupdan - seçimdən məlumatlar toplanır.

Külliyyata tətbiq edilir və nəticə çıxarılır.

Seçim nümunələrinin külliyyatı düzgün təmsil etməsi aparılan tədqiqatın keyfiyyətini müəyyən edir. Məsələn, aşağıda verilən hallardan hansında seçim nümunəsinin külliyyatı həqiqətən təmsil etdiyini araşdıraq.

1) Fabrikdə istehsal edilən yaddaş çiplərinin keyfiyyətini yoxlamaq üçün hər 100 çipdən biri seçilmişdir.

Külliyyat: fabrikdə istehsal edilən bütün çiplər. **Seçim:** hər 100 çipdən biri, Seçim külliyyatı təmsil edir.

2) Müəllim ev tapşırıqlarının hansı səviyyədə yerinə yetirildiyini yoxlamaq üçün birinci partalarda oturan 3 şagirdin dəftərini yoxladı.

Külliyyat: sinifdəki bütün şagirdlər. **Seçim:** birinci partalarda oturan 3 şagird. Bu halda seçim külliyyatı təmsil etmir.

Seçimlər **sadə təsadüfi seçim** və ya **sistemli təsadüfi seçim** ola bilər.

1) Yeni ətir haqqında fikir toplamaq üçün mağaza işçiləri müştərilərə kiçik qabda ətir verir və fikirlərini soruşur (sadə təsadüfi seçim).

2) Nahar zamanı yeməkxanaya daxil olan hər 5 nəfərdən birindən xahiş olunur ki, xidmət keyfiyyətini yoxlamaq üçün tərtib edilmiş sorğu vərəqini doldursun (sistemli təsadüfi seçim).

Öyrənmə tapşırıqları.

1 Düzgün hesab etdiyiniz cavabı seçin. Fikrinizi əsaslandırın.

Məktəb yeməkxanasının müdiri şagirdlərin ən çox hansı yeməyi sevdiyini araşdırmağı planlaşdırır. Hansı qrupdan seçim edilsə, sorğunun nəticələrinə görə düzgün qərar vermək olar:

a) müəllimlərin; b) yeməkxanada nahar edən şagirdlərin;
c) yeməyini evdən gətirən şagirdlərin; d) məktəb rəhbərliyinin?

2 Seçim nümunəsi tədqiqat aparılan obyekt haqqında daha düzgün proqnoz verməyə imkan verirmi? Seçimin növünü müəyyən edin.

1) Müştərilərin nahar zamanı yeməkxanada neçə dəqiqə oturduqlarını yoxlamaq üçün hər 10 müştəridən birinin sifariş qəbzinə işarə qoyuldu.

2) İnşa ediləcək yeni futbol meydançasının yerini müəyyən etmək üçün bir futbol komandasının oyunçularının fikri soruşulmuşdur.

3) Şəhər bələdiyyəsi itlərin gəzinti üçün parklara çıxarılmasının əhalinin xoşuna gəlib-gəlmədiyini öyrənmək istəyir. Bunun üçün evində it saxlayan 50 nəfərin fikri soruşulmuşdur.

3 Aşağıdakı məsələlərdə külliyyat və seçimi göstərin. Seçimin külliyatı təmsil edib-etmədiyini müəyyən edin və sualları cavablandırın.

1) Rayon əhalisi arasında hər 10 evdən birinə telefonla zəng edilərək "evinizdə neçə televizor var" sualı ilə aparılmış sorğunun nəticələrinə görə məlum olmuşdur ki, bu rayonda hər 10 evdən 2-də iki televizor var. Bu nəticəyə görə rayon üzrə hər 100 evdən neçəsində iki televizor olduğunu düşünmək olar?

2) Telefon kitabçasından seçmə ilə müəyyənləşdirilmiş 100 nəfərdən rabitə qovşağının internet xidmətinin keyfiyyəti haqqında fikir soruşulmuşdur. Hər 4 nəfərdən 3-ü bu xidmətdən razı olmadığını bildirmişdir. Müştərilərin neçə faizi xidmətdən narazıdır? Bu rabitə qovşağının 155000 istifadəçisi varsa, onların neçə nəfərinin narazı olduğunu düşünmək olar?

4 Tədqiqatın nəticələrinə görə məsələləri həll edin.

İnstitutda oxuyan bütün tələbələrin fikri soruşulsaydı, neçə nəfərin "Bəli" cavabını verəcəyini düşünmək olar? Məsələni tənasüb qurmaqla həll edin.

Külliyyat: 2000 tələbə
Təsadüfi seçim: 40 tələbə
Sual: İnstitutda bədən tərbiyəsi dərsinə ehtiyac varmı?
Nəticələr: 12 Bəli; 28 Yox
Qərar: Tələbələrin çoxu bədən tərbiyəsi dərsinə ehtiyac olmadığını fikirləşir.

5 Meşənin müxtəlif hissələrində təsadüfi seçmə ilə ağacların gövdəsinin çevrə uzunluğu ölçülmüşdür. Nəticələr aşağıdakı cədvəldə verilmişdir. Cədvələ görə histoqram qurun və tapşırıqları yerinə yetirin.

"Ceyrankeçməz" meşəsindən seçim nümunələri		
Gövdəsinin çevrə uzunluğu (sm)	Tel	Sayı
21 - 30	𝍸 |||	8
31 - 40	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	28
41 - 50	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	35
51 - 60	𝍸 𝍸 𝍸		16
61 - 70	𝍸 |||	8
71 - 80	𝍸	5

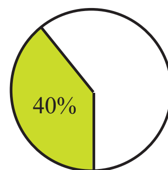
1) Təsadüfi seçim yolu ilə müəyyənləşdirilmiş ağacların neçə faizinin çevrəsinin uzunluğu 41-50 sm arasındadır?
2) Meşənin ümumi sahəsi 550 ha olarsa və təxminən hər 10 m^2 sahədə 3 ağac varsa, meşədə çevrəsinin uzunluğu 71-80 sm olan neçə ağac olduğunu düşünmək doğru olardı?
3) Bu cür araşdırma aparmalı olsanız, məlumatı necə toplayar və qeyd edərdiniz? Burada nə üçün tellə qeyddən istifadə olunduğunu düşünürsünüz?

6 Bir ailənin aylıq xərcləri cədvəldə göstərildiyi kimidir. Cədvələ görə dairəvi diaqramı verilən qayda ilə qurun.

Xərclərin adı	Büdcədə %-i
Yemək	40%
Geyim	15%
Nəqliyyat	10%
Xidmət	15%
Digər	20%

1. Hər bir məlumata uyğun dairə hissəsini müəyyən edin.
Məsələn, 40% 360°-nin 0,40 hissəsini təşkil edir:
$0,40 \cdot 360° = 144°$

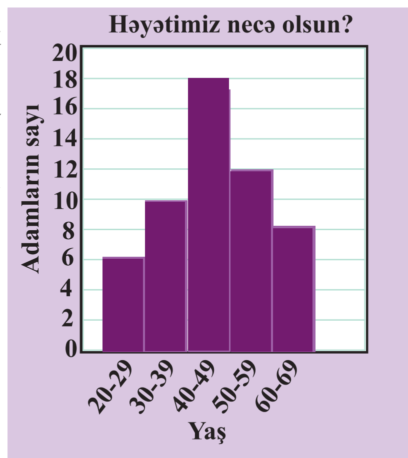
2. Dairəni və onun radiusunu çəkin.
Transportirlə uyğun bucaqları qurun.
3. Hissələrə uyğun sözlü və ədədi məlumatları qeyd edin.



1) Ailənin aylıq büdcəsi 960 manatdır. Hansı iki xərc ümumi büdcənin $\frac{3}{5}$ hissəsini təşkil edir? Bu, neçə manata uyğundur?

2) Ailə bu ay geyimə və digər xərclərin hər birinə büdcənin 10%-ni ayırmaqla qənaət edilən pulu yeməyə əlavə xərcləmişdir. Bu məlumatları nəzərə almaqla cədvəli dəftərinizə köçürün və ona məbləğləri manatla ifadə edən sütun əlavə edin.

7 Binanın həyətində avtomobil dayanacağının ləğv edilməsi barədə qərar vermək üçün bina sakinləri müzakirələrə yığışdılar. Sakinlərin yaşı və sayı haqqında məlumat histoqramla verilmişdir. Histoqrama görə aşağıdakı addımlarla dairəvi diaqram qurun.



1. Müzakirədə iştirak edənlərin ümumi sayını tapın. $6 + 10 + 18 + 12 + 8 = 54$

2. Hər bir yaş qrupunun bütün iştirakçıların sayına olan nisbətini tapın. 20-29 yaşlılar: $6 : 54 \approx 0,11$

3. Bu nisbətdən uyğun dairə hissəsinin tapılması üçün istifadə edin. $0,11 \cdot 360° = 39,6° \approx 40°$

4. Məlumatı dairəvi diaqramla təqdim edin. Hissələrə uyğun sözlü və ədədi məlumatları qeyd edin.

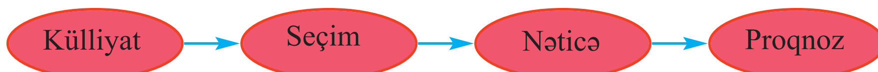
5. Müzakirənin nəticələri cədvəldə göstərildiyi kimidir:
Cədvəldə verilmiş məlumatları hansı qrafik formada təqdim etmək əlverişlidir? Məlumatı əlverişli hesab etdiyiniz qrafik formada təqdim edin.

Yaş	Qalsın	Sökülsün
20-29	35%	65%
30-39	55%	45%
40-49	60%	40%
50-59	52%	48%
60-69	50%	50%

8 Nazimin kitabxanasında 250 bədii, 125 elmi-kütləvi ədəbiyyat, 25 ensiklopediya və lügət var. 1) Bu məlumata uyğun dairəvi diaqram qurun.
2) Həyati situasiyaya uyğun bir məsələ yazın və dairəvi diaqramla təqdim edin.

9 Bir araşdırma mövzusu fikirləşin. Külliyyat və seçimi müəyyənləşdirin. Seçiminizin külliyatı həqiqətən təmsil etdiyini əsaslandırın.

Külliyyatı müəyyən edin | Seçimi edin | Seçimə görə nəticə çıxarın | Seçimdəki nəticəyə görə külliyyat haqqında nəticə çıxarın.



İki parametrinə görə məlumatın təhlili

Bir çox hallarda bir obyektə aid iki məlumatın araşdırılması tələb edilir. Bu halda məlumatı cədvəllə təqdim etmək əlverişlidir.

İki dəyişən məlumata görə cədvəlin qurulması qaydasını aşağıdakı nümunə üzərində göstərək:

Nümunə 1. Araşdırma qrupu 100 nəfər arasında yayın hansı ayında və hara istirahətə getdikləri haqqında sorğu aparmışdır. Nəticələr aşağıdakı kimi ikiparametrli cədvəllə təqdim edilmişdir.

1. Parametrlər: Ölkə və aylar
2. Parametrlərdən biri - aylar sətirlər boyu, digəri - ölkələrin adları isə sütunlarla yazılır.
3. Uyğun sətir və sütunların kəsişdiyi xanada hər iki parametrə görə ədədi məlumat yerləşdirilir. Məsələn, cədvəldəki 18 ədədi iyun ayında Türkiyədə məzuniyyətini keçirən şəxslərin sayını göstərir.
4. Hər bir ay və hər bir ölkə üzrə ümumi məlumat - ədədi məlumatlar toplanmaqla uyğun “cəmi” xanasında yazılır.

		Ölkələr			
		Türkiyə	Avropa ölkələri	Rusiya	Cəmi
Ay	İyun	18	6	5	29
	İyul	10	2	19	31
	Avqust	15	15	10	40
	Cəmi	43	23	34	100

Aylar üzrə istirahət edənlərin sayı: İyun, İyul, Avqust

3 ay ərzində istirahət edənlərin sayı ölkələr üzrə : Türkiyə, Avropa ölkələri, Rusiya

10 Nümunə tapşırığında verilənlərə görə sualları cavablandırın.
1) Rəyi soruşulanların neçə faizi öz məzuniyyətini iyun ayında götürür?
2) Rəyi soruşulanların neçə faizi öz məzuniyyətini Türkiyədə keçirir?
3) Bu sorğuya görə 1250 nəfərdən təxminən neçəsinin öz məzuniyyətini Avropada keçirəcəyini düşünmək doğru olardı?

11 Sürücülük vəsiqəsi almaq üçün imtahan verən qadın və kişilər arasında ilk imtahanda topladıqları balların vəsiqə almaq üçün yetərli olub-olmadığı haqqında sorğu aparılmışdır. Sorğu 22-si qadın olmaqla ümumilikdə 50 nəfər arasında keçirilmişdir. Qadınlardan 16 nəfəri ilk imtahanda vəsiqə ala bilmədiklərini, kişilərin isə 18 nəfəri elə ilk cəhddən imtahanı uğurla verdiyini bildirmişdir. Bu məlumatlara görə iki parametrli cədvəl qurun.
Parametrlər:
1. Gender - kişilər, qadınlar.
2. İlk imtahan - vəsiqə almışdır, vəsiqə almamışdır.

İki parametrinə görə məlumatı təqdim etmək üçün hissələrə bölünmüş barqrafdan da istifadə edilir.

Nümunə 2. 54 nəfər şagird arasında idmanla, yoxsa musiqi ilə məşğul olduqları haqqında araşdırma aparılmışdır. Araşdırmanın nəticələri cədvəllə təqdim edimişdir.

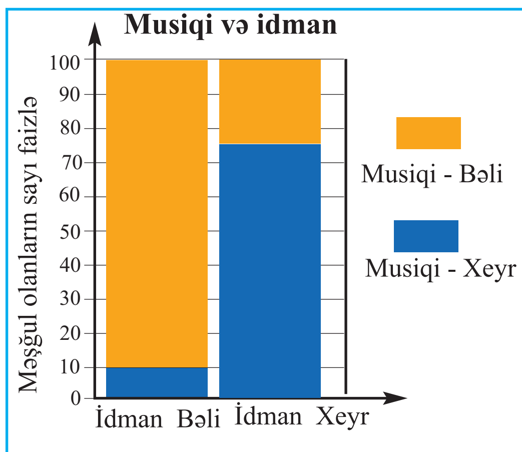
Şagirdlərin musiqi və idmanla məşğul olmaları

		Musiqi		
		Bəli	Xeyr	Cəmi
İdman	Bəli	27	3	30
	Xeyr	6	18	24
	Cəmi	33	21	54

1) Rəyi soruşulanların neçə faizi həm idmanla, həm də musiqi ilə məşğul olur.

2) Neçə faiz şagird musiqi ilə məşğul olur, idmanla məşğul olmur.

3) Uyğun məlumatı barqrafla (faizlə) şəkildəki kimi təqdim etmək olar. Barqrafda verilmiş məlumatla cədvəldə verilmiş məlumatın eyni olduğunu barqrafın rəngli hissələrinə görə təqdim edin.



12 İbtidai siniflərdə şagirdlərin ev tapşırıqlarını yerinə yetirmək üçün kimdən - valideynlərindən, yoxsa xüsusi müəllimlərdən kömək aldıqları haqqında araşdırma aparılmışdır.

	Valideyn - bəli	Valideyn - xeyr	Cəmi
Xüsusi müəllim - bəli	24	16	
Xüsusi müəllim - xeyr	48	12	
Cəmi			100

1) Ev tapşırıqlarını xüsusi müəllimlə məşğul olan şagirdlərdən neçə faizinin valideynləri övladlarının dərsi ilə məşğul olmur?

2) Şagirdlərin neçə faizi ev tapşırığını valideynlərin köməyi ilə yerinə yetirir, xüsusi müəllimə ehtiyacı yoxdur?

3) Cədvəli tamamlayın və nümunə 2-də olduğu kimi hissəli barqraf qurun.

Səpələnmə diaqramı

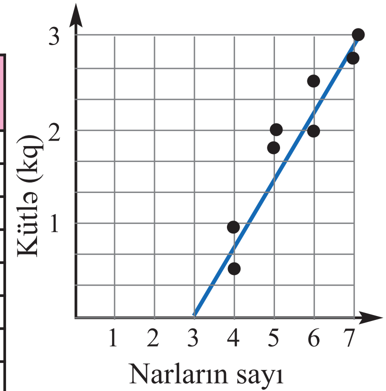
Səpələnmə diaqramı iki kəmiyyətin bir-birindən necə asılı olduğunu təqdim etmək üçün istifadə olunur. Kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin dəyişməsi ilə digərinin də qiymətlərinin qanunauyğun dəyişməsi baş verirsə, onlar arasındakı qarşılıqlı əlaqə **korrelyasiya** adlanır.
Müsbət korrelyasiya - kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin artması digərinin də artması ilə müşaiyət olunur.
Mənfi korrelyasiya - kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin artması digərinin azalması baş verdikdə olur.
Həmçinin, korrelyasiyanın olmadığı hal da mümkündür.

Nümunə 1

Bağlamanın kütləsinin bağlamadakı narların sayından asılılığı səpələnmə diaqramında verilmişdir.

Müsbət korrelyasiya

Narların sayı	Kütləsi (kq)
4	0,5
4	1
5	1,8
5	2
6	2
6	2,5
7	2,8
7	3



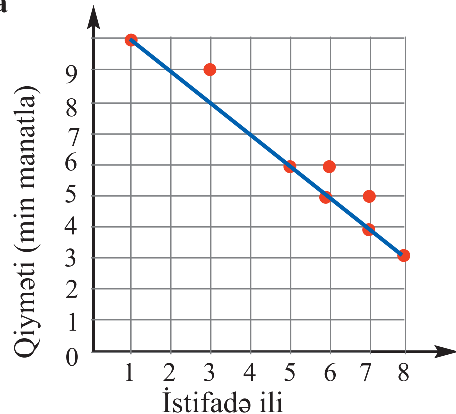
Absis oxu üzərində narların sayını, ordinat oxu üzərində bağlamaların kütlələrini qeyd etməklə cədvələ görə səpələnmə diaqramı qurulmuşdur. Diaqramdan görünür ki, eyni sayda narların müxtəlif kütlələri ola bilər. Başqa sözlə desək, bu dəyişənlər arasında birqiymətli asılılıq yoxdur. Lakin diaqramda narların sayı artdıqca bağlamanın kütləsinin artdığı görünür.

Nümunə 2

Cədvəl və diaqramda avtomobillərin istifadə müddəti ilə qiymətləri arasındakı əlaqə verilmişdir.

Mənfi korrelyasiya

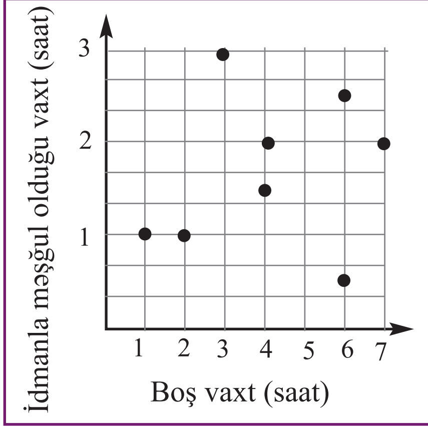
İstifadə müddəti	Qiyməti (min manatla)
1	10
3	9
5	6
6	6
6	5
7	5
7	4
8	3



Avtomobillərin istifadə müddəti artdıqca onların qiyməti azalır. Bu iki dəyişən arasındakı əlaqə mənfi korrelyasiyadır.

Nümunə 3 Cədvəl və səpələnmə diaqramı Nəsibin boş vaxtını və idmanla məşğul olduğu vaxtı göstərir.

Əlaqəsi olmayan (korrelyasiya olmayan)



Boş vaxtı	İdmanla məşğul olduğu vaxt
1	1
2	1
3	3
4	2
4	1,5
6	0,5
6	2,5
7	2

Nümunə 1, 2 və 3-də verilmiş cədvəllərdəki məlumatları dəyişdirin və uyğun səpələnmə diaqramlarını siz də qurun.

13 Səpələnmə diaqramında qızların yaşları və məşq zamanı üzə bildikləri məsafələr verilmişdir. Diaqrama görə suallara cavab verin.

1) 300 m məsafəyə üzmüş yaşca ən kiçik olan kimdir?

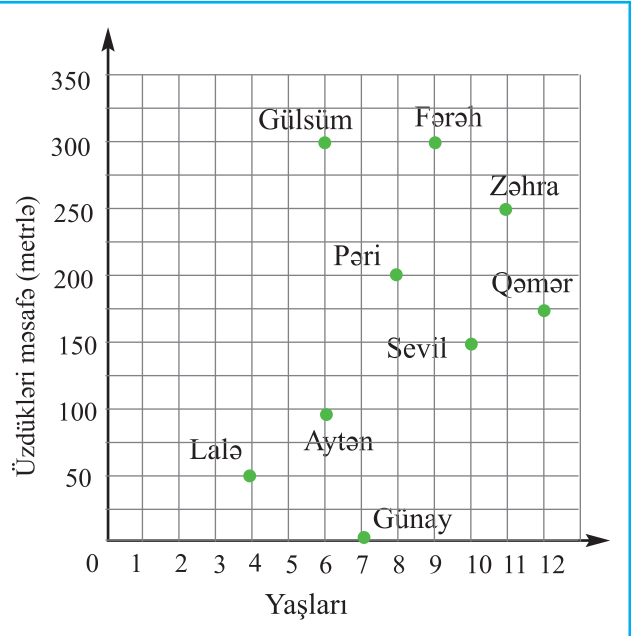
2) Kim üzməyi bacarmır?

3) Qızlardan yaşca ən kiçiyi kimdir?

4) Altıyaşlılardan kim daha yaxşı üzür?

5) Kim daha uzağa üzə bilmişdir: Zəhra, Lalə yoxsa Pəri?

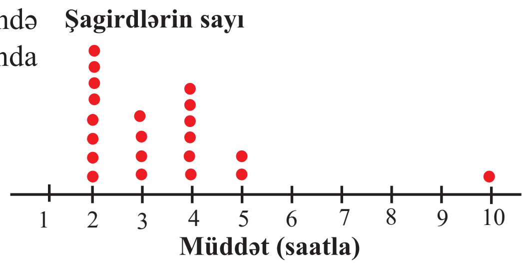
6) Qızların yaşları ilə üzdükləri məsafə arasında əlaqə varmı?



Mərkəzə meyilli ölçülər

Araşdırma. Diaqram şagirdlərin gündə neçə saat televizora baxdıqları haqqında sorğunun nəticələrini əks etdirir.

1● = 1 şagird



1) Ədədi orta, moda, median və ən böyük fərqi tapın.

2) 10 saata uyğun məlumatı nəzərə almadan ədədi ortanı tapın.

3) Diaqrama görə məlumatın sıx toplandığı intervalı, məlumatın olmadığı intervalı və kənaraçıxan məlumatı müəyyən edin.

Mərkəzə meyilli ölçülər

Statistik məlumatların təhlilində ədədi orta, moda, median kimi ölçülərdən geniş istifadə edilir. Ədədi orta, moda, median mərkəzə meyilli ölçülərdir. Hansı statistik ölçüdən hansı hallarda istifadə etmək daha əlverişlidir?

Ədədi orta: kəskin kənaraçıxma olmadığı halda

Median: kəskin kənaraçıxmalar olduqda

Moda: eyni məlumatların sayı çox olduqda

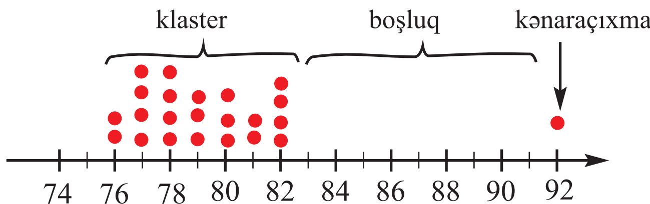
Müxtəlif situasiyalarda hansı ölçüdən istifadə etməyə aid nümunələrə baxaq.

1) Samirin 5 gün ərzində gündəlik qaçışı (km): 3, 5, 4, 5, 6. **Ədədi orta**
2) Bir qrupdakı 6 nəfərin yaşı: 11, 14, 12, 12, 11, 32. **Median**
3) 6 ay ərzində aylıq gəlir (manatla): 325, 320, 300, 325, 325, 4000. **Moda**

Klaster, boşluq, kənaraçıxma

Məlumatlar bəzən kiçik intervalda toplanır. Bu interval ***klaster*** adlanır.
Məlumatın olmadığı intervalı ***boşluq*** adlandıracağıq.
Ədədi qiymətinə görə mövcud məlumatlardan çox böyük və ya çox kiçik olan məlumat ***kənaraçıxma*** kimi qəbul edilir.

Şagirdlərin topladığı ballar



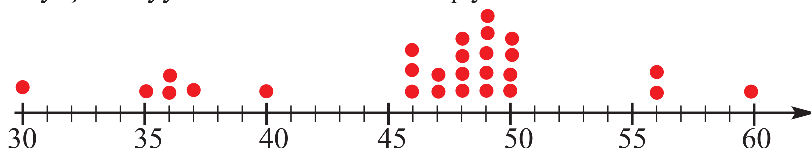
Məsələn, diaqramdan görünür ki, şagirdlərin çoxunun topladığı bal 76-82 intervalındadır. Bu interval klasterdır. 83-91 intervalı boşluqdur, 92 bal isə kənaraçıxmadır.

Öyrənmə tapşırıqları.

1 Aşağıda bir sinifdəki şagirdlərin il boyu dərsə gəlmədikləri günlərin sayı verilmişdir.
4, 3, 2, 5, 4, 6, 3, 5, 7, 5, 18, 3, 3, 6, 3, 6, 2, 5

Məlumatları ədəd oxu üzərində qeyd etməklə araşdırma tapşırığında verilmiş diaqrama oxşar diaqram qurun. Məlumatlara uyğun: a) ədədi orta, moda və medianı tapın. b) Klaster, boşluq intervalını və kənaraçıxmanı göstərin.

2 Diaqramda şirkətin işçilərinin yaşları verilmişdir. Bu məlumatlara görə işçilərin orta yaşını müəyyən edin. Məlumatın ən sıx olduğu intervala görə orta yaşı müəyyən edin. Nəticələri müqayisə edin.



3 Aşağıda işçilərin hər birinin həftə ərzində neçə saat işlədiyi verilmişdir.

25, 36, 18, 43, 40, 38, 39, 40, 16, 30, 24, 29, 30, 45, 42, 15, 20, 28

a) Məlumatları 16-20, 21-25, 26-30, 31-35, 36-40, 41-45 intervallarına ayırmaqla cədvəl qurun. b) Median hansı intervala düşür? c) Ədədi orta hansı intervala düşür?

4 1) Median 16-dır və aşagıdakı ədədlər məlumatlar çoxluğuna əlavə edilir. Yazılı hesablamalar aparmadan hər bir hal üçün medianın dəyişib-dəyişmədiyini müəyyənləşdirin.

a) 15 və 17 b) 14 və 18 c) 18 və 21 d) 13 və 12

2) Ədədi orta 16-dır. Aşağıdakı iki məlumat əlavə edildikdə ədədi ortanın dəyişib-dəyişmədiyini müəyyənləşdirin.

a) 15 və 17 b) 14 və 18 c) 18 və 21 d) 13 və 12

5 Cədvəldə bəzi quşların yumurtadan bala çıxarma - inkubasiya dövrü verilmişdir.

a) İnkubasiya dövrləri üçün ədədi ortanı, modanı, medianı və ən böyük fərqi tapın.

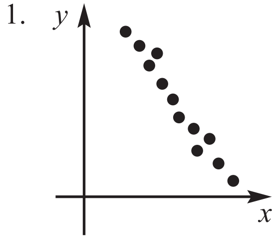
b) Ədədi ortanın hər bir quşun inkubasiya dövrü ilə fərqini müəyyən edin və cədvəli dəftərinizdə tamamlayın.

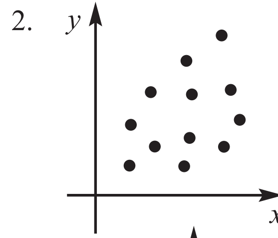
c) Dəvəquşu və göyərçinin bala çıxarma dövrünü müqayisə etmək üçün ən böyük fərqdən istifadə edin.

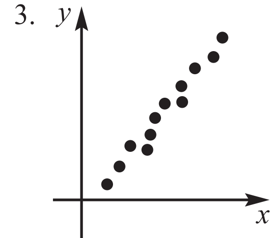
Quşların adı	İnkubasiya müddəti (günlə)	Ədədi orta ilə fərqi
Toyuq	21	
Ördək	28	
Qaz	28	
Dəvəquşu	40	
Tutuquşu	24	
Qırqovul	24	
Göyərçin	15	
Bildirçin	19	
Durna	34	
Hind toyuğu	28	

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

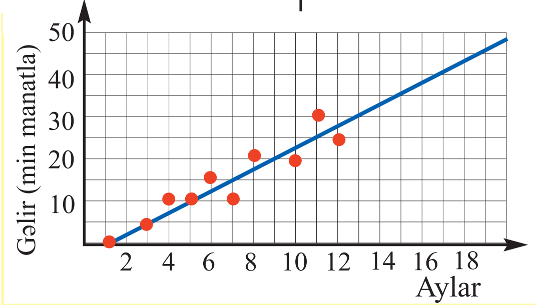
1 Hər bir səpələnmə diaqramanda korrelyasiyanın növünü müəyyən edin. Uyğun məsələ qurun.

1. 

2. 

3. 

2 Səpələnmə diaqramı yeni yaradılmış şirkətin ilk bir il ərzindəki gəlirini əks etdirir. Bu diaqrama görə şirkətin 16-cı ayda gəlirinin ən azı neçə manat olacağını düşünmək daha doğru olardı?



3 Fəsil dəyişməsi ilə bağlı mağazadakı qalıq mallar haqqında məlumat cədvəldə verilmişdir. Cədvəli tamamlayın və tapşırıqları yerinə yetirin.

1) Mağazada neçə yaşıl rəngli idman köynəyi qalmışdır?

2) Növbəti fəsil üçün hansı ölçülərdə köynəklərin daha çox sifariş verilməsi doğru olardı?

3) Köynəklər üst-üstə qarışıq olaraq yığılmışdır. Bir köynək çıxarsanız, onun L ölçüdə və mavi rəngdə olması ehtimalı nə qədərdir?

		Ölçü					
		S	M	L	XL	XXL	Cəmi
Rəng	Ağ	3	1	2	1	3	
	Mavi	2	0	2	1	2	
	Yaşıl	3	1	3	0	2	
	Qara	1	0	1	0	1	
	Cəmi						

4 8-ci sinif şagirdləri faiz və nisbət mövzusuna aid 2 dəfə test tapşırıqları yerinə yetirdilər. 10 şagirdin topladığı bal aşağıdakı cədvəldə göstərilmişdir.

1) 2-ci test tapşırıqlarında 1-ci testə görə ən azı 10% daha yaxşı nəticə göstərən şagirdlərin sayı neçə nəfərdir?

2) Ən çox bal toplayan şagird mümkün ən yüksək balın neçə faizini toplamışdır?

3) Bu nəticələrin ümumilikdə yaxşı və ya pis olduğunu ədədi orta, moda və mediandan istifadə etməklə təqdim edin.

Adı	Mümkün ən yüksək bal: 50	
	1-ci test	2-ci test
Əli	38	35
Lalə	34	38
Aytən	42	46
Ayan	26	30
İsa	30	28
Samir	18	19
Nailə	21	24
Kərim	45	40
Tahir	48	44
Günel	38	36

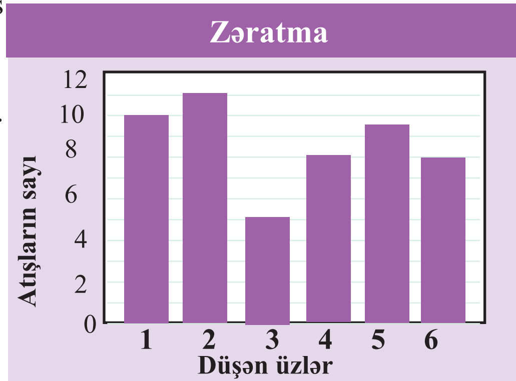
Ehtimalın hesablanması

Təcrübi ehtimal

Təcrübi ehtimal təcrübənin təkrarlanan sınaqları əsasında tapılır.

$$P\ (\text{hadisə}) = \frac{\text{Əlverişli hadisənin baş verdiyi halların sayı}}{\text{Sınaqların sayı}}$$

Nümunə 1. Barqraf zərin 50 dəfə atılmasından alınan nəticələri əks etdirir. Tək ədədin düşməsinin təcrübi ehtimalı nə qədərdir?



Barqrafdan görünür ki, on dəfə 1, beş dəfə 3, doqquz dəfə 5 düşmüşdür.

Əlverişli hadisələrin sayı:

10+5+9=24 dəfə tək ədəd düşmüşdür.

Sınaqların sayı: 50

$$P\ (\text{tək ədəd}) = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

Tək ədədin düşmə hadisəsinin təcrübi ehtimalı:

$\frac{12}{25}$, 0,48 və ya 48%-dir.

Nəzəri ehtimal

Sınaq (təcrübə, müşahidə) müəyyən hadisələrlə nəticələnir. Daha sadə hadisələrə ayrılmayan nəticə elementar hadisə adlanır. Sınaq nəticəsində elementar hadisələrdən yalnız biri hökmən baş verir. Məsələn, zərin atılmasında 6 elementar hadisədən biri baş verə bilər. Elementar hadisələrin ehtimalları cəmi vahidə bərabərdir. Hər bir hadisə müəyyən nəticələr çoxluğundan ibarətdir. Məsələn, zərin atılmasında “düşən xal mürəkkəb ədəddir” hadisəsi “4 xal düşmüşdür” və “6 xal düşmüşdür” kimi iki elementar nəticəni özündə saxlayır.

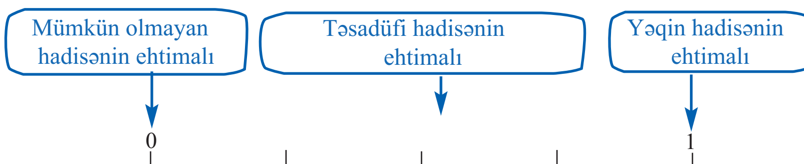
Elementar hadisənin baş verməsi A hadisəsinin baş verməsinə gətirirsə, ona A hadisəsi üçün əlverişli nəticə deyilir.

Eyniimkanlı elementar nəticələri olan sınaqda hadisənin ehtimalı aşağıdakı qaydada tapılır.

$$P\ (\text{hadisə}) = \frac{\text{Əlverişli halların sayı}}{\text{Mümkün halların sayı}}$$

Təsadüfi hadisənin başvermə ehtimalının ədədi qiyməti 0-dan 1-ə qədər intervalda dəyişir. Hadisənin baş verməsi ehtimalı ilə baş verməməsi ehtimalının cəmi 1-ə bərabərdir.

$$P\ (A\ \text{başvermə}) + P\ (A\ \text{başverməmə}) = 1$$



Nəzəri ehtimalın istifadəsi

Nümunə 2. Çərxi-fələk taxtasını fırladarkən 1000 manatlıq pul uduşu şansı $\frac{1}{10}$ -dir. Taxtanın üzərindəki 3 bölgüdə 1 000 manatlıq uduş varsa, taxtanın cəmi neçə bölgüsü var?

Həlli: Bölgülərin ümumi sayını $\boldsymbol{n}$ qəbul edək.

$$P\text{ (priz)} = \frac{\text{Uduşların olduğu hissələrin sayı}}{\text{Bütün hissələrin sayı}} = \frac{1}{10}; \quad \frac{1}{10} = \frac{3}{n}; \quad n = 30$$

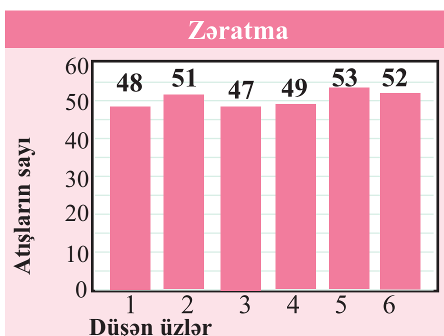
Nəzəri və təcrübi ehtimalın müqayisəsi

Nümunə 3. Barqraf 300 dəfə zər atmanın nəticəsini əks etdirir. Tək ədədin düşmə ehtimalını tapın.

Tək ədədlərin düşmə hallarının sayı

$$P\text{ (tək ədəd)} = \frac{148}{300} = \frac{37}{75} \approx 0{,}49$$

Sınaqların sayı



Təcrübi olaraq tapılmış ehtimalla nəzəri tapılmış ehtimalı müqayisə edək.
Nəzəri ehtimal: P(tək ədəd) = 50%
Təcrübi ehtimal: P(tək ədəd)=49%
Bu təcrübi ehtimalı Nümunə 1-dəki təcrübi ehtimalla müqayisə edək.

Sınaqların sayı artdıqca təcrübi ehtimal nəzəri ehtimala yaxınlaşır. Sınaqların sayını 50-dən 300-ə çatdırdıqda təcrübi ehtimal da 48%-dən 49%-ə qədər artaraq 50%-lik nəzəri ehtimala daha çox yaxınlaşmışdır.

Öyrənmə tapşırıqları.

1. Nümunə 3-dəki barqrafa görə 4-dən kiçik ədədlərin düşməsinin təcrübi ehtimalını hesablayın. Bu nəticəni nəzəri ehtimalla müqayisə edin.

2. Novruz bayramı üçün alınmış 50 dənə açıqcadan Lalə təsadüfi seçimlə 4-nü götürdü. Onlardan 2-nin üzərində gül şəkli var idi. 50 açıqcadan neçəsində gül şəkli olduğunu düşünmək doğru olardı?

3. Şirə istehsal edən şirkət keçirdiyi reklam-şouda şirə qutularının etiketində pul və ya hədiyyə uduşları yerləşdirmişdir. Pul uduşu ehtimalı $\frac{3}{10}$ -dür. Uduşa 9 ədəd pul uduşlu şirə qutusu qoyulmuşsa, şouya cəmi neçə uduşlu şirə qutusu çıxarılmışdır?

4. İki metal pulun atılma sınağını aparın. Xəritə və ya rəqəm üzünün düşməsini qeyd etməklə nəticələri cədvəldə yazın.

Nəzəri ehtimal	Sınaqların sayı	Gözlənilən nəticə	Həqiqi nəticə	Təcrübi ehtimal
	20			

Venn diaqramı ilə ehtimala aid məsələ həlli

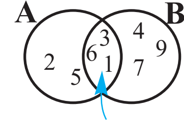
Bir çox məsələlərdə mümkün hallar və əlverişli hallar sayının tapılmasını Venn diaqramı ilə yerinə yetirmək əlverişli olur. Bu halda çoxluqların birləşməsi və kəsişməsindəki elementlərin sayı haqda aşağıdakı təklif tətbiq olunur.

A və B çoxluqlarının birləşməsinə daxil olan elementlərin sayı onların ayrı-ayrılıqda elementləri sayının cəmi ilə ortaq elementlərinin sayı fərqinə bərabərdir.

$$\boldsymbol{n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)}$$

Xüsusi halda, $A\cap B = \varnothing$ olduqda $\boldsymbol{n(A\cup B) = n(A) + n(B)}$

Nümunə. A = {1,2,3,5,6}, B = {1,3,4,6,7,9} verilmişdir. **A** çoxluğunun elementlərinin sayı $n(A)$, **B** coxluğunun elementlərinin sayı $n(B)$ olsun. Onda $n(A) = 5$, $n(B) = 6$ və $n(A\cap B) = 3$ olduğundan, $n(A\cup B) = 5 + 6 - 3 = 8$



5 $n(A) = 12$, $n(B) = 7$ olduğuna görə: a) $n(A\cup B)$ ən azı neçə ola bilər? b) $n(A\cup B)$ ən çoxu neçə ola bilər?

6 Verilənlərə görə tələb olunan çoxluqların elementlərinin sayını tapın.

a) $n(A) = 8$, $n(B) = 13$, $n(A\cup B) = 18$, $n(A\cap B) = ?$

b) $n(A\cup B) = 17$, $n(A) = 8$, $n(A\cap B) = 4$, $n(B) = ?$

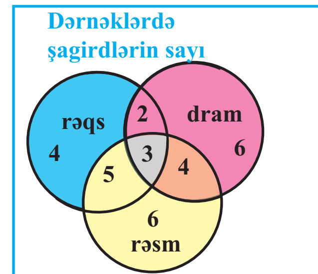
c) $n(A\cup B) = 15$, $n(A) = 10$, $A\cap B = \varnothing$, $n(B) = ?$

7 Elmi konfransda iştirak edən qonaqlar alman, ingilis və fransız dillərini bilirlər. Alman dilində 12, ingilis dilində 21, fransız dilində isə 8 nəfər danışır. Alman və ingilis dillərini bilənlər 6, alman və fransız dillərində danışanlar 4, ingilis və fransız dillərində danışanlar 3 nəfər, hər üç dildə danışanlar isə 2 nəfər olarsa, elmi konfrasda neçə nəfər iştirak edirdi? Venn diaqramı qurmaqla həll edin.

8 Venn diaqramında şahmat və tennislə məşğul olan şagirdlərin sayı verilmişdir.
Təsadüfi seçilmiş şagirdin:
a) Yalnız şahmatla məşğul olması;
b) Yalnız tennislə məşğul olması;
c) Həm şahmat, həm də tennislə məşğul olması ehtimalını tapın.



9 Venn diaqramında rəqs, dram və rəsm dərnəklərində məşğul olan şagirdlərin sayı verilmişdir.
Təsadüfi seçilmiş şagirdin:
a) Hər üç dərnəkdə məşğul olması;
b) Yalnız rəsmlə məşğul olması;
c) Ya dram, ya da rəqslə məşğul olması;
d) Həm rəsm, həm də rəqslə məşğul olması ehtimalını tapın.



Ehtimalın hesablanması

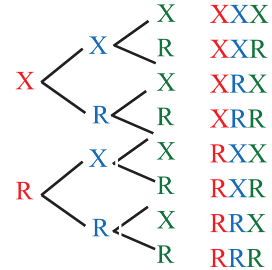
Mümkün halların sayı

Bir çox məsələlərdə, məsələn, iki və ya daha çox sayda zərin birlikdə atılması, metal pul ilə zərin birlikdə atılması kimi məsələlərdə mümkün hallar və əlverişli hallar sayını tapmaq üçün müxtəlif kombinasiyalara baxıb variantları saymaq lazım gəlir. Müxtəlif variantların sayını: 1) şaxələnmə diaqramından; 2) siyahı tutmadan; 3) cədvəldən; 4) vurma qaydasından istifadə etməklə tapmaq olar.
Vurma prinsipi: *a* elementini *n* üsulla seçmək və hər bir belə seçimə qarşı *b* elementini *m* üsulla seçmək mümkündürsə, (*a,b*) cütünü $n \cdot m$ üsulla seçmək olar. Bu qayda üç və daha çox elementin seçildiyi halda da doğrudur.

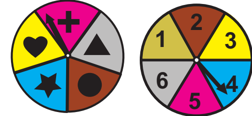
Nümunə 1. Cədvəl qurmaqla.
Bir zər və bir metal pul birlikdə atıldıqda mümkün hadisələrin sayı: 12 hadisə.
Vurma prinsipinə görə: metal pulla 2 hadisənin ($m = 2$), zərlə 6 hadisənin ($n = 6$) baş verməsi mümkündür.
Mümkün halların sayı: $2 \cdot 6 = 12$

	1	2	3	4	5	6
	1R	2R	3R	4R	5R	6R
	1X	2X	3X	4X	5X	6X

Nümunə 2. Şaxələnmə diaqramı qurmaqla.
Üç metal pulu atdıqda mümkün hadisələrin sayı: 8
Vurma prinsipinə görə: Hər bir metal pulla 2 hadisə mümkündür:
Mümkün halların sayı: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$



10 1) Şəkildəki çarxların hər birini bir dəfə fırlatdıqda mümkün hadisələrin sayını tapın.
2) Oxlardan birinin ulduz şəkli, digərinin isə 5 rəqəmi üzərində dayanması ehtimalını hesablayın.



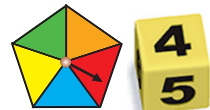
11 Vurma prinsipindən istifadə etməklə musiqi mərkəzinin mümkün seçim sayını hesablayın.

MP3 musiqi mərkəzi	
Yaddaş	8 GB, 12 GB, 16 GB, 24 GB
Rəngi	gümüşü, qızılı, qara, qəhvəyi

12 0,1,2,3,4 rəqəmlərindən istifadə etməklə neçə: a) dördrəqəmli ədəd; b) rəqəmləri müxtəlif olan dördrəqəmli ədəd; c) heç olmasa iki rəqəmi eyni olan dördrəqəmli ədəd yazmaq olar?

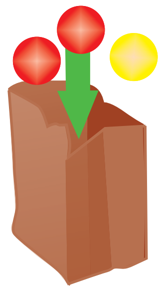
13 Sinifdə 15 şagird var. Sinif nümayəndəsini və onun müavinini seçməyin neçə mümkün variantı var?

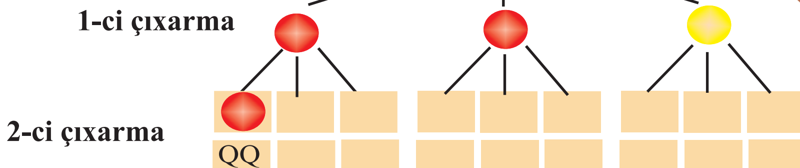
14 Zəri bir dəfə atdıqda, çərxi-fələk taxtasını bir dəfə fırlatdıqda zərin 5 rəqəmi olan üzünün, oxun isə qırmızı rəngli hissə üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalını tapın. Bu hadisənin baş verməməsi ehtimalını da tapın.



Asılı olmayan və asılı hadisələr

Təcrübə 1. Torbada 2 qırmızı, 1 sarı kürə var. Təsəvvür edin ki, siz torbadan ardıcıl iki kürə çıxarmalısınız. Hər dəfə çıxarılan kürənin rəngini qeyd edin və kürəni yenidən torbaya qaytarın. Rənglərin baş hərfi ilə qeyd etməklə mümkün hadisələrin sayını tapmaq üçün şaxələnmə diaqramını tamamlayın. Ardıcıl qırmızı kürənin çıxma ehtimalını tapın.



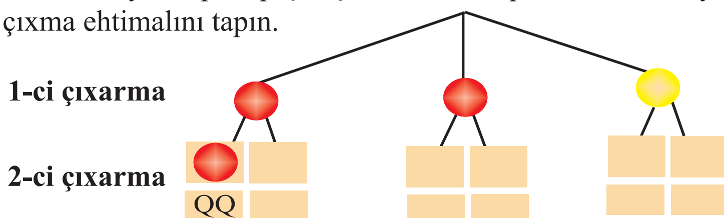


İkinci çəkimdə çıxan kürənin rəngi birinci çəkimdə çıxan kürənin rəngindən asılıdırmı?

Asılı olmayan hadisələr

Bir hadisənin baş verməsi digər hadisənin baş verməsi imkanlarına təsir etmirsə, belə hadisələrə **asılı olmayan hadisələr** deyilir. Məsələn, zər və qəpik pul eyni zamanda atıldıqda zərdə hansı üzün düşməsi qəpik pulun xəritə və ya rəqəm üzünün düşməsi hadisəsindən asılı deyil.
Asılı olmayan iki və daha çox hadisənin ehtimalı bu hadisələrin ehtimalları hasilinə bərabərdir: **P (A və B) = P(A) · P(B)** düsturu $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ kimi də yazılır. Oxşar qayda ilə üç asılı olmayan hadisə üçün:
P(A, B və C) = P(A) · P(B) · P(C)

Təcrübə 2. Təsəvvür edin ki, torbada yenə də 2 qırmızı və 1 sarı kürə var. Siz hər dəfə torbadan bir kürə çıxarıb rəngini qeyd edirsiniz, lakin kürəni torbaya qaytarmırsınız. Rənglərin baş hərfi ilə qeyd etməklə mümkün elementar hadisələrin sayını tapmaq üçün şaxələnmə diaqramını tamamlayın. Ardıcıl qırmızı kürə çıxma ehtimalını tapın.



İkinci çəkimdə çıxan kürənin rəngi birinci çəkimdə çıxan kürənin rəngindən asılıdırmı?

Asılı hadisələr

Bir hadisənin baş verməsi digər hadisənin baş verməsi imkanlarına təsir edirsə, bu hadisələrə **asılı hadisələr** deyilir. Məsələn, torbadakı 100 kartdan 10 kart hədiyyəlidirsə, 1-ci cəhddən bir nəfərin hədiyyəli kartı çıxarması, digər şəxsin hədiyyəli kartı çıxarma hadisəsinə təsir edir.
İki asılı A və B hadisəsinin ehtimalı A hadisəsinin ehtimalı ilə A hadisəsi baş verdikdən sonra B hadisəsinin baş verməsi ehtimalı hasilinə bərabərdir.
P (A və B) = P(A) · P (A hadisəsindən sonra B-nin baş verməsi)

Asılı olmayan və asılı hadisələr





Nümunə 1. Asılı olmayan hadisə. Metal pul və zər birlikdə atılır. Metal pulun xəritə üzünün, zərin isə sadə ədəd yazılan üzünün düşməsi hadisəsinin ehtimalını hesablayın.

Həlli: Metal pulun xəritə üzünün düşməsi hadisəsinin ehtimalı:

P(xəritə) $= \frac{1}{2}$; zəri atdıqda sadə (2, 3, 5) ədədin düşməsi ehtimalı:

P (sadə) $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;   P (xəritə və sadə) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$;

Xəritə və sadə ədədin düşməsi ehtimalı $\frac{1}{4}$, 0,25 və ya 25% -dir.

Nümunə 2. Asılı hadisə. Teleşou üçün oyunçular 100 nəfər tamaşaçı arasından təsadüfi seçilir. Teymurun 5 qohumu və 9 nəfər sinif yoldaşı verilişi studiyada seyr edir. İlk seçimdə Teymurun qohumlarından birinin, ikinci seçimdə isə sinif yoldaşlarından birinin seçilmə ehtimalı neçədir?

Həlli: İlk seçimdə qohumların seçim ehtimalı: P (qohum) $= \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

İkinci seçimdə dostlarının seçim ehtimalı: P (qohumdan sonra dost) $= \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$

İki asılı hadisənin ehtimalını hesablama düsturundan istifadə etməklə Teymurun qohumunun və sinif yoldaşının seçilənlər arasında ilk olaraq ardıcıl çağırılma hadisəsinin ehtimalını hesablaya bilərik.

P (qohum və dost) = P (qohum) · P (qohumdan sonra dost)

P (qohum və dost) $= \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{220}$

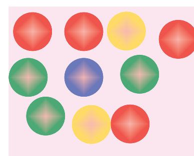
Öyrənmə tapşırıqları.

1 Aşağıdakı hadisələrdən hansılar asılı olmayan, hansılar asılı hadisələrdir?

a) Metal pulu iki dəfə ardıcıl atdıqda hər dəfə xəritə üzünün düşməsi;

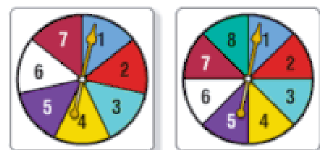
b) Qutudakı kartlardan geriyə qaytarmamaq şərtilə ardıcıl iki kart çıxardıqda bu kartların eyni rəngdə olması.

2 Torbada 4 qırmızı, 3 yaşıl, 2 sarı və 1 mavi kürə var. Siz ardıcıl iki kürə çıxardınız. Aşağıdakı şərtlərə görə ehtimalı hesablayın. Hansı halda hadisələr asılı, hansı halda asılı olmayandır?



1) Yerinə qaytarmadan P (qırmızı və yaşıl)
2) Yerinə qaytarmaqla P (sarı, sarı)
3) Yerinə qaytarmadan P (qırmızı və mavi)
4) Yerinə qaytarmaqla P (yaşıl və qırmızı)
5) Yerinə qaytarmadan P (mavi və yaşıl)
6) Yerinə qaytarmaqla P (qırmızı, qırmızı)

3 Hər iki çərxi-fələk taxtası fırladıldı. Hər iki oxun cüt ədəd göstərmə ehtimalını tapın.



4 Uduş qazanmaq üçün birinci Fidan cəhd etdi. Onun kinoya bilet qazanma ehtimalını tapın. Sonra Ülkər cəhd etdi. Həm Fidanın həm də Ülkərin kinoya bilet qazanması ehtimalını tapın.

Prizlər	Sayı
Kinoya bilet	4
İdman köynəyi	8
Musiqi CD-ləri	5

5 Üzərində müxtəlif ədədlər yazılmış kartlar masa üzərində üzüaşağı yığılmışdır. Kartlardan əvvəlcə birini, sonra isə digərini götürsəniz: a) hər iki kartda cüt ədədin olması ehtimalını; b) kartlardan birində 6-dan böyük, digərində isə 6-dan kiçik ədədin olması ehtimalını tapın.



6 Qutuda üzərində A və N hərfləri yazılmış kürələr var. Üzərində A yazılan kürələrin sayı N yazılan kürələrin sayından 1 ədəd çoxdur.
1) Qutudan təsadüfən çıxarılan kürənin üzərində N hərfi olması ehtimalı 0,4 olarsa, bu qutuda cəmi neçə kürə var?
2) Qutudan hər dəfə yerinə qaytarmaqla ardıcıl olaraq 3 kürə çıxarıb, üzərindəki hərfləri vərəqə eyni ardıcıllıqla yanaşı yazdıqda “ANA” sözünün alınması ehtimalı neçədir?
3) Qutudan ardıcıl çıxarılan 3 kürə eyni ardıcıllıqla yanaşı düzüldükdə “ANA” sözünün alınması ehtimalının tapın.

7 Bir dayanacaqda 200 avtomobildən 120-nin işıqlandırma sistemində, digərində isə 150 avtomobildən 80-nin mühərrikində nasazlıq var. Qalan avtomobillərdə nasazlıq yoxdur. Dayanacaqların hərəsindən bir avtomobil seçilir. Seçilmiş avtomobillərdən birinin mühərrikində, digərinin isə işıqlandırma sistemində nasazlıq olma ehtimalı nə qədərdir?

8 Müəllim sinfi iki qrupa ayırıb təsadüfi seçimlə şagirdlər arasından hər qrupa bir lider seçməlidir. Leylanın qrup lideri olması şansı $\frac{1}{15}$- dir. Həm Leylanın, həm də onun ən yaxın rəfiqəsinin seçilməsi ehtimalı isə $\frac{1}{165}$-dir.
1) Leylanın rəfiqəsinin lider seçilmə ehtimalını tapın.
2) Leylagilin sinfində neçə şagird var?

9 **Açıq tipli sual.** Torbada 3 müxtəlif rəngdə olmaqla 9 kürə var. Təsadüfi olaraq yerinə qaytarılmadan dalbadal 2 kürə götürülməsi hadisəsinə aid elə məsələ yazın ki, bu hadisənin başvermə ehtimalı $\frac{1}{6}$ olsun.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 Bir dükanda çalışanların maaşı aşağıdakı kimidir: 250 ₼; 200 ₼; 240 ₼; 2500 ₼. Aylıq orta maaş neçə manatdır? Bu göstərici bütün işçilərin maaşı haqqında düzgün məlumat verirmi?

2 Ədədi orta 14-ə bərabərdir. Elə iki ədədi məlumat əlavə edin ki, ədədi orta dəyişməsin.

3 Hansı ədədlər cütü bir hadisənin başverməsi və başverməməsi ehtimalını əks etdirmir?

1) $\frac{5}{8}$ və $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{4}{6}$ və $\frac{1}{3}$ 3) 0,875 və $\frac{1}{8}$ 4) 0,65 və 0,55

4 Verilənlərə görə tələb olunan çoxluqların elementlərinin sayını tapın.

a) $n(A \setminus B) = 6$, $n(B \setminus A) = 7$, $n(A \cup B) = 17$ olarsa, $n(A \cap B) = ?$

b) $n(A) = 10$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = 18$, $n(B \setminus A) = ?$

5 Cədvələ görə bir şorba, bir xörək və bir desertdən ibarət nahar yeməyi seçimi üçün mümkün variantların sayını müəyyən edin.

Şorbalar	Xörəklər	Desert
Toyuq şorbası Ət şorbası	Kotlet Qızarmış balıq Dolma	Kətə Paxlava

6 Cədvəldə məktəb kitabxanasındakı kitablar haqqında məlumat verilmişdir. Aşağıdakı hadisələrin ehtimalını tapın.

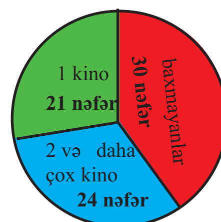
1) Təsadüfən seçilmiş kitabın bərk cilddə, rəngli, hekayə kitabı olması;

2) Təsadüfən seçilmiş kitabın ağ-qara, şeir kitabı olması;

3) Təsadüfən seçilmiş kitabın yumşaq cilddə olması.

		Rəngli	Ağ-qara
Bərk cild	Hekayə	150	420
	Şeir	90	240
Yumşaq cild	Hekayə	450	500
	Şeir	270	280

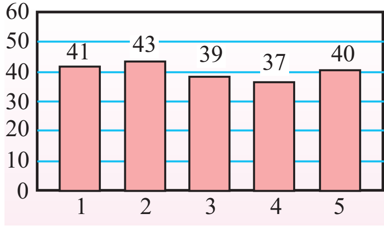
7 Məktəbdə təsadüfi seçilmiş şagirdlər arasında "Həftədə neçə kinoya baxırsan?" sualı ilə araşdırma aparıldı. Nəticə dairəvi diaqramda verildiyi kimi oldu.



a) Bu məktəbdə 1500 şagird oxuyursa, həftədə 1 kinoya baxmış şagirdlərin sayı neçə nəfər ola bilər?

b) 75 şagirddən təsadüfi seçilmiş iki nəfərdən birinin 1 kinoya, digərinin isə 2 və daha çox kinoya baxmış olmasının ehtimalını tapın.

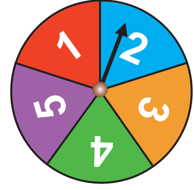
8 1) Şəkildəki çərxi-fələk taxtası 200 dəfə fırladılmış, nəticələr barqrafda verildiyi kimi olmuşdur. Bu nəticələrə görə aşağıdakı hadisələrin nəzəri və təcrübi ehtimalını müqayisə edin.



1) 5-in üzərində dayanma;

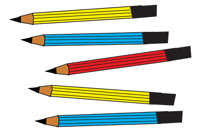
2) 2-nin üzərində dayanma;

3) 3-dən böyük ədəd üzərində dayanma

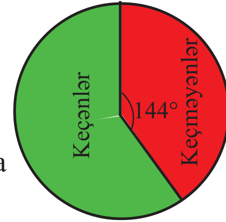


Təcrübi və ya nəzəri ehtimaldan istifadə etməklə 20 000 dəfə aparılmış sınaq üçün 3-ün üzərində dayanma sayları haqqında proqnoz verə bilərsinizmi?

9 Qutuya baxmadan Aslan bir karandaş götürdü. Aslandan sonra Emin də bir karandaş götürdü. Hər ikisinin göy rəngli karandaş götürməsi ehtimalını hesablayın.



10 Diaqramda sürücülük vəsiqəsi imtahanının nəticələri haqqında məlumat verilmişdir.
1) İmtahandan 6 nəfər keçməyibsə, neçə nəfər uğur qazanmışdır?
2) İmtahanda iştirak edənlər arasından təsadüfən 2 nəfər seçilərsə, onların hər ikisinin imtahanı uğurla vermiş şəxs olması ehtimalının tapın.

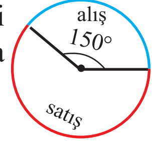


11 Anar aşağıdakı test suallarının cavabını bilmir və təsadüfi seçmə ilə cavablardan birini işarələdi. Hər sualın 4 cavab variantı vardır. Anarın:
a) hər üç suala düzgün cavab verməsi ehtimalını;
b) hər üç suala səhv cavab verməsi ehtimalını;
c) birinci suala doğru, digər ikisinə isə səhv cavab verməsi ehtimalını;
d) ilk iki suala doğru, üçüncüyə isə səhv cavab verməsi ehtimalını;
e) iki suala doğru, birinə isə səhv cavab verməsi ehtimalını tapın.
Bu suallara siz də cavab verin.

1) Azərbaycan Respublikası müstəqilliyini ilk dəfə neçənci ildə qazanmışdır?
a) 1928 b) 1905 c) 1918 d) 1920
2) Fətəli xan Xoyskiyə aid olmayan hansıdır?
a) Azərbaycan Demokratik Respublikasının maliyyə naziri
b) Azərbaycan Demokratik Respublikasının xarici işlər naziri
c) Azərbaycan Demokratik Respublikasının daxili işlər naziri
d) Rus Dövlət Duması deputatı
3) "Ölkəm" romansının bəstəkarı kimdir?
a) Cahangir Cahangirov b) Asəf Zeynallı c) Niyazi d) Fikrət Əmirov

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 Dairəvi diaqram çantanın mağaza üçün alış və satış qiyməti arasındakı fərqi (münasibəti) göstərir. Diaqrama görə 80 manata alınmış bir çantadan neçə manat gəlir əldə edilmişdir.



2 Tam kvadrat ayırmaqla tənliyi həll edin.

1) $x^2 + 17x - 200 = 13x - 60$
3) $2x^2 - 12x + 14 = 0$
2) $x^2 + 1{,}8x - 0{,}4 = 0$
4) $-4x^2 + 21x = x - 11$

3 Verilmiş nöqtələrdən keçən iki düz xətdən hansılarının paralel, hansılarının perpendikulyar olduğunu müəyyən edin.

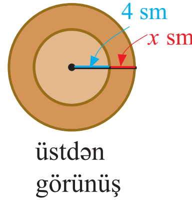
a) Düz xətt 1. A(–1; 9) və B(–6; –6)
Düz xətt 2. C (–7; –23) və D (0; –2)

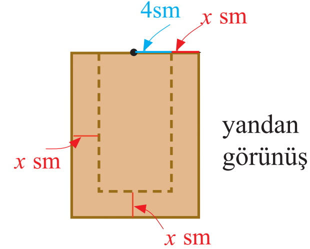
b) Düz xətt 1. A (4; –3) və B(–8; 1)
Düz xətt 2. C (5; 11) və D(8; 20)

4 Turistlər bazalarından 8 km şimala, 9 km şərqə, 4 km yenidən şimala doğru hərəkət etdikdən sonra yeni düşərgə saldılar. Turistlərin bazası ilə yeni düşərgə arasındakı birbaşa yol neçə kilometrdir?

5 Texnologiya dərsində qələmdan düzəltmək üçün hər bir şagirdə həcmi 300 cm³ olan bir topa gil verildi. Şagirdlər bütün gildən istifadə etməklə hündürlüyü 10 sm, daxili radiusu 4 sm olan silindr formalı qələmdan düzəltmək istəsələr, onun divarının qalınlığı təxminən neçə santimetr olacaq?
Göstəriş: Əvvəlcə şəkilləri dəftərinizdə çəkin, gilin həcminin hansı iki silindrin həcmləri fərqinə bərabər olduğunu müəyyən edin.







6 Fermada A cinsindən 120, B cinsindən 180 inək var. Fermer inəklərin südünün yağlılığını yoxlamaq üçün 50 inək seçməlidir. O hər cinsdən neçə inək seçsə, daha düzgün nəticəyə gələr?

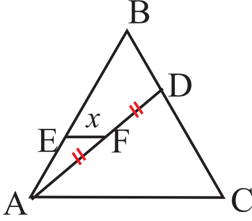
7 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\dfrac{4^2 \cdot 4^{-1} \cdot 5^{-2}}{4^3 \cdot 5^{-3} \cdot 5^0}$ b) $\dfrac{8^{-3} \cdot 9^{-2} \cdot 4^0}{3^{-4} \cdot 8^{-5} \cdot 4^{-1}}$ c) $\dfrac{6^{-11}}{27^{-4} \cdot 32^{-2}}$ d) $\dfrac{12^{-3} \cdot 6^{-5}}{81^{-2} \cdot 8^{-4}}$

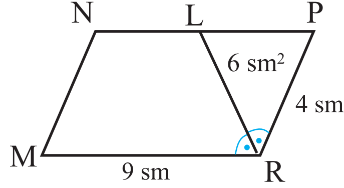
8 Bərabərliyin doğruluğunu göstərin.

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

9 **Verilir:** Δ ABC, EF ∥ AC
AF ≅ FD, $3 \cdot BD = 2 \cdot DC$,
AC = 10 sm
Tapın: EF = ?



10 **Verilir:** MNPR paraleloqram.
RL tənböləndir(∠R-in), MR = 9 sm,
RP = 4 sm, $S_{\Delta LPR} = 6$ sm²
Tapın: S_{MNLR}



11 1) $a = \sqrt{b} = 2$, olarsa, $\left(\frac{b\sqrt{b}}{a^4}\right)^{-a}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

2) $a = \frac{2}{3}$ və $b = 9$ olarsa, $(a\sqrt{b})^{-ab}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

12 Trapesiya yalnız iki qarşı tərəfi paralel olan dördbucaqlıdır. Təpələri koordinat müstəvisi üzərində A(1;–3) B(2;7), C(3;9), D(5;5) nöqtələrində yerləşən ABCD dördbucaqlısının trapesiya olduğunu yoxlayın.

13 Tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.

$x^2 + 13x + 35 = x$
$4x^2 - 35 = 1$

$0{,}01x^2 - 0{,}22x + 0{,}9 = 0$
$4(x + 8)^2 = 144$

$x^2 - 4x - 15 = 2x$
$3x^2 - 2x = 6 - x$

14 Lalə siniflərində 10 nəfər arasında kimin pişiyi, kimin iti olduğu haqqında sorğu aparmışdır. Sorğuda iştirak edənlərin 40%-nin pişiyi, 30%-nin iti, 10%-nin həm pişiyi, həm də iti var. Bu məlumatlara görə cədvəli doldurun.

	İti var	İti yoxdur	Cəmi
Pişiyi var			
Pişiyi yoxdur			
Cəmi			

15 1) İsbat edin ki, median üçbucağı sahələri bərabər olan iki üçbucağa ayırır.
2) ΔABC-də BM median, $S_{\Delta ABC} = 48$ sm² olarsa, $S_{\Delta ABM}$-i tapın.
3) ΔABC-də BM, CN, AK medianları O nöqtəsində kəsişir. $S_{\Delta AOM} = 4$ sm² olarsa, $S_{\Delta ABC}$-ni tapın. Məsələyə uyğun şəkil çəkin.

16 480 kq çiyələyi eyni sürətlə işləyən 20 işçi 8 saata yığır. 360 kq çiyələyi 5 saatda yığmaq üçün həmin sürətlə işləyən neçə işçi lazımdır?

17 A nöqtəsi ədəd oxu üzərində $\sqrt{205}$-dən kiçik ən böyük tam ədədə, B nöqtəsi $\sqrt{45}$-dən böyük ən kiçik tam ədədə uyğundur. A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.

18 Torbada eyni ölçülü 16 sarı, 9 qırmızı kürə var. Torbadan təsadüfən 1 kürə çıxarıldı və yerinə qaytarılmadı. Daha bir kürə çıxarılsa, kürələrin hər ikisinin: a) sarı; b) qırmızı rəngdə olması ehtimalını tapın.

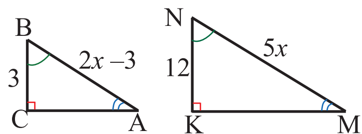
19 Süni göldən 90 balıq tutuldu, xüsusi nişanla qeyd edilib yenidən gölə buraxıldı. Bir həftə sonra bu göldən tutulmuş 80 balığın 5-nin üzərində xüsusi nişan olduğu aşkarlandı. Bu süni göldə neçə balıq olduğunu düşünürsünüz?

20 Tənliyi həll edin.

a) $\dfrac{3}{x+5}=\dfrac{2x}{x^2-x}$ b) $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x}=2\dfrac{1}{2}$ c) $x^2+x+1=\dfrac{9}{x^2+x+1}$

21 Detalın 1:25 miqyası ilə çəkilmiş şəkildəki ölçüsü 18 sm-dir. Detalın həqiqi ölçüsünü tapın.

22 Şəkildə verilənlərə görə üçbucaqların perimetrlərini və sahələrini tapın.



23 Uzunluğu $(x-1)$ vahid olan düzbucaqlının sahəsi (x^2-4x+3) kvadrat vahiddir.

$S=x^2-4x+3$

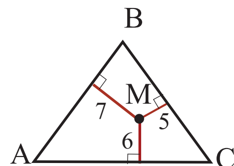
$x-1$

1) Düzbucaqlının perimetrinə uyğun ifadəni yazın.

2) Düzbucaqlının perimetri 32 vahid olarsa, sahəsi neçə kvadrat vahiddir?

3) Düzbucaqlının sahəsi 48 kvadrat vahiddirsə, perimetrini tapın.

24 Bərabərtərəfli üçbucağın daxilində götürülmüş nöqtədən tərəflərinə qədər məsafələr 5 m, 6 m, 7 m-dir. Bu üçbucağın sahəsini tapın.



25 Verilən ədədlər arasından ən kiçiyini seçin.

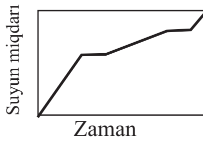
a) $0{,}02\cdot10^4$ b) $0{,}2\cdot10^3$ c) $2{,}0\cdot10^{-2}$ d) $20{,}0\cdot10^2$ e) $0{,}002\cdot10^5$

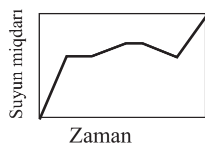
26 Uzunluğu 1200 m olan dairəvi qaçış yolunda iki idmançı eyni istiqamətdə hərəkət edərsə, 20 dəqiqədən bir, əks istiqamətlərdə hərəkət edərsə, 2 dəqiqədən bir görüşərlər. Bu idmançıların hər birinin sürəti dəqiqədə neçə metrdir?

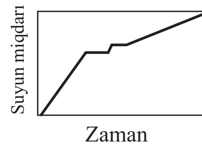
27 Qaçış yolunun kənarında hər 20 metrdən bir dirəklər basdırılmışdır. Qaçışa 1-ci dirəyin yanından başlayan idmançı 4-cü dirəyin yanına 9 saniyəyə çatarsa, 6-cı dirəyə qədər məsafəni neçə saniyəyə qət edər?

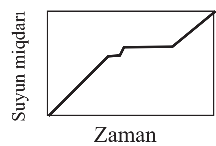
28 Cəmil həyətlərindəki hovuzu su ilə doldurdu. Verilən məlumatlara görə hansı qrafik hovuza tökülən suyun həcmi ilə hovuzun dolma müddəti arasındakı asılılığı düzgün ifadə edir?

- əvvəlcə vahid zamanda eyni miqdarda olmaqla müəyyən müddət su axıtdı;
- bir müddət kranı bağladı;
- kranı açdı, lakin əvvəlkindən daha az miqdarda olmaqla su axıtdı;
- yenidən kranı müəyyən müddətə bağladı;
- kranı açdı və müəyyən müddətdə krandan ilk dəfə olduğu kimi su axıtdı.

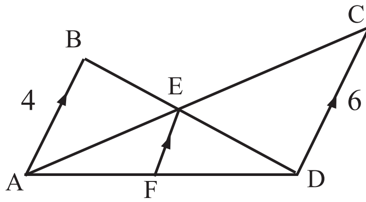




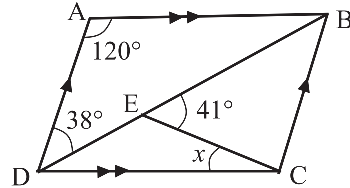




29 Şəkildə verilənlərə görə EF parçasının uzunluğunu tapın.



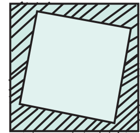
30 Şəkildə verilənlərə görə x bucağının dərəcə ölçüsünü tapın.



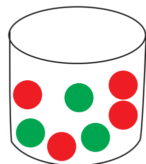
31 Tili $\sqrt{12}$ vahid olan kubun həcmi tili $\sqrt{3}$ olan kubun həcmindən neçə dəfə böyükdür?

32 $x = 2$ və $y = -2$ olduqda $(x^{-y}) \cdot (2x^{y}) \cdot (3y^{x})$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

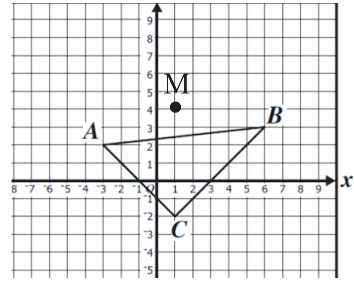
33 Kiçik kvadratın perimetri 72 sm, ştrixlənmiş hissənin sahəsi isə 252 sm^2-dır. Böyük kvadratın perimetri neçə santimetrdir?



34 1) Qutudan təsadüfən bir kürə çıxarılır. Onun:
a) yaşıl rəngdə; b) qırmızı rəngdə; c) yaşıl və ya qırmızı rəngdə olması ehtimalını tapın.
2) Qutudan təsadüfən iki kürə çıxarılır. Onların:
a) hər ikisinin qırmızı olması;
b) müxtəlif rəngli olması ehtimalını tapın.



35 M nöqtəsinə nəzərən ABC üçbucağı ilə simmetrik olan üçbucağı qurun və onun təpə nöqtələrinin koordinatlarını yazın.



36 a) Zürafənin kütləsi təxminən 10^3 kq, mavi balinanın kütləsi isə $2 \cdot 10^5$ kq-dır. Balina zürafədən neçə dəfə ağırdır?

b) Arının kütləsi təxminən $3 \cdot 10^{-4}$ kq, filin kütləsi $6{,}5 \cdot 10^3$ kq-dır. Arı fildən neçə dəfə yüngüldür?

c) Qarışqanın kütləsi təxminən $3 \cdot 10^{-6}$ kq-dır. Qarışqa öz kütləsindən 20 dəfə ağır olan kütləni qaldıra bilir. Bu kütləni (kiloqramla) göstərən ədədi standart şəkildə yazın.



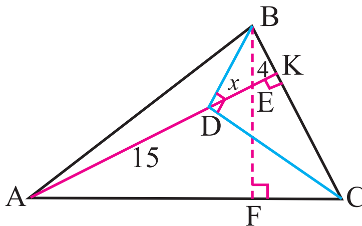
37 Bərabərsizliyi həlli edin.

a) $(1 - \sqrt{2})(x - 2) < 2 - \sqrt{8}$ b) $|2+|x - 3||<5$ c) $x(x - 2) > (x + 1)(x - 3)$

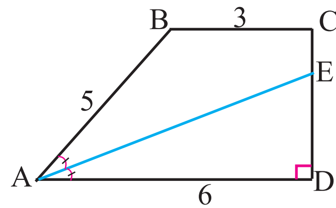
38 Aşagıdakı ifadələrdən hansı çoxhədlidir?

$\dfrac{5}{x-1} - \dfrac{1}{x^2} - 3$ | $\dfrac{\sqrt{x}-1}{5} - \dfrac{1}{x^2} - 3$ | $\dfrac{x-1}{5} - x^2 - 3$ | $\dfrac{x-1}{5} - \sqrt{x} - 3$

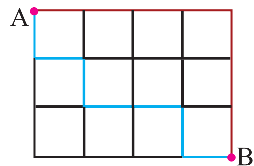
39 E nöqtəsi ΔABC-nin hündürlüklərinin kəsişmə nöqtəsidir. AD=15, EK=4, ∠BDC=90° olarsa, DE parçasının uzunluğunu tapın.



40 ABCD düzbucaqlı trapesiyasında ∠A-nın tənböləni CD tərəfini E nöqtəsində kəsir. Şəkildə verilənlərə görə ABCE dördbucaqlısının sahəsini tapın



41 Şəkildə verilmiş şəbəkə xətləri üzrə A nöqtəsindən B-yə ən qısa yolla hərəkət edilir (bu yollardan ikisi rəngli xətlərlə göstərilmişdir). Bunu neçə müxtəlif üsulla etmək mümkündür?



Özünüzü yoxlayın

1 $13 < a < 18$, $c = \dfrac{a+18}{a}$ və $d = \dfrac{a+13}{13}$ olduğuna görə hansı təklif doğrudur?

a) d-nin qiyməti c-nin qiymətindən böyükdür
b) c-nin qiyməti d-nin qiymətindən böyükdür
c) c və d-nin qiymətləri bərabərdir
d) verilən məlumatlara görə onları müqayisə etmək mümkün deyil

2 Əgər $x = 3^2$ olarsa, x^x ifadəsinin qiyməti neçəyə bərabər olar?
a) 3^2 b) 3^{18} c) 3^8 d) 3^9

3 **1.** $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ və **2.** $\sqrt{x + 2\sqrt{xy} + y}$ ifadələrində $x > 0$ və $y > 0$. Aşağıdakı təkliflərdən hansı doğrudur?
a) 1-cinin qiyməti kiçikdir b) 2-cinin qiyməti kiçikdir
c) qiymətləri bərabərdir d) müqayisə etmək mümkün deyil

4 Hansı ifadə çevrəsinin uzunluğu l olan dairənin sahəsini ifadə edir?

a) $\dfrac{l}{4\pi}$ b) $\dfrac{l^2}{4\pi}$ c) $\dfrac{l^2}{2\pi}$ d) $\dfrac{l}{2\pi}$

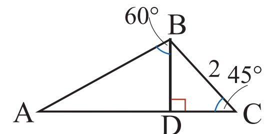
5 $\dfrac{ab}{x} = \sqrt{a}$ olarsa, $\dfrac{x}{\sqrt{b}}$ nisbətinə hansı uyğundur?
a) $\sqrt{2ab}$ b) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ c) $\sqrt{b}$ d) $\sqrt{ab}$

6 Fərəh və İlqar müəyyən məsafəyə qaçış üzrə yarışırlar. Fərəh qaçış yolunun $\dfrac{3}{4}$ hissəsini 30 dəqiqədə tamamladı. İlqarın qaçış yolunun $\dfrac{2}{3}$ hissəsinə sərf etdiyi vaxt Fərəhin qaçış yolunun $\dfrac{5}{8}$ hissəsinə sərf etdiyi vaxtın $\dfrac{4}{5}$ hissəsi qədərdir. Bu məlumatlara görə hansılar doğrudur?
a) Fərəh daha sürətlə qaçır. b) İlqar daha sürətlə qaçır.
c) Onların sürəti bərabərdir. d) İlqar məsafəni 30 dəqiqəyə qaçır.

7 Avtomobil 11 dəqiqədə 15 km yol qət etdi. Avtomobilin bir saatdakı orta sürətini (x km/saat) hansı bərabərsizlik düzgün ifadə edir?
a) $50 \le x < 60$ b) $60 \le x < 70$ c) $80 \le x < 90$ d) $90 \le x < 100$

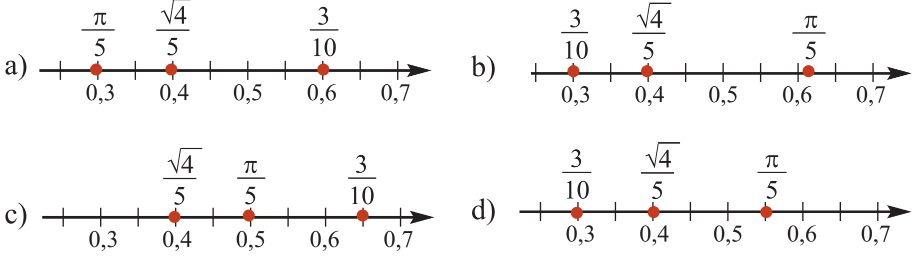
8 Birrəqəmli sadə ədədlərdən təsadüfən ikisi seçilir. Onların cəminin sadə ədəd olması ehtimalını tapın.
a) 0 b) $\dfrac{1}{3}$ c) $\dfrac{5}{6}$ d) 1

9 Şəkildə verilənlərə görə AC-nin uzunluğu ilə $\sqrt{10}$ -nun müqayisəsi haqqında deyilmiş hansı fikir doğrudur?



a) AC-nin uzunluğu $\sqrt{10}$-dan böyükdür.
b) AC-nin uzunluğu $\sqrt{10}$-dan kiçikdir.
c) AC-nin uzunluğu $\sqrt{10}$-a bərabərdir.
d) verilən məlumatlara görə müqayisə etmək mümkün deyil

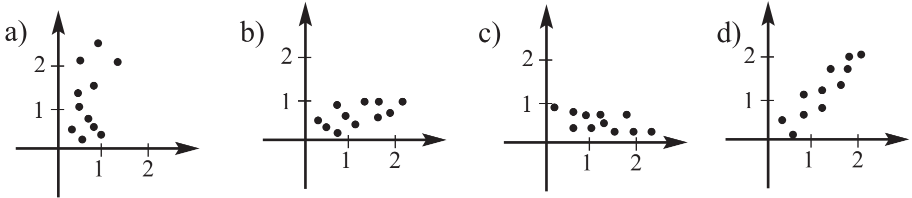
10 Hansı ədəd oxunda ədədlərin düzülüşü doğru verilmişdir?



11 $\sqrt{17}$ ilə $\sqrt{97}$ arasında yerləşən tam ədədlərin cəmi haqqında deyilmiş hansı fikir doğru deyil?

a) İki sadə ədədin hasilidir.
b) Tam kvadratı olan ədəddən bir vahid kiçikdir.
c) Vuruqlarından biri $\sqrt{169}$-a bərabərdir.
d) 8π-dən böyükdür.

12 Hansı səpələnmə diaqramındakı məlumatları $y = \frac{1}{2}x$ funksiyasının qrafikinə uyğunlaşdıraraq təqdim etmək daha doğru olardı?



13 6, x, 10, 2, 7, 13, və 15 ədədlərinin medianı 10-dur. Aşağıdakı ədədlərdən hansı x-in qiyməti ola bilməz?

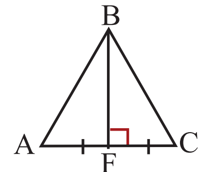
a) 9 b) 11 c) 13 d) 16

14 Düzbucaqlı üçbucağın tərəflərindən biri $\sqrt{8}$, digəri $\sqrt{10}$-dur. Üçüncü tərəfin ən böyük qiyməti neçə ola bilər?

a) $3\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{3}$

15 $\tan\angle C = \frac{3}{4}$ olarsa, $\cos\angle A$-nın qiymətini tapın.

a) 0,8 b) 0,6 c) 0,5 d) 0,2



16 Torbada eyniölçülü 1096 kürə var. Təsadüfən çıxarılan bir kürənin qırmızı rəngli olması ehtimalı $\frac{5}{8}$ olarsa, bu torbadakı kürələrin neçəsi qırmızı deyil?

a) 352 b) 411 c) 685 d) 524

Cavablar

Kvadrat kök. Həqiqi ədədlər

səh 8-10. №3 c) 0,(4). №4 e) 2,(3). №6 a) 17; b) 13; c) 4. №7 b) 6; c) 0,8; d) 0,4; g) 2. №9 c) x=25; d) heç bir qiymətində. №10 b) 16; d) 12; h) 3 №12 c) 23; d) 17. №15. a=16 m; b=1,5 km; r = 25m. №16. 8 sm. №17. a) 3,6 sm. №18. 6 sm. №19. 28 sm. №20. 30 sm×28 sm.

səh 12-17. №9 ≈15,7 sm. №10 2) doğrudur; №21e) 7 və 8. №25 a) ≈4,2 sm. №27 ≈3,7sm. №28 b)≈2,5 san. №29 ≈29 m/san. №31 40πm^2≈125,7m^2 №32 a) ≈178,7 km.

səh 19-20. №1 M və N. №15 a) $1,4<\sqrt{2}<\sqrt{3}<1,8<\sqrt{5}$. №17 a) $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$; b) $d=\sqrt{\frac{4S}{\pi}}$.

səh 21-23. №1 b) 1,2; d) 0,3. №2 c) $2\frac{1}{4}$; d) $2\frac{1}{3}$. №3 c) $5\frac{5}{6}$. №4 d) 0,4. №5 b) 120. №6 c)18; d) 6; e) 2,6. №8 c) 21; d) 42; g) 5; h) 5. №10 c) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{7}}$;d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a}}$. №12 c)3. №13 b) $\frac{7}{96}$; c) $\frac{15}{29}$. №14 24 sm^2. №15 24 kub vahid. №18 a) 27; c) 135. №20 b) $-5c$; c) $-15c$; d) $1,2c$. №21 a) $7x^3$; b) $-6x^3$. №22 a)4; b)3. №23 b)2.

səh 24-27. №1 e) $\sqrt{6}$; f) $-6\sqrt{3}$. №2 a) $5xy\sqrt{2x}$; b) $-3xy^2\sqrt{2}$. №3 b) $-\sqrt{48}$; f) $-\sqrt{2}$. №4 b) $-\sqrt{3c^2}$; c) $\sqrt{2x}$; d) $-\sqrt{-2x}$. №7 a) müsbət; c) mənfi. №9 c) 0; f) $-0,8\sqrt{13}$. №10 d) 18; e) 3. №11 a) $-\sqrt{3}$; d) $12\sqrt{3a}$. №12 a) $4\sqrt{2x}+3\sqrt{y}$; b) $6\sqrt{3}+6\sqrt{3x}$. №13 d) 12; №15 b) $30\sqrt{2}$, 108. №16 c) $60\sqrt{2}$; d) $42\sqrt{2}$. №17 a) 11; b) 8; c) 6. №18 a) 6; b)5. №19 a) $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$; №20 b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $\sqrt{5}$; d) $\sqrt{2}$. №21 3) $3\sqrt{2}-1$; 5) $\frac{5\sqrt{2}-1}{7}$. №22 b və c-nin. №23 3) $a<b$. №24 b) 4. №25 1)10; 2)16; 3)5.

səh 28-31. №4 f) $-\frac{1}{9}$ g) 32; h) $-\frac{8}{27}$. №8 c) ab^3. №9 c) $\frac{7}{12}$; d) 9. №10 $(\frac{1}{3})^{-4}>0,8^{-2}>1>2^{-5}$ №11 f)4. №13 c)2; d)3. №14 c)8. №16 a) $2\frac{1}{4}$; d) $-\frac{125}{729}$. №17 a)27; b) $\frac{8}{3}$; c) $\frac{2}{3}$ №19 b) $\frac{a^3}{6b}$; c) $\frac{9x^{10}}{4q^4}$. №21 b) $2,87\cdot10^5$; c) $6,3\cdot10^{-6}$. №25 c) $6,12\cdot10^{-8}$. №26 780 kq. №27 13 rəqəmli. №31 elektron. №32 125 dəfə. №34 b) $1,35\cdot10^{12}$.

səh 32-33. №2 a) 3. №5 1-B, 2-A, 3-C, D. №6 16π m^2≈ 50,3m^2. №7 1)$12\sqrt{2}$;16; 2) kvadratın sahəsi 2 kv. vahid böyükdür. 3) kvadratın perimetri kiçikdir. №8 $5ab$. №10 a) –17;b) 4. №11 ≈ 19,6 m/san. №13 1-B, 2-C, 3-A. №14 $4,94\cdot10^{13}$. №15 a) 2,5. №17 c) 2; d) $2\sqrt{3}$. №18 a) 6; b)$4\sqrt{6}$. №19 50 dəfə. №20 a) c; b) $5c$. №21 a) –1; b) 5. №22 $\frac{3+\sqrt{5}}{4}$.

Pifaqor teoremi

səh 35-37. №3 AC=20, BC=15 №6 a) 50sm^2; c) 64mm^2 №7 12. №8 1; $\sqrt{3}$; 2.

səh 38-43. №1 2)$\sqrt{3}$. №2 26 sm^2. №3 6,5m. №4 2) kvadratşəkilli deyil. №5 a) 17; c) 17; d) $2\sqrt{2}$. №6 a) 5 sm c) 20 m . №7 olar. №8 6; 8; 10. №10 1) h = 6, P = 30; 2) h=15; P=70. 3) h=3, P=6($\sqrt{3}$+1). №11 c) itibucaqlı üçbucaq; d) korbucaqlı üçbucaq. №12 b)14;15;16; c) 8;9;10;11;12. №14 AMC yolu($4\sqrt{17}$) ABC yolundan($8+4\sqrt{5}$) qısadır. №16 a)r=16, $q=16\sqrt{2}$; f) p=8, m=10. №17 1)$h=3\sqrt{3}$ sm. №21 1) 6; 3) 12; 4) 50. №22 P=60. №24 x=3, $y=3\sqrt{3}$, z=9, $t=3\sqrt{2}$. №25 ≈2,2m. №27 3 dəqiqə. №28 130 km. №29 AB=$\sqrt{17}$, CD=$\sqrt{5}$, MN=$\sqrt{13}$. №30 $5+3\sqrt{5}$. №32 a)2; $\sqrt{5}$; $\sqrt{13}$; c) korbucaqlı üçbucaq. №34 1) x=5m, y=5m; 2) düz bucaq; 3) 25,51 m

səh 45. №2 1) y=15 CE=$5\sqrt{3}$. 2) a=16, y=24, b=$16\sqrt{3}$. №3 2) $x=6\sqrt{2}$; 3) y=12, $x=12\sqrt{3}$; 4) x = 20. №5 a) $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. №6 16,9 sm. №8 88 mm. №10 R=10 sm.

Cavablar

Kvadrat tənliklər

səh 47-49. №5 3) ±5, 8) 0;1,5. №6 a) $\pm\sqrt{2}$,b) ±15, f) –2; 0. №10 b) ± 0,5; d) ± 1.
№11 6sm. №12 2) 50m; 3) 4 sm №13 2) $a=r\sqrt{\pi}$. №14 a) ≈ 5 san.

səh 50-54. №3 2)$-\frac{1}{2}$, –2; 3)–1,$-\frac{1}{3}$. №4 7) –2; 5; 12) –6; 3. №10 2) –12; 3. №12 3 sm.
№13 1m. №16 1) –1; $\frac{1}{6}$; 5) –1; $2\frac{3}{4}$; 8) $\frac{1}{2}$; –3. №18 400m×900m. №19 0,5m.
№20 80 sm. №22 1sm. №23 8ch`h ≈ 2 m 40 sm, 6ch`h ≈ 1 m 80 sm.

səh 55-56. №3 c)–8; 2. g) 2; 18, i)–3; 4. №4 e)–2; 8, f) 0,5; 1. №5 5%. №6 25%.

səh 57-58. №1 c) həqiqi kökü yoxdur. №6 1)≈4,9 san. 2) ≈1 san. və 3,8 san. №7 2san, 4san.

səh 60-62. №2 d) 1; 3,5. №3 a) 3; 5, b) – 4; –10. №5 a) 5 və 6, c) $\frac{1}{2}$ və 2. №8 1) 7 və 12,
2) –1 və ya 5; 3) –0,5 və ya 3. №9 9sm. №12 6m × 7m. №15 a)$1\frac{2}{3}$; 3, b)$\frac{1}{5}$; 3,
f) –4; $-6\frac{2}{3}$. №18 a)–5;–1, f) 6;–2. №20 50 kitab. №21 a) 52 vahid; c) 50 vahid.
№23 7-yə. №24 a) 3dm×2dm×1,5dm; b) 27dm^2; c) 30 dm^2.
№25 b =10m, a=30 m, c=10 m.

səh 63-65. №3 1) x_2=–5, p=–2; 3) b=–12, x_2=2; 4) q=35. №4 a) –15; b) 19; c) 72.
№8 1) 52; 2) 2,5. №10 2) $x^2-4x+1=0$. №11 m=3. №12 n=15. №13 a) n=±6.
b) n = 6. №14 1) n= – 6, x_1 = –6, x_2 = 1; 2) n = 4, x_1 = 1, x_2 = 4.
№15 1) $x^2+4x-1=0$. 2) b = 12, c = 2.

səh 66. №1 1) –11; 4, 3) –2; –1; 2; 3. 6) ±1; ±2. №2 b) 9. №3 a) ±1; ±2, b) ±1. №8 75m.

səh 67-68. №1 32 sm. №3 13sm. №4 10 nəfər. №5 24 km/saat və 32km/saat. №6 10m.
№7 15 km/saat və 20 km/ saat. №8 9m × 12m. №9 1,2m×0,6m×0,5m; 0,36m^3
və ya 1,8m×0,9m×0,5m; 0,81m^3. №10 20 sm×40 sm №11 20 %. №12 20 m.
№13 20. №14 ≈1,7 san.

səh 69-70. №5 16πsm^2. №6 –12. №7 26 sıra. №8 3 m. №9 $m=2\frac{1}{4}$. №10 a) $x^2+x-1=0$.
№11 ≈ 2,4san. №12 6m×8m. №14 80 m. №16 2) 10 san.
№17 a) x_2 = –1, b = –8. №18 1–A, 2–B, 3–C,D.

Dördbucaqlılar

səh 72-74. №6 a) 80°, 85°, 105°, 90° və 100°, 95°, 75°, 90°. b) 75°, 125°, 55°, 105° və 105°, 55°, 125°, 75°. №8 1) 120°; 2) 99°. №10 1) 103°; 2) 100°; 3) 76°.

səh 75-77. №4 1) x = 40°, y = 10°. №5 b) 40°, 140°, 40°,140°. №6 70°,110°,70°,110°.
№9 a) 18 sm və 30 sm. №10 3) 8; 4) 15; 5) 46. №11 1) 60°; 2) 6; 3) 5; 4) $3\sqrt{3}$.
№13 1) 7sm və 5sm; 2) 46 sm. №16 1) 8; 3) 15. № 21 20.

səh 79-82. №2 1) 25; 2) 40; 3) 55°. №4 40 sm və ya 44 sm. №7 1) 30°; 4) 12. №8 4) 16;
5) 8. №11 b) 32 sm, $4\sqrt{3}$ sm; c) 40 sm, 9,6 sm.

səh 83-85. №2 a) x = 3; y = 2. №7 2 sm, 3 sm, 4 sm. №8 a) 10 sm, 15 sm, 15 sm. №9 b) 40.
№10 22 sm. №11 a) x = 2, y = 3, P = 24; b) x = 2, y = 3, P = 36.

səh 86-89. №2 2) 60°, 120°, 60°, 120°. №4 a) 4; b) $3\sqrt{3}$. №6 a) 30 sm; b) 42 sm, 38 sm.
№7 a) 5 sm. №8 4 sm və 6 sm. №9 R=6 sm. №10 x=7; y=10. №11 6 və 10.
№12 4 sm. №13 75°. №16 32 sm.

səh 90-91. №3 6 sm və 8 sm. №5 75°. №6 c) 15 sm. №8 2)40 sm, 3)64 sm. №9 7 sm.
№11 14. №12 a)7,5 sm.

Cavablar

Rasional ifadələr

səh 94. №4 a) 0; b) 3; c)1; d) – 0,5. №5 a) 2; b) 0; c)1: d)–2. №7 a) 0; c)1,5. №10 $t = \frac{3v+6}{v-2}$ a) 4 saat; b) 4,5 saat. №11 $\frac{12a+8b}{a+b}$. №12 $\frac{5}{n+5}$; $\frac{5}{n+9}$

səh 95-99. №1 c) 14x; d) 4x –12. №6 c) $\frac{3a}{2b}$. №7 a) $\frac{y-4}{3}$; c) $\frac{x+5}{x-5}$; d) $\frac{3x}{x+3y}$.
№8 d) $\frac{5x}{6}$; e) $-\frac{2}{3}$. №9 a) 10; b) 1. №13 a) $\frac{c+2}{4}$; b) $\frac{x+a}{a-c}$. №14 b) x–2.
№15 b) $\frac{5-x}{3}$; c) $\frac{2}{1-x}$. №16 a) 4x–12; b) 9a+18; c) $\frac{x+1}{x-1}$. №17 c) $-y^2$.
№18 a) $\frac{x-4}{4x}$; b) $\frac{x+2}{2}$; c) $\frac{x+1}{x+4}$; d) $\frac{x+3}{2}$; f) $\frac{4x-3}{x-4}$. №19 a) $\frac{x-3}{x+1}$; c) $\frac{x-y-3}{x}$.
№20 a) $\frac{x+2}{x-2}$ $x \neq \pm 2$; b) $\frac{x-2}{x-4}$ $x \neq \pm 4$. № 22 c) $\frac{8a^3}{12a^2b}$. №23 c) $\frac{a^2+a}{a^2-1}$.
№24 a) $\frac{2}{x+10}$; b) $\frac{y-4}{y+5}$; c) $\frac{x-2}{2x}$; d) $\frac{3}{2x+5}$. № 27 4x+10.
№ 28 a) $\frac{4}{\pi}$; b) ≈ 78,5%. №29 b) $\frac{m}{3n+3m}$; c) $\frac{2}{3}$. №31 3) $l = \frac{\pi(R^2-r^2)}{d}$.

səh 100-102. №1 c) $\frac{2x}{3b}$. №2 b) $-\frac{5x}{14y}$. №3 b) $\frac{8}{7pn^2}$. №5 c) $\frac{y^2}{4x^2}$ №6 c) $-\frac{2}{9x^2}$. №7 c) $\frac{12}{x+5y}$;
f) $\frac{x^2+5x+6}{6}$. №9 d) $\frac{a+2}{a+3}$; f) $\frac{3x+3}{2x-2}$. №10 a) 10; b)– 1,5. №11 b) $\frac{x-1}{x+1}$.
№12 a) $\frac{1}{3a+6}$; b) $\frac{2}{x-5}$. №14 1) x+3; 2) $\frac{a}{a+6}$. №15 a) $\frac{2x+4}{3x+3}$, $x \neq -1$, $x \neq 5$, $x \neq 0$.
№16 $\frac{x+2}{x+1}$. №17 $\frac{2n-1}{n+2}$. №18 a) daha sərfəlidir. №19 1) $x\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)$;
2) $\frac{390x^2}{(2x-1)(3x-2)}$.

səh 103-108 №1 c) 2 . №2 a) $\frac{a}{2}$; b) $\frac{7}{2}$. №3 b) 5– b. f) a–3. №4 a) 100 b) –10.
№5 b) a– 4. №7 i) $\frac{(a+b)^2}{a}$; k) $\frac{2ab}{a+b}$. №8 b) $\frac{2a^2}{a^2-1}$ №9 a) 96; b) 24. №11 b) $\frac{1}{6}$.
№13 e) $\frac{x}{6x+6}$; f) $\frac{8x}{15(x-2)}$. №14 a) $\frac{x}{5(x+5)}$; c) $\frac{2-b}{2b+b^2}$ №15 b) 2 ; c) $\frac{8y}{y^2-4}$.
№16 a) $\frac{1}{xy}$; c) $\frac{a+2}{a^2-2a}$. №17 a) 0,5; b) 0,8. №18 b) $\frac{1}{a-2}$; c) 1; d) $-\frac{1}{x}$.
№19 a) $\frac{1}{a-3}$. №20 e) $\frac{a+2}{2-a}$; f) $\frac{2}{(x+1)^2}$ №24 2) $\frac{40}{m(m+2)}$ №27 a) x+2; b)4x.
№28 a) 15 b)1,5. №29 a) 8; b) 5. №33 1) ≈5,1m^3; 2) 8 reys.

səh 109-110. №1 a) b+c; b) $\frac{3}{a+5}$; f) $\frac{1}{y}$. №2 d) a+b. №4 b) $\frac{n^2+9}{2n}$; c) $\frac{4}{x-2}$. №5 b) $\frac{x+1}{x-1}$.
№6 d) $\frac{x}{x-2}$. №8 a) x; b) $\frac{12x+5}{5x+2}$. №10 b) Əli ilə Ramiz. №11 c) $\frac{1}{a+\sqrt{x}}$.

səh 112-113. №3 a) 32; c) $\frac{1}{4}$. №9 a) 25; $y = \frac{200}{x}$. №10 1,25m. №11 1) 2 işçiyə; 2) 12 saata.
№12 1) a) 1000 man. b) 500 man; 2) a) 25 ailə. №13 a) 12 gün;b) doğru deyil.

səh 114-115. №1 b) $d \neq -1$, $d \neq 4$; c) $a \neq b$, $a \neq -b$. №2 $t = \frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5}$. a) 5 saat; b) 7 saat.
№5 (x + 2) sm. №7 5. №8 5; məsələdə b = 0,5 verilənі artıqdır. №9 a) $\frac{x+2}{4(x-3)}$;
b) $\frac{2(d-2)}{d+3}$; c) $\frac{x-1}{x-5}$. №10 b) $\frac{-5}{a+3}$. №11a) $\frac{4}{k}$; c) $\frac{2a}{a^2-4}$. №12 a) $\frac{4(x+1)}{4-x^2}$; b) $\frac{3}{x-4}$.
№13 a=1, b=–1. №15 c) $-\frac{1}{ab}$; e) $\frac{k+2}{k}$. №16 c) 5. №17 a) k = 2, b = –3.

Cavablar

Fiqurların sahəsi

səh 116. №1 58 sm^2. №4 40.

səh 117-119. №3 2)144. №4 tərəfləri 12 sm və 8 sm, perimetri 40 sm-dir. №5 8sm və ya 12,5sm. №6 288 sm^2. №7 a) 96mm; b) 12m №10 P = 6x + 10. №11 168 mm^2 №12 560. №13 3) 3m×3m. №14 a) 6×4. №15 80m^2. №16 a)32 sm; c)30 sm^2 №17 60 mm^2. №18 126 sm^2. №19 a)7 sm^2; b)10,5 sm^2

səh 120-122. №2 6sm. №4 c) 6sm^2. №5 1)$S_{\Delta ABC}:S_{\Delta DEF}$=1:4. №7 1)180 sm^2; 2) 30 sm^2; 3) 210 sm^2. №8 a) 336 sm^2; b) 60 sm^2; c) 60 mm^2. №9 6 m; 9,6 m; 9,6 m. №10 S= 48sm^2;h_1= 6sm; h_2=4,8 sm. №11 2) $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. №12 a) 28 m^2; b) 133 sm^2. №14 a) $225\sqrt{3}$ m^2. №16 26.

səh 123-125. №1 1) 64; 2) 372. №3 P= $24+8\sqrt{2}$, S=48. №4 a) 120; b) 64; c) 210 №5 36 sm^2. №6 22 sm^2. №7 100 sm^2. №8 2) 16; 105. №12 b) 37,5 dm^2.№13 2) 30 gün, 3) ≈ 8,57 %. №14 b) 24 kv.vahid. c) 8 kv.vahid.

səh 126-127. №2 1)24 sm^2, 2)468 sm^2. №3 1)336 sm^2; 2)24 m. №4 1) 168 №5 60 sm^2. №6 245 sm^2.№7 1)30sm^2, 2)384sm^2. №8 56; $98\sqrt{3}$. №9 1)13,6m; 2)12sm,16sm.

səh 128-129. №3 25 m^2. №4 108 sm^2. №5 $16\frac{2}{3}$ №6 9,5. №8 2) 5 sm və 12 sm; 3) 42 sm^2. №11 1)54 sm^2; 2)30sm^2. №12 32 mm^2. №13 18 sm^2 №15 $\sqrt{13}$sm. №16 27 kv.vahid.

Rasional tənliklər

səh 132. №1 e) –8; 0, №2 a) 3, b) 1; e)–4 №3 c) –5; 5, d) ∅. №4 a)–1,2; 3; b) –4; 2. №5 a) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{2}{5}$. №6 a) –3; 2; b) 5. №7 a) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

səh 133-135. №1 28 oyun. №2 4oyun . №3 1. №4 6 ton ekstrakt. №5 5 q. №6 1,5 kq. №7 1)16 sm, 30 sm; 2) 15 sm; 3) 34 sm. №8 3,5 m. №9 4m × 6m. №10 26 sm. №11 6 saat. №12 10 gün, 15 gün. №13 6saat, 12 saat. №15 2 saat. №16 3 saat, 6 saat. №17 ≈ 4,85 saat, ≈7,85 saat. №18 25 saat. №19 70 km/saat. №20 10 km/saat,12 km/saat. №21 10 saat. №22 8 km/saat. №23 2 km/saat. №24 17 km/saat. №25 1) 16 km/saat; 2) 6 saat 24 dəq. №26 3 km/saat.

səh 137-138. №1 a) 3, c) kökü yoxdur. №2 $\frac{10+0,5n}{n}$, 100 dəq. №4 6 saat №5 1) $\frac{3x-1}{x+1}$; 2) x^2+5x; 3) 3. №6 20. №7 10 q. №9 2) 64 dəq; 3) 4 km/saat. №10 1) ∅; 2)∅; 4) –0,5. №11 $\frac{nm}{n+m}$ saat. №12 1) $\frac{3}{r}$; 2) r=12 sm olduqda. №13 $\frac{\pi}{4}$.№14 a) n = 2, $x_1=-2$, $x_2=1$; b) 1-ci hal: $n=8$, x_1=2, x_2=4; 2-ci hal: n=0,5, x_1 = –0,5, x_2 = –1.

Fiqurların oxşarlığı

səh 139-141. №6 24. №7 40°. №8 24 dəq. №9 1) 12 nəfər, 2) 3:4, 3) a) Muradın 8 kitabı var. №10 370 manat. №12 275 nəfər. №18 1) 139,2 km; 2)15,64 m.

səh 142-145. №1 1) x = 6; 2) z = 15. 3) y = 15. №2 a) 40 sm; b) 54 sm; c) 15 sm. №6 2 km. №8 y = 3,2; z = 4,8. №9 1) 24sm; 2) 18sm; 3) 16sm. №11 x = 6,75. №12 $1,5\sqrt{5}$. №13 24 sm, 16 sm.

səh 146-147. №2 a) x =15; y=3, b) x =2,5; y = 4. №4 1) 0,8. №6 1) 60 sm, 2) 0,8 m.

Cavablar

səh 148-152. №5 2) 10 sm. №7 c) 8. №9 1) TK=8, 2) ST=5, 3) AB=30, BD=18; 4)HT=21, HK=13,5; 5) DB=15, CB= 21; 6) CD=3, DH=7. №10 CE =1,5sm, ED =4,5 sm. №11 12 sm. №16 45 m. №17 9 m. №18 BE=2, OE=$2\frac{2}{3}$. №19 $\sqrt{5}+1$.

səh 153-155. №4 1) 9, 2) 20, 3) 10. №5 4 sm. №6 108 m. №7 a) $h=6$, $d=10$; b) $h=12$, $d=16$. №9 180m. №10 a) $x=1,5$; b) $x=4$. c) $x=1$.

səh 156-158. №2 1) $x=6$, 2) $x=15$. №3 3. №4 PM=8; DC=5 №5 ≈24,6mm. №6 45m. №7 8 m. №8 1) 25,5; 2) 63; 3)18; 4) 21. №9 3,51m.

səh 159-160. №1 1) $k=\frac{5}{6}$, $x=7,5$; 4) $k=2$; $x=4,5$. №3 2) 162 sm². №4 75 sm². №5 180 man. №6 P_1=15sm, P_2=20sm. №7 24m². №8 2:1. №9 1)12 km; 2) 16 km; 3) $4\frac{2}{3}$ km². №10 1) 375 sm²; 2) 48 m². №11 50 sm².

səh 161-162. №3. 3) 44. №4. 10 sm, 15 sm. №5. 4,2 m. №7. $h=0,9$; $m=4$. №8. 84 №9. a) $P_1=\frac{1}{2}$, b) $P_2=\frac{1}{4}$, c) $P_3=\frac{1}{8}$. №10. 1) 8m; 2) 6m; 3) 10m; 4) 5m. №11. $P_A=12$, $P_B=24$, $S_A=6$, $S_B=24$. №12. 10 sm². №13. a) $x=14$; b) $x=9$

Bərabərsizliklər

səh 164-165. №9 a) $m>n$, b) $m<n$, c) $m=n$. №11 a) doğru; d) doğru deyil. №14 a) 11; d) –3; №15 b) 8, c) –5.

səh 166-170. №14 a) müsbət, b) mənfi, d) müsbət. №16 50 saatdan az olmayaraq. №19 ən azı 30 dəq. №23 a) 64, b) 100 sm². №24 a) 24sm, b) 8. c) 2 №25 2) ən azı 10 kompüter. №26 a) $0,8<P<1,2$

səh 171-172. №3 c) $23<2a+3b<33$. №4 1) a) $-5<x-y<-2$; 2) a) $5<\frac{x}{y}<10$. №5 b) $0,2<\sqrt{3}-\sqrt{2}<0,4$. №6 $64\le P\le 70$. №8 $38°\le\gamma\le 40°$.

səh 173-174. №7 a) –11 və 7; b) –3 və 5, c) –4 və 2. №8 a) (–1; 5), b) (5; 7), d) (3;+∞). №9 b) [–6;3), d)(2;+∞). №10 a) [–2;3), b) (0;1), c) [–2;2), e) [–2;0], f) [2;3).

səh 176-178. №4 a) $x>3,5$; b) $y>5$. №5 a) $\left(-\frac{7}{8};+\infty\right)$, d) $\left(-\infty;2\frac{2}{3}\right]$. №6 b) (–∞; –1 5], f) (–∞;3]. №7 b) (–∞; 4], d) $\left(-\infty;\frac{1}{8}\right)$. №8 11,5 dəqiqədən çox. №9 13 eynək. №10 a) $y<\frac{8}{11}$. №11 a) (1,5; +∞). №12 b) $x<1,25$. №13 a) 3; b) –1. №15 35. №16 6 sm-dən kiçik. №17 ən çoxu $26\frac{2}{3}$ km. №18 10,5 km/saat-dan böyük sürətlə. №19 14 kq-dan az. №21 ən azı 8 tərəf. №22 saatda 6 km-dən böyük sürətlə. №23 6-dan çox olmayaraq. №27 a) x-in 5-dən böyük qiymətlərində, b) x-in 5-dən kiçik qiymətlərində.

səh 180-181. №6 $t<0$ və ya $t\ge 100$. №8 17 aydan sonra. №9 a) [–5;6), d) (–∞;–3)∪(8;+∞). №10 b) 4 və 5. №11 c) (–12;6). №12 ən azı 96 bal. №14 3) (15; 20) və ya (20000; 50000)

səh 182-183. №2 a) (–4; 4), c) həlli yoxdur, e) (–∞;–4)∪ (4;+∞), f) (–∞;–2)∪(2;+∞), g) (–∞; +∞), h) (–∞; 0)∪(0;+∞). №3 c) [–3; 4]. №4 a) (–∞; 0)∪(4;+∞). №7 $|x-25|\le 5$. №8 2) həlli yoxdur, 6) (–1,5; 4,5). №9 a) $a\le 2$ olduqda. №11 $|v-55|\le 3$.

səh 184-185. №2 Nüsxələrin sayı 3250-dən çox olduqda. №3 b) təxminən 165,4 sm-dən hündür, 174,5 sm-dən qısa. №7 0. №11 $\frac{5}{6}$ dəqiqə = 50 saniyə. №13 f) [–2;4]. №14 a) $c\in(-\infty;1)$; b) $c\in(1;+\infty)$. №15 1–C, 2–B, 3–A, D.

Cavablar

Triqonometrik nisbətlər. Koordinatlar üsulu. Fiqurların çevrilməsi

səh 188-189. №2 a) $\frac{5}{13}$; $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{12}$. №10 $\frac{\sqrt{5}}{5}$; $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\frac{1}{2}$. №11 a) 1) ≈ 0,34; 3) ≈ 0,03.
№12 a) ≈ 53,2; b) ≈ 58°.

səh 190-193. №1 ≈173 m. №2 a) ≈114,3; c) ≈ 16,3° №3 x ≈ 6 m, θ ≈ 36°, y ≈ 10,2 m.
№5 a) ≈ 3,86; ≈15,44; b) ≈ 2,35; ≈16,45; c) ≈3,58; ≈23,27. №6 ≈48 m.
№7 1) ≈ 9,18 m; 2) ≈ 22,36 m. №8 ≈ 28 m. №9 ≈ 4,5 m. №11 ≈ 75 m.
№12 ≈ 52,8 m; ≈ 4,3 m. №13 ≈ 38,9 km, ≈64,3 km, ≈ 79,8 km.
№14 1) ≈ 927 m, 480 m; 2) ≈ 480 m . №16 ≈ 42 m. №17 58 m, ≈ 100 m.

səh 194. №1 a) 1) cos53°; b) 3) sin17°. №5 a) 0; b) 1; c) 1. №6 a) 4; b) 1.

səh 195. №1 a) M(3;3); b) M(2;1). №2 a) B(4;3). №4 a) M(3;2); b) D(4;4). №5 D(–4;–2).

səh 197-198. №1 a)1 b) 3. №2 a) k=2; b) b = 4. №4 a) $y=\frac{2}{3}x+2$ c) x=2. №5 k=3, b=5.
№6 45°;k=1. №7 1) $y=2x-3$. №10 $y=-4x+8$; 8. №11 a) $y=-3x+4$, b) $y=3x+9$.
№16 a) k=4; c) 7,2 km, 28,8 km. №18 a) $y=\frac{5}{6}x+5$; b) $y=-\frac{5}{6}x+5$

səh 200-202. №1 c) ΔMAB. №9 1) $A_1(1;2)$, $B_1(4;1)$, $C_1(4;-3)$, $D_1(1;-3)$.

səh 203-204. №2 a) k=2, x =8; y=16. №5 1) a) A_1 (6;0); c) $C_1(6;9)$. №7 a) $k=\frac{3}{5}$, t=18, r=20.

səh 205-206. №2 k=–1; $y=-x$. №4 AB⊥MN, CD∥EF. №5 a) K(9;4); b) $\frac{1}{3}$. №6 ≈ 32°.
№9 a) 120 sm. №12 1) 4; 2) 7,5; 3) 3; 4) 21; 5) 0,6.

Məlumatın toplanması və təqdimi. Ehtimalın hesablanması

səh 208-214. №3 75%, ≈116250. №5 1) 35%; 2) ≈ 8250. №10 1) 29%; 3) ≈ 287. №12 1)40%.

səh 216. №1 ədədi orta 5, moda 3, median 4,5-dir. №2 orta yaş ≈ 46,5-dir.

səh 219-221. №1 ≈ 0,487. №2 25. №3 30. №5 a) 12; b) 19. №6 a) 3; b) 13; c) 5. №7 30.
№8 a) 0,3; b) 0,45; c) 0,25. №9 a) 0,1; b) 0,2; c) 0,8. №11 16.
№12 a) 500, b) 96, c) 404. №13 210.

səh 223-224. №2 1) $\frac{2}{15}$; 2) $\frac{1}{25}$; 3) $\frac{2}{45}$. №3 $\frac{3}{14}$. №4 $\frac{4}{17}$; $\frac{3}{68}$. №5 a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{5}{24}$.
№6 1) 5; 2) 0,144; 3) 0,2. №7 0,32. №8 1) $\frac{1}{11}$; 2) 26.

səh 225-226. №4 a) 4; b) 8. №5 12. №6 1) $\frac{1}{16}$; 3) $\frac{5}{8}$. №7 a) 420 nəfər, b) $\frac{84}{925}$. №9 0,1.
№10 1) 9; 2) $\frac{12}{35}$. №11 a) $\frac{1}{64}$; b) $\frac{27}{64}$; c) $\frac{9}{64}$; d) $\frac{3}{64}$; e) $\frac{9}{64}$.

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

səh 227-230. №1 32 manat. №3 a) paralel. №4 15 km. №5 ≈ 1 sm. №9 2 sm. №10 21 sm^2
№11 1) 4. №15 2) 24 sm^2; 3) 24 sm^2. №16 24. №17 7. №18 a) 0,4; b) 0,12.
№19 ≈1440. №20 c) –2; 1. №22 P_1 = 12, P_2 = 48, S_1 = 6, S_2 = 96.
№23 1) P = 4x – 8; 2) 63 kvadrat vahid. 3) 28 vahid. №24 $108\sqrt{3}$sm^2.
№26 270 m/dəq.; 330 m/dəq. №27 15 san. №29 2,4. №30 19°. №31 8 dəfə.
№33 96 sm. №34 2) a) $\frac{2}{7}$. №37 a) (4; +∞); b) (0;6); c) (–∞; +∞).
№39 6. №40 9. №41 35.

Buraxılış məlumatı

RİYAZİYYAT-8

Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə dərslik

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər:	**Nayma Mustafa qızı Qəhrəmanova** **Məhəmməd Ağahəsən oğlu Kərimov** **İlham Heydər oğlu Hüseynov**
Məsləhətçi:	**Çingiz Qacar**
Elmi redaktoru:	**Tariyel Talıbov**
Dil redaktoru:	**Asəf Həsənov**
Kompüter tərtibatı:	**Mustafa Qəhrəmanov**
Bədii tərtibatı:	**Leyla Bəşirova**
Texniki redaktoru:	**Fuad Qəhrəmanov**

Fiziki çap vərəqi 14. Səhifə sayı 240.
Kağız formatı: 70×100 1/16. Tiraj.131283. Pulsuz. Bakı-2019

“Radius MMC” mətbəəsi
Bakı şəhəri, Binəqədi şossesi, 53

PULSUZ

